



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

ULB

Regelung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen

Kubasiak, Nicolai

(2020)

DOI (TUprints): <https://doi.org/10.25534/tuprints-00014039>

License:



CC-BY-NC-ND 4.0 International - Creative Commons, Attribution Non-commercial, No-derivatives

Publication type: Ph.D. Thesis

Division: 18 Department of Electrical Engineering and Information Technology

Original source: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/14039>

Regelung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen

Vom Fachbereich
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. (FH) Nicolai Kubasiak, M.Sc.

geboren am 2. Februar 1981 in Blankenburg (Harz)

Referent: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Edgar Dörsam

Tag der Einreichung: 7. Oktober 2019
Tag der Prüfung: 12. Dezember 2019



Regelung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen

Genehmigte Dissertation von Dipl.-Ing. (FH) Nicolai Kubasiak, M.Sc.

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Dezember 2019

D 17 · Darmstadt 2020

Elektronische Version

Bereitgestellt von tuprints, E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de

URN urn:nbn:de:tuda-tuprints-140396

URI <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/14039>

Gebundene Version

Erhältlich im Buchhandel oder bei:

Neopubli GmbH, Berlin, Germany

www.epubli.de/shop

ISBN 978-3-753109-76-3

Lizenz



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative-Commons-Lizenz:

Namensnennung – Nicht-kommerziell – Keine Bearbeitung 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.de>

Darüberhinausgehende Nutzungsrechte sind auf Anfrage möglich:

nicolai.kubasiak@posteo.org

Impressum

Nicolai Kubasiak, c/o AutorenServices.de, Birkenallee 24, 36037 Fulda, Germany

*Für Anna,
Karl, Peter und Ulla*

Vorwort

Die vorliegende Arbeit liefert neue Ansätze zur Weiterentwicklung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen zur Erhöhung der Produktivität, Verbesserung der Druckqualität und Steigerung der Modulanzahl je Druckmaschine. Sie entstand während meiner Tätigkeit als Forschungsingenieur beim Druckmaschinenhersteller Manroland Sheetfed GmbH in Kooperation mit dem Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik an der Technischen Universität Darmstadt.

Zum Gelingen der Arbeit haben viele beigetragen, wofür ich allen ausdrücklich danke. Dieses Vorwort möchte ich nutzen, um einige hervorzuheben. An erster Stelle gilt mein besonderer Dank meinem Doktorvater Herrn Prof. Ulrich Konigorski für die Betreuung der Promotion und die vielen fachlichen Anregungen, die meinen regelungstechnischen Blick schärfen und den Verlauf der Promotion förderten. Seine freundliche und breite Unterstützung trug einen wesentlichen Anteil zum Gelingen des Promotionsvorhabens bei. Ferner möchte ich Herrn Dr. Holger Wiese für die engagierte Betreuung des Themas auf Seiten Manrolands hervorheben. Durch seine jahrelange Erfahrung als Leiter der Forschungsabteilung beim Druckmaschinenbauer konnte er eine Vielzahl an wertvollen Hinweisen geben und die nötigen Randbedingungen auf Seiten des Industriepartners schaffen. Beiden danke ich für die zahlreichen gemeinsamen fachlichen Diskussionen, die mich stets motivierten und mir als Kompass durch das weite Themenfeld dienten.

Danken möchte ich Herrn Prof. Edgar Dörsam für das Interesse am Thema und der Übernahme des Zweitgutachtens. Unvergessen ist sein Ratschlag, ein Zweitstudium an der Technischen Universität Darmstadt aufzunehmen um anschließend zu promovieren. Ferner gilt mein Dank Herrn Albrecht Völz, der mit Weitblick die nötigen Startbedingungen beim Industriepartner schaffte.

Dankbar bin ich für das motivierende Arbeitsumfeld sowie dem kollegialen und hilfsbereiten Arbeitsklima am Fachgebiet mit den engagierten Mitarbeitern Corina Fischer, Brigitte Hoppe, Alexander Stark und Alfred Groß. Ebenso bedanke ich mich bei allen Kollegen am Fachgebiet insbesondere bei Bastian Ritter, Jonathan Hermann, Lukas Stein und Bernhard Hammer für die unzähligen (fachlichen) Diskussionen. Vor allem gilt mein Dank Herrn Dr. Eric Lenz, der mit großem Interesse mein Forschungsvorhaben verfolgte und immer wieder ein wertvoller Gesprächspartner war.

Meinen Eltern Evelyn und Harald Kubasiak möchte ich danken, dass sie vor vielen Jahren den Grundstein für meine akademische Laufbahn legten und meinen Werdegang immer mit Interesse verfolgten. Nicht zuletzt danke ich meiner Familie für das aufgebrachte Verständnis in der Zeit des Entbehrens ihres Ehemanns und Vaters. Dies gilt besonders für meine liebe Frau Anna, die mein Promotionsvorhaben stets unterstützte, mich immer neu motivierte und mir meine Kinder Karl, Peter und Ulla während meiner Zeit an der Universität schenkte.

Darmstadt, September 2020

Nicolai Kubasiak

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen	X
Kurzfassung / Abstract	XVI
1 Einführung	1
1.1 Die Bogenoffsetdruckmaschine	2
1.1.1 Mechanischer Aufbau	3
1.1.2 Druckqualität	4
1.1.3 Drehschwingungen im Antriebsstrang	7
1.2 Literaturübersicht	10
1.2.1 Eintriebsort und Verteilung der Antriebsleistung	11
1.2.2 Tilgung und Störkompensation	11
1.2.3 Regelungsstruktur mit mehreren Hauptantriebsmotoren	13
1.2.4 Regelung von mehreren mechanisch entkoppelten Antriebsstrangteilen	14
1.2.5 Verwendung von zusätzlichen Hilfsmotoren	15
1.3 Problemstellung und Ansatz	16
1.4 Struktur der Arbeit	17
2 Modellbildung	19
2.1 Mechanische Struktur	19
2.1.1 Ein Hauptantriebsmotor	20
2.1.2 Mehrere Hauptantriebsmotoren	22
2.2 Störreregungen	24
2.3 Vereinfachte Modellierung der Mechanik	29
2.4 Zustandsraumdarstellung	31
3 Systemanalyse	35
3.1 Transformation in Modalkoordinaten	35
3.2 Übertragungsfunktion und Frequenzgang	37
3.3 Allgemeine Eigenschaften von linearen Zustandsraumsystemen	38
3.4 Eigenformen von linearen Mehrkörpersystemen	39
3.5 Invariante Nullstellen und Nulldynamik	46
3.6 Nullstellenmigration	48
3.6.1 Kollokierte und nicht kollokierte Frequenzgänge	48
3.6.2 Pol-Nullstellen-Kompensation und Pol-Nullstellen-Vertauschung	50
3.7 Bewertung von Frequenzgängen	50
3.8 Strukturmaße	52
3.9 Ordnungsreduktion	56

4	Parameteridentifikation	59
4.1	Parametersensitivität	60
4.2	Identifizierbarkeit	62
4.2.1	Untersuchung mithilfe der Singulärwertzerlegung	62
4.2.2	Auswertung der Singulärwertzerlegung	63
4.2.3	Erläuterung am Beispiel	64
4.3	Ermittlung nicht parametrischer Frequenzgänge	65
4.3.1	Erregersignale	65
4.3.2	Frequenzgangschätzverfahren	69
4.3.3	Plausibilisierung ermittelter Frequenzgänge	71
4.3.4	Unterdrückung von Störungen	72
4.4	Experimentelle Modalanalyse	75
4.4.1	SDOF-Methoden	75
4.4.2	MDOF-Methoden	78
4.5	Identifikation mechanischer Parameter	81
4.5.1	Identifikation des ungedämpften Systems	81
4.5.2	Identifikation der Dämpfung	84
5	Regelungsstruktur	85
5.1	Einordnung verschiedener Regelungsstrukturen	86
5.2	Einschleifiger PI-Drehzahlregler	87
5.3	Ausgangsrückführung	88
5.4	Zustandsrückführung	89
5.5	Vorfilter	90
5.6	Stationäre Genauigkeit	91
5.7	Regelgrößen	92
5.8	Strukturbeschränkte Ausgangsrückführungen	95
5.9	Kompensation von deterministischen Störungen	96
5.10	Beobachterstruktur	98
6	Reglerentwurf	103
6.1	Drehmomentaufteilung	103
6.1.1	Zahnflankenabheben	104
6.1.2	Reduktion von Umfangsregisterdrift und Passerschwankungen	105
6.2	Optimierung von Systemnormen	110
6.2.1	Statische Ausgangsrückführung	110
6.2.2	PI-Ausgangsrückführung mit Eingangsverkopplung	112
6.2.3	PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung	113
6.3	Diskussion von Entwurfsergebnissen	114
6.3.1	Einfluss des Stellorts bei einem Stelleingang	114
6.3.2	Einfluss des Stellorts bei mehreren Stelleingängen	117
6.3.3	Einfluss von Rückführgrößen	118
6.3.4	Einfluss der Stellgrößenbewertung	120

6.3.5	PI-Ausgangsrückführung mit Eingangserkopplung	127
6.3.6	PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung	128
6.4	Modale Synthese	130
6.5	Beobachterentwurf	133
7	Entwurfsbeispiel	135
7.1	Mechanischer Aufbau und Modellierung	136
7.2	Identifikation	136
7.2.1	Identifizierbarkeit	137
7.2.2	Messdaten	137
7.2.3	Schätzung nicht parametrischer Frequenzgänge	138
7.2.4	Unterdrückung von periodischen Störungen	140
7.2.5	Identifikation mechanischer Parameter	142
7.3	Regelung	143
7.3.1	Aktive Schwingungsdämpfung	143
7.3.2	Aufteilung des Antriebsdrehmoments	146
7.3.3	Störgrößenaufschaltung	149
8	Zusammenfassung	153
A	Mathematischer Anhang	156
A.1	Simultane Diagonalisierbarkeit	156
A.1.1	Einfache Eigenwerte	157
A.1.2	Mehrfache Eigenwerte	158
A.2	Kompensation von periodischen Störungen	160
A.3	Partielle Ableitung der Verlustfunktion	162
A.4	Partielle Ableitung des Frequenzgangs	163
A.5	Transformation von komplexen in reelle Abbildungen	164
A.6	Vorgabe von Eigenwerten und Eigenvektorelementen	165
A.6.1	Vorgabe von Rechtseigenvektorelementen	165
A.6.2	Vorgabe von Linkseigenvektorelementen	166
A.7	Vorfilterauslegung	167
B	Reglerentwurfsbeispiele	169
B.1	Statische Drehzahlrückführung	169
B.2	PI-Drehzahlrückführung mit Eingangserkopplung	169
B.3	PI-Drehzahlrückführung mit Regelung der Stelldifferenz	170
C	Experimentelle Regelungsergebnisse	171
	Literaturverzeichnis	177
	Schutzrechte	182
	Internetquellen	184

Symbole und Abkürzungen

Skalare Größen werden im Allgemeinen klein und mit kursiven Buchstaben bezeichnet. Eine Ausnahme bilden Variablen, die einer Anzahl $\in \mathbb{N}$ (Kardinalzahl) entsprechen, für diese wurden kursive Großbuchstaben gewählt. Vektorielle Größen werden durch fette aufrechte Kleinbuchstaben und Matrizen durch fette aufrechte Großbuchstaben gekennzeichnet. Zur besseren Lesbarkeit wird das Symbol für ein Signal, wie $y = y(t)$, auch für das transformierte Signal, wie $y = y(\omega)$, verwendet. Eine Unterscheidung erfolgt durch den Kontext oder wenn angegeben anhand des Arguments. Weiterhin wird ein Frequenzgang oder eine Frequenzgangsmatrix $\mathbf{H}_{yu}(\omega)$ von den Eingängen \mathbf{u} zu den Ausgängen \mathbf{y} auch durch die Angabe des Übertragungspfads ($\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{u}$) dargestellt.

Zählerindizes und Kardinalzahlen

i	i -ter Eigenwert, -vektor oder Zustand aus	I	Eigenwerten, -vektoren oder Zuständen
j	j -te Frequenzstützstelle ω_j aus	J	Frequenzstützstellen
k	k -ter Parameter θ_k aus	K	Parametern
m	m -te Einzelmessung aus	M	Einzelmessungen
m	m -te Systemeingangsnummer		
n	n -ter mechanischer Freiheitsgrad aus	N	mechanischen Freiheitsgraden
n	n -te Systemausgangsnummer		
p	p -ter Stelleingang aus	P	Stelleingängen
q	q -te Mess- oder Rückführgröße aus	Q	Mess- oder Rückführgrößen
r	Allgemeiner Zählindex aus insgesamt	R	Elementen
r	r -ter Frequenzgang $h_r(\omega)$ aus	R	(ausgewählten) Frequenzgängen

Indizes und Variablenkennzeichnungen

- Platzhalter für eine skalare oder mehrdimensionale Variable oder Funktion
- _R Geregelter System
- _{koll} Kollozierter Mess- und Stellort
- _{Re} Reelwertige Darstellung von •
- _R Realteil von •
- _I Imaginärteil von •
- \mathbf{a}_{zn} n -ter Zeilenvektor aus der Matrix \mathbf{A} , $\mathbf{A}^T = [\mathbf{a}_{z1} \dots \mathbf{a}_{zR}]$
- $\hat{\bullet}$ Mess-, Schätz- oder approximierte Größe
- $\widetilde{\bullet}$ Normierte oder modal transformierte Größe
- $\dot{\bullet}, \ddot{\bullet}$ Nach der Zeit einfach beziehungsweise zweifach abgeleitete Größe
- \bullet', \bullet'' Nach dem Maschinenwinkel einfach beziehungsweise zweifach abgeleitete Größe
- $\overline{\bullet}$ Aus arithmetischer Mittlung gewonnene Größe

Skalare Größen und Funktionen

\tilde{a}_{di}	i -tes Diagonalelement der Diagonalmatrix $\tilde{\mathbf{A}}_d$
b	Koeffizient einer mechanisch viskosen Dämpfung
e_x	Zustandsdifferenz
e_y	Ausgangsdifferenz
e_R	Regelfehler
\tilde{e}_{di}	i -tes Diagonalelement der Diagonalmatrix $\tilde{\mathbf{E}}_d$
f_n	n -er Systemeingang (Krafteingang)
f_v	Erregerkraft durch Vorgreiferbewegung
$g(t)$	Gewichtsfunktion / Impulsantwort
$g(s)$	Übertragungsfunktion, $g(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$
h	Frequenzgang, $h = h(\omega) = \mathcal{F}\{g(t)\}$
K	Anzahl Modellparameter oder Anzahl unterschiedlicher Eigenwerte
m_v	Massenträgheit (Trägheitsmoment) des Vorgreifers
q	Verschiebungsgröße, Winkellage (Bewegungsgleichung)
$s_{r\rho}(\omega)$	Sensitivität des Parameters θ_ρ auf den Frequenzgang $h_r(\omega)$
t_{ges}	Gesamtmessdauer
t_m	Einzelmessdauer
t_p	Maschinenperiodendauer
t_z	Störungsperiodendauer
u	Allgemeiner Systemeingang oder Stelleingang
w	Führungsgröße
y	Systemausgang (Rückführgröße)
z	Störeingang
α	Relativer Modellparameter
α_R	Stellnormgrenze $\ \mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\ _2$
α_I	Stellnormgrenze $\ u_I \leftarrow \mathbf{z}\ _2$
γ^2	Kohärenzfunktion
γ	Gewicht zur Bewertung der Stellgrößennorm $\ \mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\ _2$
γ_v	Gewicht zur Bewertung der Drehzahlabweichung $\ x_{Iv} \leftarrow \mathbf{z}\ _2$
$\gamma_{\Delta u}$	Gewicht zur Bewertung der Stelldifferenzabweichung $\ \mathbf{x}_{I\Delta u} \leftarrow \mathbf{z}\ _2$
ζ	Modale Dämpfung
ϑ	Identifizierbarkeitsmaß
θ_k	k -ter Modellparameter
λ	Eigenwert
σ	Singulärwert
φ	Maschinenwinkel
φ_v	Vorgreiferwinkel
ω	Frequenzvariable
ω_0	Kennkreisfrequenz
ω_e	Eigenkreisfrequenz
ω_r	Resonanzkreisfrequenz
Ω	Maschinendrehzahl, $\Omega \approx \text{const.}$

Vektorielle Größen und Funktionen

$\widetilde{\mathbf{b}}_{zi}^T$	i -te Zeile der modalen Krafteingangsmatrix, $\widetilde{\mathbf{B}}^T = [\widetilde{\mathbf{b}}_{z1} \dots \widetilde{\mathbf{b}}_{zI}]$
$\widetilde{\mathbf{c}}_i$	i -te Spalte der modalen Ausgangsmatrix, $\widetilde{\mathbf{C}} = [\widetilde{\mathbf{c}}_1 \dots \widetilde{\mathbf{c}}_I]$
\mathbf{e}	Einheitsvektor
\mathbf{f}	Krafteingangsvektor
\mathbf{m}	Stellortvektor
\mathbf{p}_v	Parametervektor zur Eigenwertvorgabe (Rechtseigenvektorgleichung)
\mathbf{p}_w	Parametervektor zur Eigenwertvorgabe (Linkseigenvektorgleichung)
\mathbf{q}	Verschiebungsvektor der Bewegungsgleichung
\mathbf{r}	Reglervektor (statisch)
\mathbf{t}	gewählte Drehmomentverteilung
\mathbf{u}	Allgemeiner Eingangsvektor oder Stelleingangsvektor
$\Delta \mathbf{u}$	Stelldifferenzen
\mathbf{v}_i	i 'ter Rechtseigenvektor, i 'ter Rechts-Singulärvektor
\mathbf{v}_{Ri}	i 'ter Rechtseigenvektor des geregelten Systems
\mathbf{w}_{Ri}	i 'ter Linkseigenvektor des geregelten Systems
\mathbf{w}	Führungsgrößenvektor
\mathbf{x}	Zustandsvektor
\mathbf{y}	Ausgangsvektor (Rückführgrößen)
\mathbf{y}_q	Ausgangsvektor für mechanische Zustandsgrößen \mathbf{q} und $\dot{\mathbf{q}}$
\mathbf{y}_R	Ausgangsvektor der Regelgrößen
\mathbf{z}	Störvektor
α	Relative Modellparameter
θ	Absolute Modellparameter
θ_0	Startparameter
ψ_i	i 'te Eigenform (Eigenvektor zur Bewegungsgleichung)
ψ_{0i}	i 'te Eigenform des ungedämpften Modells

Matrixgrößen und Funktionen

A	Systemmatrix (explizite Zustandsraumdarstellung)
A_d	Systemmatrix (implizite Zustandsraumdarstellung)
A_{θ_k}	Strukturmatrix des Modellparameters θ_k für die Systemmatrix A_d
A_o	Beobachtersystemmatrix
B	Eingangsmatrix für Kraftvektor f (explizite Zustandsraumdarstellung)
B_d	Eingangsmatrix für Kraftvektor f (implizite Zustandsraumdarstellung)
B_u	Eingangsmatrix für Stellvektor u (explizite Zustandsraumdarstellung)
B_z	Eingangsmatrix für Störvektor z (explizite Zustandsraumdarstellung)
C	Ausgangsmatrix für Rückführgrößen
C₁	Ausgangsmatrix für mechanische Geschwindigkeitsgrößen
C₀	Ausgangsmatrix für mechanische Lagegrößen
C_m	Ausgangsmatrix für Verschiebungsmessgrößen
C_q	Ausgangsmatrix für mechanische Zustandsgrößen
C_R	Ausgangsmatrix für Regelgrößen
D	Dämpfungsmatrix (Bewegungsgleichung)
E_d	Systemmatrix (implizite Zustandsraumdarstellung)
E_{θ_k}	Strukturmatrix des Modellparameters θ_k für die Systemmatrix E_d
M_F	Statisches Vorfilter
G	Übertragungsfunktionsmatrix, G = G (s)
H	Frequenzgangsmatrix, H = H (ω)
I	Einheitsmatrix
K	Steifigkeitsmatrix (Bewegungsgleichung)
L	Beobachterrückführmatrix
M	Massenträgheitsmatrix (Bewegungsgleichung)
P_v	Parametervektormatrix
P	Allgemeine Positionsmatrix
P_u	Aktorpositionsmatrix
P_y	Sensorpositionsmatrix
P_z	Störpositionsmatrix
R	Reglermatrix (statisch)
V	Eigenvektormatrix (Zustandsraummodell), Rechts-Singulärvektormatrix
W	Gewichtsmatrix
W_R	Linkseigenvektormatrix des geregelten Systems
Ψ	Eigenformmatrix
Λ	Diagonalmatrix der Eigenwerte

Mathematische Operationen / Zeichen

\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{C}	Menge der komplexen Zahlen
j	Komplexe Einheit, $j^2 = -1$
a	Platzhalter für skalare Größe
\mathbf{a}	Platzhalter für (Spalten-) Vektorgrößen (einschließlich skalarer Größen)
\mathbf{A}	Platzhalter für Matrixgrößen (einschließlich vektorieller oder skalarer Größen)
\mathbf{a}^T	Zeilenvektor von \mathbf{a}
\mathbf{A}^T	Transponierte von \mathbf{A}
\mathbf{A}^*	konjugiert-komplexe Matrix von \mathbf{A}
$\angle \mathbf{A}$	Argument (Winkel) der komplexen Größe \mathbf{A}
$\mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{A}_2$	Kronecker-Produkt zwischen \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2
$f(t) * g(t)$	Faltung der beiden Funktionen $f(t)$ und $g(t)$
$\mathbf{A}_1 \oplus \mathbf{A}_2$	Blockdiagonalmatrix mit Matrix \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 auf der Hauptdiagonalen [25, S. 30 f.]
$\bigoplus_{r=1}^R \mathbf{A}_r$	Blockdiagonalmatrix mit Matrix \mathbf{A}_1 bis \mathbf{A}_R auf der Hauptdiagonalen [25, S. 30 f.]
$\ \mathbf{H}(\omega)\ _2$	\mathcal{H}_2 -Systemnorm
$\ \mathbf{H}(\omega)\ _\infty$	\mathcal{H}_∞ -Systemnorm
$\ \mathbf{H}(\omega)\ _F$	Frobenius-Normverlauf über die Frequenz ω
$\text{Re}\{\mathbf{A}\}$	Realteil von \mathbf{A}
$\text{Im}\{\mathbf{A}\}$	Imaginärteil von \mathbf{A}
$ \mathbf{A} $	Absolutbetrag, $ a_{ij} ^2 = \text{Re}\{a_{ij}\}^2 + \text{Im}\{a_{ij}\}^2$
$\ \mathbf{a}\ _1$	Betragssummennorm, $\ \mathbf{a}\ _1 = \sum_r a_r $
$\ \mathbf{a}\ _2$	Euklidische Vektornorm (Betrag des Vektors \mathbf{a}), $\ \mathbf{a}\ _2^2 = \sum_r a_r ^2 = \mathbf{a}^T \mathbf{a}^*$
$\ \mathbf{a}\ _\infty$	Maximumvektornorm, $\ \mathbf{a}\ _\infty = \max_r a_r $
$\det\{\mathbf{A}\}$	Determinante der Matrix \mathbf{A}
$\text{diag}\{\mathbf{a}\}$	Erzeugt Diagonalmatrix aus dem Vektor \mathbf{a} , $\text{diag}\{\mathbf{a}\} = \bigoplus_{r=1}^R a_r$
$\text{rang}\{\mathbf{A}\}$	Rang der Matrix \mathbf{A}
$\text{kern}\{\mathbf{A}\}$	Nullraum / Kern der Matrix \mathbf{A}
$\text{def}\{\mathbf{A}\}$	Matrixdefekt, $\text{def}\{\mathbf{A}\} = \min\{m, n\} - \text{rang}\{\mathbf{A}\}$ der Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$
$\sigma\{\mathbf{A}\}$	Singulärwerte der Matrix \mathbf{A}
$\sigma_{\max}\{\mathbf{A}\}$	Maximaler Singulärwert, $\sigma_{\max}\{\mathbf{A}\} = \max_i \sigma_i\{\mathbf{A}\}$
$\sigma_{\min}\{\mathbf{A}\}$	Minimaler Singulärwert, $\sigma_{\min}\{\mathbf{A}\} = \min_i \sigma_i\{\mathbf{A}\}$
$\sup_\omega f(\omega)$	Kleinste obere Schranke (Supremum) von $f(\omega)$
\mathbf{A}^+	Pseudo-Inverse, $\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ bzw. $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1}$ [16, S. 418 f.]
$\mathbf{A} \succ 0$	Matrix \mathbf{A} ist positiv-definit
$\mathbf{A} \succeq 0$	Matrix \mathbf{A} ist positiv-semidefinit
$\delta(t)$	Dirac-Funktion
$\text{rect}(t)$	Rechteckfunktion, $\text{rect}(t) = 1$ für $0 \leq t \leq 1$ sonst 0
$\mathcal{L}\{f(t)\}$	Laplace-Transformation, $f(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
$\mathcal{F}\{f(t)\}$	Fourier-Transformation, $f(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$

Abkürzungen

AB	Abtriebsrad vom Riementrieb
AN	Anlegermodul
AR	Anlagetrommelzahnrad
AT	Anlagetrommel
AU	Auslegermodul
CAD	rechnerunterstütztes Konstruieren (engl. computer-aided design)
CL	Geschlossener Regelkreis (engl. closed loop)
DM	Druckmodul
DR	Druckzylinderzahnrad
DZ	Druckzylinder
EGR	Eingrößenregler
ER	Ersatzzahnrad für Farb- und Feuchtwerkzahnräder
ET	Eintrieb
EZ	Ersatzzylinder für Farb- und Feuchtwerk
FD	Farbduktorwalze
FR	Formzylinderzahnrad (Lackwerk)
FW	Farbwerk und Feuchtwerk (+ Zahnräder)
FZ	Formzylinder (Lackwerk)
GR	Gummituchzylinderzahnrad
GZ	Gummituchzylinder
HA	Hauptantriebsmotor
HM	Hauptantriebsmodul
HW	Heberwalze
LM	Lackmodul
LQR	Linear-quadratischer Regler
MIMO	System mit mehreren Ein- und Ausgängen (engl. multiple input, multiple output)
MGR	Mehrgrößenregler
MKS	Mehrkörpersystem
OL	Offener Regelkreis (engl. open loop)
PR	Plattenzylinderzahnrad
PZ	Plattenzylinder
RR	Rasterwalzenzahnrad
RW	Rasterwalze
RZ	Räderzug
SR	Schmitzring
SISO	System mit einem Ein- und einem Ausgang (engl. single input, single output)
TF	Transferter
TM	Transfermodul
TR	Transferterzahnrad
WM	Wendemodul
WR	Wendetrommelzahnrad
WT	Wendetrommel

Kurzfassung

Die Weiterentwicklung moderner Bogenoffsetdruckmaschinen zur Steigerung der Produktivität, wie auch der Trend einer zunehmenden Modulanzahl für hochspezialisierte Varianten, führen vermehrt zu nicht tolerierbaren Winkeldifferenzänderungen innerhalb des Antriebsstrangs, die eine unzureichende Druckqualität zur Folge haben. Vor diesem Hintergrund behandelt die vorliegende Arbeit Ursachen für die Winkeldifferenzen, zeigt Zusammenhänge zur Druckqualität auf und gibt Lösungsvorschläge zur Erhöhung der Druckqualität aus regelungstechnischer Sicht. Es werden alle wesentlichen Schritte von der Modellbildung über die Identifikation von Modellparametern bis hin zur Regelungsstruktur und dem Reglerentwurf behandelt. Die vorgestellten Methoden werden anschließend an einem der modularen Reihenbauweise der Druckmaschine nachempfundenen Versuchsaufbau experimentell verifiziert.

Die Modellbildung führt auf ein lineares Mehrkörpersystem und ein nichtlineares Störmodell. Auf Grundlage der druckmaschinentypischen Modellstruktur werden allgemeine Aussagen zum Schwingungsverhalten abgeleitet und prinzipielle Zusammenhänge zur Wahl von Mess- und Stellorten gegeben. Für die Identifikation der Modellparameter wird ein mehrschrittiges Vorgehen vorgestellt, welches das Identifikationsproblem in einfachere Probleme unterteilt und die detaillierte Prüfung von Teilergebnissen erlaubt. Dabei wird insbesondere auf die Unterdrückung von druckmaschinentypischen periodischen Störungen eingegangen.

Sukzessive werden zwei moderne Reglerstrukturen und hierfür geeignete Gütekriterien für moderne Reglerentwurfsverfahren entwickelt, die eine wesentliche Dämpfung der Differenzwinkelschwingungen des geregelten Antriebsstrangs ermöglichen. Dabei wird auf die Vermeidung eines prinzipiell möglichen Abhebens von Zahnflanken innerhalb des Antriebsstrangs eingegangen. Systematisch werden verschiedene Regler entworfen und der Einfluss von Mess- und Stellort, Rückführgrößen und Stellgrößenbeschränkungen untersucht. Darüber hinaus wird gezeigt, wie sich zusätzliche Freiheitsgrade, die bei der Verwendung von mehreren Antriebsmotoren entstehen, vorteilhaft nutzen lassen. So wird die mittlere Aufteilung des gesamten Antriebsdrehmoments auf einzelne Motoren vorgegeben oder die mittleren Differenzen zwischen den Stellgrößen geregelt.

Experimentell wird gezeigt, wie eine aktive Dämpfung und eine variable Eingangsverkopplung die Änderungen der Differenzwinkel wirkungsvoll reduzieren. Für das Störmodell wird ein nichtlinearer Beobachter entworfen, mit dessen Hilfe die Unterdrückung von Störungen ebenfalls experimentell demonstriert wird. Die Messergebnisse bestätigen die vorgestellten Konzepte, zeigen wie Änderungen der Winkeldifferenzen, insbesondere durch den Einsatz von mehreren Antriebsmotoren, wirkungsvoll reduziert werden und verdeutlichen, wie die damit verknüpfte Druckqualität der Druckmaschine erhöht werden könnte. Dies gilt insbesondere für moderne Druckmaschinen, die aus vielen Modulen bestehen und eine zu älteren Maschinen vergleichsweise hohe Produktionsdrehzahl erlauben.

Abstract

The further development of modern sheetfed offset printing presses to increase productivity, as well as the trend of increasing number of modules for highly specialized variants, leads to an increased occurrence of intolerable variations of angular differences in the drive train, which results in an insufficient print quality. Against this background, this thesis deals with the reasons for the variations of differential angles, shows connections to the print quality and gives solutions for increasing the print quality from a control engineering point of view. All essential steps from modeling to identification of model parameters to the controller structure and the controller design are discussed. The methods presented are verified on a experimental setup based on the modular series setup of printing presses.

The modeling leads to a linear multibody system and a nonlinear disturbance model. On the basis of the typical model structure of sheetfed offset printing presses, general statements about the vibration behavior are derived and fundamental concepts for the selection of measurement and actuator locations are given. For the identification of the model parameters, a multi-step approach is presented, which divides the identification problem into simpler problems and allows the detailed examination of partial results. In particular, the suppression of typical periodic disturbances of printing presses is discussed.

Successively, two advanced controller structures and appropriate quality criteria for advanced controller design techniques are being developed that allow substantial damping of the differential angle vibrations of the controlled drive train. The avoidance of possible lifting of tooth flanks within the drive train is also being discussed. Systematically, different controllers are designed to investigate the influence of the measurement location, actuator location, feedback variables and limiting of the manipulating value. Furthermore, it will be shown how additional degrees of freedom, which arise when using multiple drive motors, can be used advantageously. Therefore, the average distribution of the total drive torque to the individual motors is set or the average differences between the manipulated variables are regulated.

It is shown experimentally how the active damping and the variable input coupling effectively reduce the variations of the differential angles. For the disturbance model, a nonlinear observer is designed and with its help the suppression of disturbances is being demonstrated experimentally also. The measurement results confirm the concepts presented, show how the changes in the differential angles are effectively reduced, in particular through the use of multiple drive motors, and illustrate how the associated print quality of the printing press could be increased. This especially concerns modern printing presses, which consist of many modules and allow a higher production speed compared to older machines.

1 Einführung

Das Offsetdruckverfahren ist seit dem späten 20. Jahrhundert das weltweit bedeutendste industriell genutzte Druckverfahren. Gründe für den Erfolg des Offsetdrucks sind unter anderem die hohe Druckqualität und die geringen Herstellungskosten bei einer entsprechenden Auflagenhöhe. Die deutschen Druckmaschinenhersteller sind weltweit technologisch führend und dominieren den Weltmarkt. [31][124]

Das Offsetdruckverfahren lässt sich in die beiden Sparten Bogen- und Rollenoffsetdruck unterteilen. Ist die Anforderung an die Druckqualität hoch oder die Auflagenhöhe moderat, so findet der Bogenoffsetdruck Anwendung, wie zum Beispiel beim Drucken von Verpackungen, Büchern und Broschüren, bei dem jeder Druckbogen einzeln durch die Druckmaschine gefördert wird. Beim Rollenoffsetdruck wird der Bedruckstoff von einer Rolle abgewickelt und läuft als Bahn durch die Druckmaschine. Dieses Verfahren wird bei vergleichsweise hohen Auflagen mit moderaten Anforderungen an die Druckqualität, wie zum Beispiel beim Drucken von Zeitungen, verwendet. Ein weiterer Vorteil des Bogen- gegenüber dem Rollenoffsetdruckverfahrens ist ein deutlich größerer Bereich verarbeitbarer Bedruckstoffstärken. [31][12]

Seit der Weltwirtschaftskrise 2008 ist die Nachfrage für Druckmaschinen stark gesunken. Abgekoppelt vom allgemeinen Maschinenbau erholte sich der Markt für neue Druckmaschinen nur langsam und stabilisierte sich auf einem niedrigen dynamischen Niveau. Die Gründe hierfür sind vielfältig und finden sich unter anderem in der gestiegenen Produktivität moderner Druckmaschinen, der zunehmenden Digitalisierung und der steigenden Attraktivität konkurrierender Druckverfahren wie beispielsweise dem Digitaldruck. Die wachsende Zahl an günstigeren Maschinen aus Niedriglohnländern wie China setzen die Druckmaschinenhersteller in Deutschland zusätzlich unter Druck. Im zurückliegenden Jahrzehnt erfolgten daher bei den Herstellern verschiedene Marktanpassungsmaßnahmen, wie Mitarbeiterreduzierungen und Werkszusammenlegungen. [68][24][123]

Der hohe Wettbewerbsdruck unter den Druckereien und den Druckmaschinenherstellern führt zu immer spezialisierteren und produktiveren Bogenoffsetdruckmaschinen, mit deren Hilfe sich Druckereien differenzieren und Produktionskosten senken wollen. Die Spezialisierung der Druckmaschine führt – wegen der modularen Reihenbauweise moderner Bogenoffsetdruckmaschinen – häufig zu einer steigenden Anzahl an Modulen. Ein entscheidendes Maß für die Produktivität ist die Produktionsgeschwindigkeit, welche von der Produktionsdrehzahl der Druckmaschine abhängt. In den letzten Jahrzehnten wurde, trotz sinkender Auflagenhöhe, die Produktionsdrehzahl neuer Druckmaschinen stetig gesteigert. Hinzu kommen Maßnahmen zur Verkürzung von Rüstzeiten und Steigerung der Verfügbarkeit, um die produktive Zeit der Druckmaschine zu erhöhen. Ebenfalls ist die Druckqualität und die Integration von Veredelungsprozessen zur weiteren Differenzierung für die Druckereien und zum Erhalten von Absatzmärkten für die Druckmaschinenhersteller wichtig. [12]

Beispielsweise werden in China Schutzzölle für Druckmaschinen erhoben, wenn diese nicht steigenden Produktivitäts- und Qualitätsansprüchen genügen. Diese Schutzzölle können den Absatz von deutschen Druckmaschinen stark gefährden, da ca. jede dritte exportierte Druckmaschine in den vergangenen Jahren nach China geliefert wurde [125].

Der Trend zu höheren Produktionsdrehzahlen und die steigende Anzahl an Modulen für spezialisierte Druckmaschinen führen zu wachsenden Drehschwingungsproblemen des Antriebsstrangs der Druckmaschinen, die sich negativ auf die Druckqualität auswirken [60, S. 4]. Ebenfalls führt der hohe Kostendruck zu Materialeinsparungen, welche die Schwingungsneigung der Druckmaschine zusätzlich negativ beeinflussen können.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den Drehschwingungsproblemen des Antriebsstrangs der Druckmaschine und gibt antriebsstopologische und regelungstechnische Lösungsvorschläge. Zunächst wird ein Modell hergeleitet, welches das Drehschwingungsverhalten des Antriebsstrangs der Druckmaschine beschreibt und die wesentlichen Störmechanismen darlegt. Dabei wird auch auf die aus praktischer Sicht nötige Parameteridentifikation eingegangen. Aus der Systemanalyse folgen prinzipielle Eigenschaften des Systems, die zur Bewertung und dem späteren Reglerentwurf genutzt werden. Verschiedene Antriebstopologien mit einem oder mehreren Motoren werden systematisch diskutiert und bewertet. Zur Regelung des Antriebsstrangs werden sukzessive verschiedene Reglerstrukturen erarbeitet. Für den Entwurf der Reglerparameter werden verschiedene Optimierungsprobleme im Frequenzbereich mit wenigen Entwurfsparametern hergeleitet und deren Lösungen diskutiert. Die Überprüfung der Praxistauglichkeit und der Leistungsfähigkeit der vorgestellten Methoden erfolgt an einem Versuchsaufbau, der der Reihenbauweise einer Druckmaschine mit zehn Modulen nachempfunden ist.

1.1 Die Bogenoffsetdruckmaschine

Im Folgenden werden die Bogenoffsetdruckmaschine und die Zusammenhänge zur Druckqualität erläutert, insoweit dies zum Verständnis der nachfolgenden Kapitel benötigt wird. Detailliertere Beschreibungen sind aus einschlägigen Quellen wie [31] zu entnehmen. Beim Bogenoffsetdruckverfahren wird der Bedruckstoff in Form eines Druckbogens – oder kurz Bogens – einzeln durch die Druckmaschine befördert. Das farbige Bild auf dem Druckbogen entsteht durch das hintereinander folgende Auftragen einfarbiger Bilder – den Teilbildern – auf den Bogen während des Transports durch die Druckmaschine. Zum Beginn des Druckvorgangs wird der ruhende Bogen von einem Greifersystem (Vorgreifer) erfasst und auf Maschinengeschwindigkeit beschleunigt. Für den anschließenden Transport des Bogens existieren weitere Greifersysteme an vielen rotierenden Teilen, die sich den Bogen gegenseitig zu bestimmten Maschinenwinkeln übergeben und jeweils einen Teil des Transportweges durch Rotation übernehmen. Als Bedruckstoff werden hauptsächlich Papier oder Karton verwendet. Darüber hinaus werden auch Kunststofffolien, Wellpappe oder mit speziellen Druckmaschinen auch Bleche bedruckt. Die Bogendicke erstreckt sich von einigen zehn Mikrometern bis etwas über einem Millimeter.

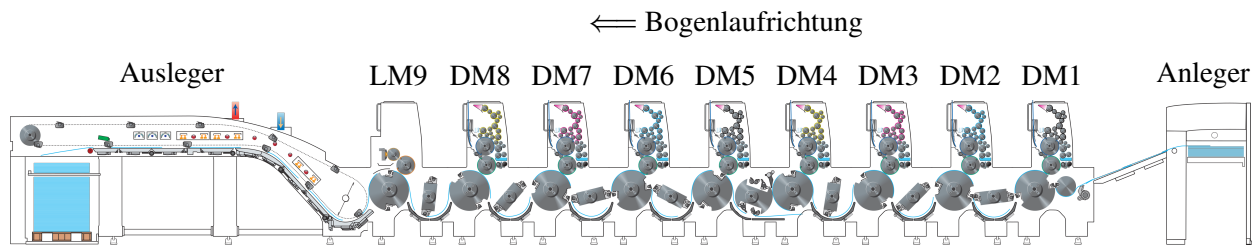


Bild 1.1: Innerer Aufbau einer Druckmaschine
(Quelle: Manroland Sheetfed GmbH)

1.1.1 Mechanischer Aufbau

Bild 1.1 zeigt den Aufbau einer Druckmaschine aus den einzelnen Modulen: Anleger mit Anlage-tisch, Druckmodule (DM1-DM8), Lackmodul (LM9) und Ausleger. Daneben lässt sich der innere Aufbau der einzelnen Module aus Zylindern, Walzen und so weiter erkennen. Die wesentlichen mechanischen Teile für ein Lack- und ein Druckmodul sind im Bild 1.2 detailliert dargestellt. Beide Module besitzen einen Druckzylinder (DZ) und einen Transferter (TF), an dem die Greifersysteme für den Bogentransport befestigt sind. Beim Lackmodul (LM) wird der Lack über die Rasterwalze (RW) auf den Formzylinder (FZ) aufgetragen, welcher den Lack zum Druckspalt zwischen Formzylinder und Druckzylinder führt. Im Druckspalt wird der Lack unter mechanischen Druck auf den Bogen aufgetragen. Das Druckmodul (DM) besitzt ein Farb- und ein Feuchtwerk (FW), mit deren Hilfe ein dünner und gleichmäßiger Farbfilm auf den Plattenzylinder (PZ) strukturiert aufgetragen wird. Hierfür ist auf dem Umfang des Plattenzylinders eine Druckplatte mit wasserannehmenden (hydrophilen) und wasserabweisenden (hydrophoben) Bereichen aufgespannt. Zunächst werden die hydrophilen Bereiche der Druckplatte durch das Feuchtwerk mit Wasser (Feuchtmittel) benetzt. Anschließend trägt das Farbwerk die Druckfarbe auf, welche nur an den hydrophoben Bereichen auf der Druckplatte haften bleibt und dadurch die gewünschte Struktur der Druckfarbe (Teilbild) entsteht. Der Gummituchzylinder (GZ) fördert das entstandene Teilbild anschließend vom Plattenzylinder zum Druckspalt, bei dem es unter mechanischen Druck zwischen Druckzylinder und Gummituchzylinder auf den durch den Druckspalt laufenden Bogen gedruckt wird. Moderne Druckmaschinen können während der Produktion den Bogen auch beidseitig bedrucken. Hierzu zeigt Bild 1.1 zwischen dem vierten und fünften Modul anstatt eines Transferfers eine Wendetrommel (WT), die den Bogen innerhalb der Druckmaschine wenden kann. Damit ist das Bedrucken der Vorderseite (Schöndruck) und der Rückseite (Widerdruck) des Bogens möglich.

Die einzelnen sich bewegenden Teile sind durch Zahnräder miteinander verbunden. Der Zahnrad-zug mit den einzeln angekoppelten, rotierenden Teilen bildet den Antriebsstrang der Druckmaschine. Eine dreidimensionale Darstellung des Maschinenrumpfs – ohne Anleger, Ausleger und Hauptantriebsmodul – zeigt Bild 1.3. Zu erkennen ist der Räderzug (RZ) im unteren Bereich, welcher die einzelnen Module über Druckzylinderzahnräder (DR) und Transferterzahnräder (TR) verbindet. Daneben ist eine Vielzahl an Walzen je Modul gezeigt, die zum Farb- und Feuchtwerk gehören und ebenfalls mit dem Zahnradzug verbunden sind. Weitere Details zum Aufbau und der Funktionsweise von Bogenoffsetdruckmaschinen kann [31] entnommen werden.

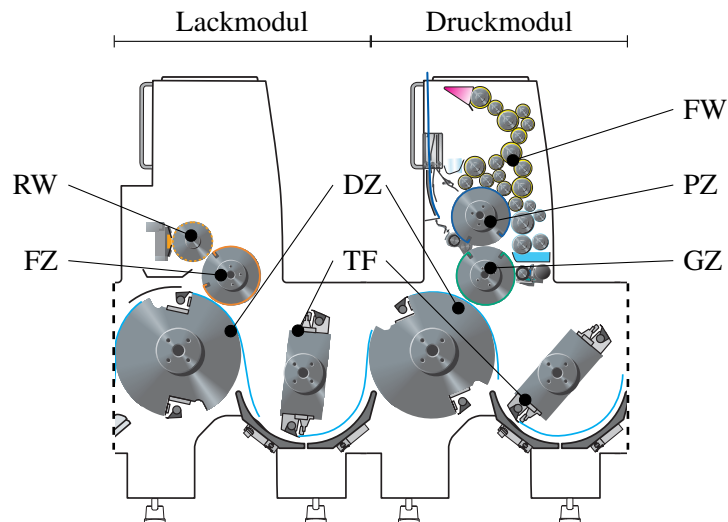


Bild 1.2: Innerer Aufbau Lack- und Druckmodul

(Quelle: Manroland Sheetfed GmbH)

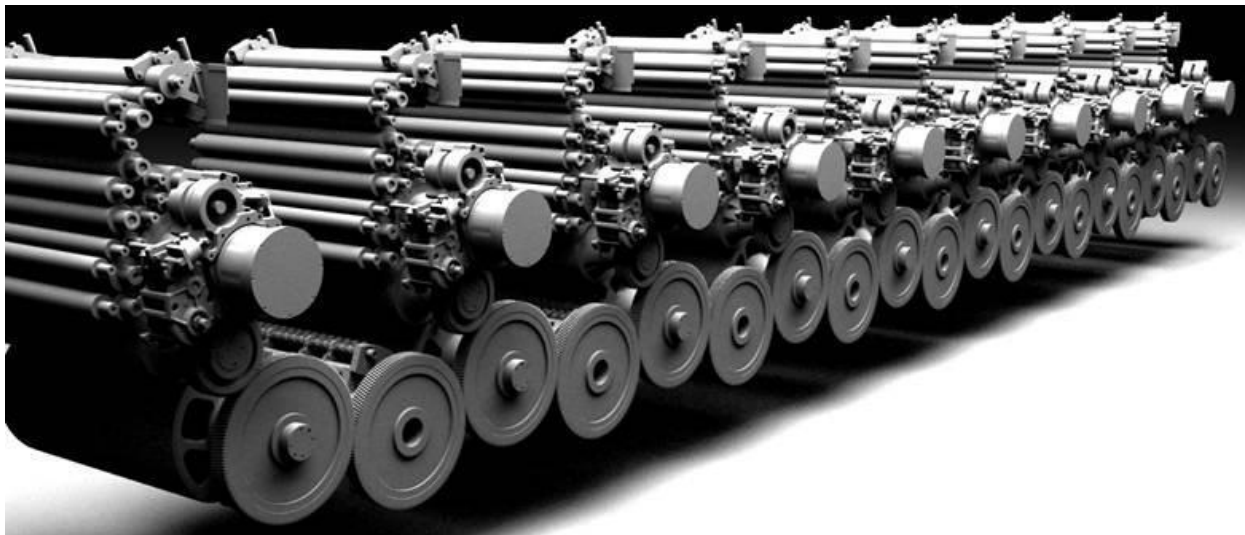


Bild 1.3: Antriebsstrang eines Druckmaschinenrumpfs 3d

(Quelle: Manroland Sheetfed GmbH)

1.1.2 Druckqualität

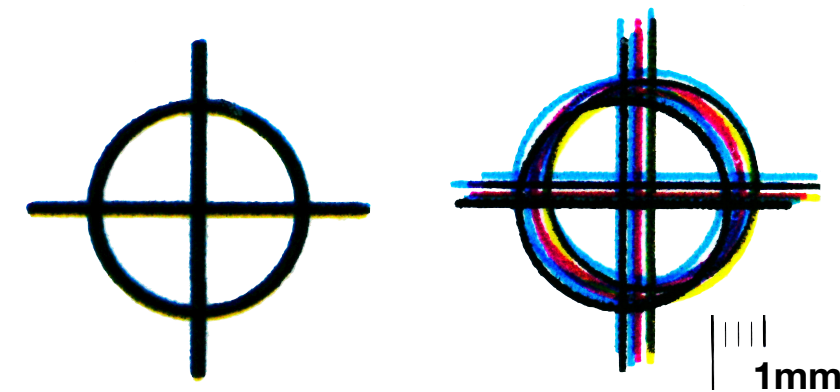
Eines der wichtigsten Merkmale für die Druckqualität ist die Passgenauigkeit, welche meist stichprobenartig während des Druckprozesses überprüft wird [31, S. 234]. Hierzu werden häufig Messmarkierungen verwendet, wie beispielsweise die im Bild 1.4 auf Seite 6 gezeigten Passerkreuze. Diese Markierungen sind auf jedem Teilbild vorhanden und werden während des Druckprozesses in jedem Druckmodul übereinander gedruckt. Sind keine Lageabweichungen der einzelnen Teilbilder zueinander vorhanden, so liegen die Passerkreuze exakt übereinander wie im Bild 1.4a zu sehen. Bild 1.4b zeigt als extremes Beispiel ein Passerkreuz mit erheblichen Lageabweichungen der Teilbilder zueinander. Diese großen Lageabweichungen führen schließlich zu einem nicht mehr zufriedenstellendem Druckergebnis. In der Praxis werden häufig auch komplexer aufgebaute Markierungen verwendet, die elektronisch auswertbar sind.

Die Lageabweichungen werden in einen mittleren konstanten Teil, dem Register, und einen alternierenden (relativen) Teil, dem Passer, aufgeteilt. Als Passer oder Farbpasser ist in der Drucktechnik somit die Genauigkeit gemeint, in der ein Bogen geometrisch reproduziert wird [13, S. 256]. Die mittleren absoluten Lagedifferenzen gehen hier nicht ein, sondern nur die relativen Lage-schwankungen der einzelnen Teilbilder zwischen den produzierten Bögen sind relevant [11]. Das Register, auch Farbregister genannt, beschreibt die Abweichungen, die sich am Arbeitspunkt der Druckmaschine statisch einstellen und für jeden produzierten Bogen reproduzierbar für einen konstanten Druckmaschinenzustand gelten. Diese beeinflussen nicht die Reproduzierbarkeit und können im Gegensatz zum Passer bei modernen Druckmaschinen durch ein statisches Verschieben der Teilbilder zueinander auf dem Bogen korrigiert werden. Die Abweichungen in Bogenlauf-richtung werden als Umfangsregister bzw. Umfangspasser und quer dazu als Seitenregister bzw. Seitenpasser bezeichnet.

Eine unzureichende Passgenauigkeit kann zum drucktechnischen Effekt des Dublierens führen. Das Dublieren entsteht durch die Rückspaltung der Druckfarbe eines bereits gedruckten Teilbilds in nachfolgenden Modulen. Durchläuft ein bereits mit Teilbildern bedruckter Bogen einen weiteren Druckspalt, so geht in der Regel ein Teil der bereits zuvor gedruckten Farbe zurück auf den Gummituchzylinder (Farbrückspaltung). Weicht die Lage der Teilbilder auf nachfolgenden Bögen zum vorherigen Bogen ab, so wird die auf dem Gummituch rückgespaltete Farbe nicht wieder exakt auf das Teilbild des nachfolgenden Bogens gedruckt und verursacht dadurch schattenartige Konturen des zuvor gedruckten Teilbilds, es kommt zum Dublieren [31].

Neben dem Dublieren kann es auch zum drucktechnischen Effekt des Schiebens kommen. Dabei werden Elemente des Teilbilds in Umfangs- oder Seitenrichtung gestreckt [31]. Die Effekte Dublieren und Schieben führen unter anderem zu einer unerwünschten Tonwertzunahme [10, S. 25]. Der Tonwert gibt den optischen Eindruck einer gerasterten Fläche wieder und wird zwischen 0 (unbedruckte Fläche) und 100 % (Volltonfläche) angegeben.

Zur Untersuchung der Passgenauigkeit einer Druckmaschine wird unter anderem der Verlauf der Umfangs- und Seitenpasser insbesondere von benachbarten Modulen über unmittelbar hintereinander produzierte Bögen herangezogen und zusammenfassend als Übergabepasser bezeichnet [10]. Auch der Verlauf des Maschinenpassers als Lagedifferenz zwischen den Teilbildern des ersten und des letzten Druckmoduls kann zur Bewertung der Passgenauigkeit herangezogen werden [10]. Bild 1.5 zeigt beispielhaft einen typischen Verlauf eines Umfangspassers, der während einer Änderung der Produktionsdrehzahl von 12600 Bg/h auf 18000 Bg/h an einer Druckmaschine ermittelt wurde. Zu erkennen ist, wie im ersten Bereich bis zu dem ca. 50. Bogen ein erster stationärer Arbeitspunkt (Registerversatz) bei ca. $-5\text{ }\mu\text{m}$ vorliegt. Im mittleren Bereich zwischen dem 50. und 80. Bogen findet ein Beschleunigungsvorgang statt und es kommt zu höheren Verschiebungen. Im hinteren Bereich ab dem 80. Bogen ist der Beschleunigungsvorgang abgeschlossen und es stellt sich wieder ein stationärer Arbeitspunkt bei ca. $0\text{ }\mu\text{m}$ ein. Durch Auswertung des Passers kann die statische Abweichung durch Mittelwertbildung festgestellt und mithilfe der Registerkorrektur kompensiert werden. Danach bleiben nur die Abweichungen vom stationären, arbeitspunktabhängigen Mittelwert übrig. Diese relativen Abweichungen zum Mittelwert werden zur Bewertung der Passgenauigkeit der Druckmaschine verwendet. In der Praxis kommen verschiedene Kennzahlen wie zum Beispiel die



(a) geringe Lageabweichungen

(b) große Lageabweichungen

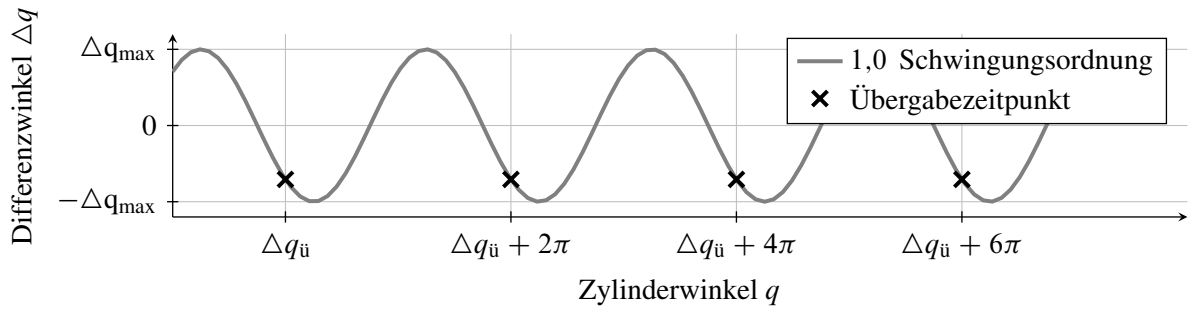
Bild 1.4: Passerkreuz mit übertriebenen Registerabweichungen**Bild 1.5:** Typischer Verlauf eines Umfangspassers zwischen zwei benachbarten Modulen bei einer Erhöhung der Produktionsdrehzahl.

einfache Standardabweichung zur Bewertung der Streuung um den Arbeitspunkt [10, S. 18 ff.], der größte Sprung als größte absolute Differenz zwischen zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Bögen und die Spannweite als Differenz zwischen dem maximalen und den minimalen Wert [64] zum Einsatz. Der Arbeitspunkt der Druckmaschine wird neben der Produktionsdrehzahl von vielen Faktoren beeinflusst. Zum Beispiel kann die Änderung des Erwärmungszustandes der Druckmaschine zu einem geänderten Antriebsleistungsbedarf und damit einhergehend zu einem anderen Umfangsregister führen. Die Änderung des Erwärmungszustandes erfolgt vergleichsweise langsam, so dass in diesem Fall von einem Registerdrift gesprochen wird. Neben Passerschwankungen verursachen auch quasistationäre Verschiebungen während der Beschleunigungsvorgänge unerwünschte Effekte wie Dublieren. Insbesondere können so nach dem Einrichten der Druckmaschine oder bei Wiederanlaufvorgängen (durch die Beschleunigung der druckenden Druckmaschine auf Produktionsdrehzahl) aufgrund unzureichender Druckqualität unbrauchbare Bögen (Makulatur) produziert werden.

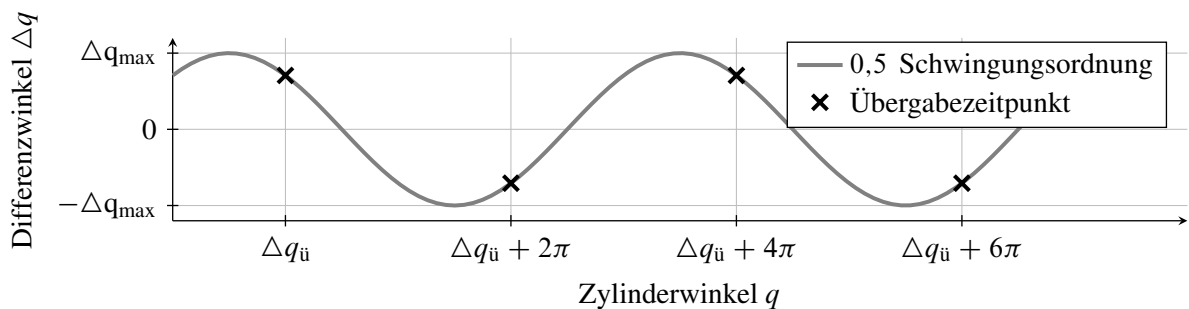
Die hier untersuchten Drehschwingungen im Antriebsstrang wirken sich insbesondere auf den Umfangspasser aus, da sie zu erheblichen Lageabweichungen in Bogenlaufrichtung führen können. Diese relativen Abweichungen der Teilbilder in Umfangsrichtung dürfen beim Mehrfarbendruck einige Mikrometer bis wenige hundertstel Millimeter nicht überschreiten [60, S. 2][31, S. 112][9, S. 347]. Als besonders kritisch sind Schwingungen mit nicht ganzzahliger Ordnung zum Maschinenwinkel und Drehmomentschwankungen mit Vorzeichenwechsel an Orten mit Getriebespiel zu sehen [77]. Hohe Passerabweichungen führen zu unerwünschten drucktechnischen Effekten, wie dem Dublieren [31]. Hierdurch auftretende Schwankungen im Tonwert [10] können wiederum zu unerwünschten Farbschwankungen zwischen hintereinander bedruckten Bögen führen. Ebenfalls kann die druckwerksbezogene Tonwertstabilität – als Maß für die maximale Differenz zum erwarteten Tonwert eines Druckwerks über die Zeit [10] – negativ beeinflusst werden. Ein Überblick über mögliche Lageabweichungen von Antriebsstrangteilen, damit einhergehenden Passerabweichungen und deren drucktechnischen Auswirkungen findet sich in [17, S. 19 f.]. In der vorliegenden Arbeit wird insbesondere die Abweichung benachbarter bogenführender Teile in Bogenlaufrichtung betrachtet, die zu Abweichungen des Passers und des Registers in Umfangsrichtung führen. Eine detaillierte Beschreibung, Modellierung und Simulation dieses Effekts kann beispielsweise aus [55] entnommen werden.

1.1.3 Drehschwingungen im Antriebsstrang

Idealerweise bewegen sich alle Teile des Antriebsstrangs exakt lagesynchron. Prozessbedingte Störungen führen jedoch zu periodischen relativen Lageabweichungen zwischen den einzelnen sich bewegenden Teilen. Diese Lageabweichungen können zu nicht tolerierbaren Abweichungen des Umfangspassers führen. Hierbei sind insbesondere die Winkellageabweichungen benachbarter bogenführender Teile während des Übergabeprozess des Druckbogens von einem bogenführenden Teil zum Nächsten (Übergabepasser) als kritisch einzustufen. Ein aufgetretener Lageversatz beim Greifen des Druckbogens zwischen dem übergebenden und dem übernehmendem Greifersystem bleibt für den restlichen Weg durch die Druckmaschine erhalten und noch zu druckende Teilbilder weisen anschließend einen entsprechenden Positionsfehler auf dem fertigen Druckbogen auf. In ungünstigen Fällen summieren sich die einzelnen Positionsfehler zu einem wesentlich höheren Gesamtfehler. Ist der Versatz bei jedem Bogen gleich, kann dies mit einer bereits erwähnten statischen Korrektur, der Umfangsregisterkorrektur, ausgeglichen werden. Variiert der Versatz (Passer), so lässt sich dies nicht über eine Registerkorrektur kompensieren. Aus diesem Grund kommt den Drehschwingungen mit nicht ganzzahliger Ordnung trotz vergleichsweise kleinen Amplituden eine hohe Bedeutung für die Druckqualität zu, da hier der Umfangspasser zwischen den Druckbogen variiert. Bild 1.6a veranschaulicht den Fall für eine gegebene Reproduzierbarkeit mit einer ganzzahligen Schwingungsordnung. Den Fall einer nicht ganzzahligen Schwingungsordnung zeigt Bild 1.6b. Der Differenzwinkel zu den Übergabezeitpunkten ist im ersten Fall immer gleich und zeigt im zweiten Fall einen Zweierrhythmus, der zum Beispiel durch doppelt große Druckzylinder und Transferter hervorgerufen werden kann, die aufgrund der resultierenden halben Drehzahl auch nicht ganzzahlige Ordnungen erregen können. Verschiedene Erreger sind im Abschnitt 2.2 aufgeführt. Wie stark die Lagesynchronität vom Ideal abweicht hängt von der Erregung und vom



(a) Wiederholgenauer Übergabepasser bei ganzzahliger Schwingungsordnung



(b) Variierender Übergabepasser bei nicht ganzzahliger Schwingungsordnung

Bild 1.6: Beispiel für Auswirkungen von ganzzahligen (a) und nicht ganzzahligen Schwingungsordnungen (b) auf die Winkeldifferenz benachbarter bogenführender Teile [60, S. 3].

Übertragungsverhalten ab. Im Folgenden wird der grundlegende Zusammenhang kurz skizziert. Eine detaillierte Analyse von Störungen erfolgt im Abschnitt 2.2. Auf das Übertragungsverhalten des Antriebsstrangs als mechanischer Reihenschwinger wird im 3. Kapitel eingegangen.

Die amplitudenmäßig größten Störungen im Druckprozess sind periodisch und mit dem Maschinenwinkel verknüpft. Diese dominanten Störungen treten im Frequenzspektrum bei angenommener konstanter Maschinendrehzahl an einzelnen Frequenzstützstellen auf, deren jeweilige Frequenz ein ganzzahliges Vielfaches der Maschinendrehzahl ist, also eine ganzzahlige Ordnung bezogen auf die Maschinendrehzahl besitzt. Daneben existieren auch Erregungen mit einer nicht ganzzahligen Ordnung, die einen hohen Einfluss auf die Druckqualität haben. Prinzipiell nimmt die Amplitude der resultierenden Drehschwingungen mit zunehmender Ordnungszahl ab, da die Erregerspektren zu höheren Frequenzen hin abnehmen und das Übertragungsverhalten der Druckmaschine von einer Störkraft zu einer resultierenden Winkellage allgemein ein Tiefpassverhalten zeigt. Bild 1.7 zeigt die zu einem Störerregerband (graue Fläche) zusammengefassten Störungen. Mit zunehmender Maschinendrehzahl wandert das Störerregerband gemäß der enthaltenen Ordnung auf der Frequenzachse zu höheren Frequenzen hin, was durch die Pfeile im Diagramm angedeutet ist.

Der Antriebsstrang der Druckmaschine besitzt typischer Weise geringe modale Dämpfungswerte unter 10%, womit zugehörige Frequenzgänge ausgeprägte Resonanzüberhöhungen zeigen. Mit steigender Anzahl an verbauten Modulen sinken die Resonanzfrequenzen der modernen Druckmaschine als mechanischer Reihenschwinger hin zu niedrigeren Frequenzen. Bild 1.7 zeigt den

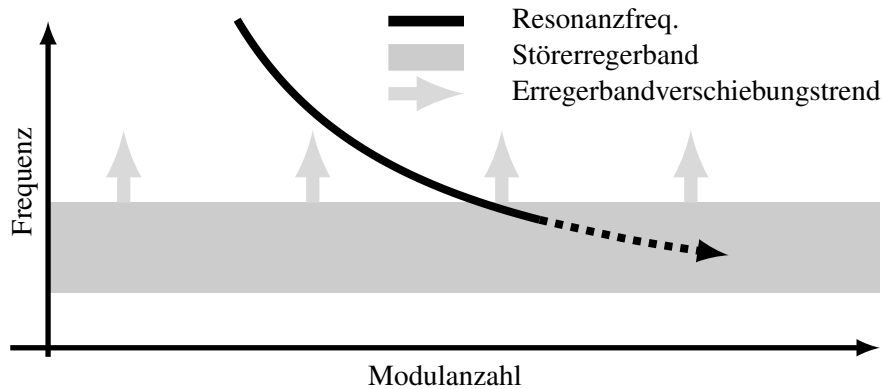


Bild 1.7: Zusammenhang zwischen Modulanzahl, Resonanz- und Erregerfrequenzen

prinzipiellen Verlauf der ersten elastischen Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Modulanzahl (schwarze Volllinie). Auf eine Unterscheidung der Modularten wie Druck-, Lack- oder Transfermodul kann für diese grundlegende Betrachtung – aufgrund der ähnlichen Massenträgheiten und Kopplungen innerhalb des Räderzugs – verzichtet werden. Wird die Druckmaschine immer stärker durch Störungen im Resonanzbereich erregt, so können hohe Lageabweichungen in Abhängigkeit des Erregerorts entstehen, die die Druckqualität negativ beeinflussen. In der Regel liegen die Resonanzfrequenzen der Druckmaschine oberhalb der ersten ganzzahligen Erregerordnungen und die Druckmaschine wird im Resonanzbereich nur unwesentlich erregt.

Der Trend zu immer schnelleren Druckmaschinen verschiebt das relevante Störerregerband immer stärker in die höherfrequenten Resonanzbereiche der Druckmaschine. Zusätzlich nehmen die einzelnen Störampplituden mit steigender Drehzahl zu. Gleichzeitig erhöht sich die Anzahl an Modulen von spezialisierten Druckmaschinen, welche viele verschiedene Arbeitsgänge – wie zum Beispiel das beidseitige Bedrucken, das mehrfache Lackieren und das Aufbringen von Sonderfarben oder Folien auf den Druckbogen – in einem Arbeitsgang durchführen können. Mit zunehmender Modulanzahl verschieben sich die Resonanzfrequenzen der Druckmaschine hin zu niedrigeren Frequenzen und somit immer weiter in das Störerregerband hinein. Des weiteren können Materialeinsparungen aufgrund des hohen Kostendrucks bei der Herstellung von modernen Druckmaschinen die Resonanzfrequenzen zusätzlich herabsetzen. Aus den genannten Gründen resultieren immer stärkere Drehschwingungen des Antriebsstrangs, die eine stärkere Belastung der Zahnräder und Kupplungen hervorrufen, die Gefahr eines Zahnflankenabhebens innerhalb des Räderzugs steigern und zu den genannten Druckqualitätsproblemen führen können [60, S. 4].

Bild 1.8 zeigt typische Amplitudenspektren eines Differenzwinkels von benachbarten Druckmodulen, die im Druckbetrieb bei unterschiedlichen Produktionsdrehzahlen auftreten. Wie dargestellt werden in der Praxis die auftretenden Betriebsschwingungen häufig dreidimensional dargestellt und in die dritte Dimension die Produktionsdrehzahl aufgetragen (Wasserfalldiagramm [31, S. 1106]). Zu erkennen sind die dominanten, winkelabhängigen Störungen, welche sich als Strahlen mit jeweils ganzzahliger Drehzahlordnung zeigen. Insbesondere die zweite und dritte Ordnung zeigen große Amplitudenspitzen, die hier unter anderem auf die starke Störeregung durch den Vorgreifer zurückzuführen sind. Eine Resonanzfrequenz bei ca. 12 Hz ist je nach Produktionsdrehzahl im Verlauf der verschiedenen Strahlen erkennbar. Eine weitere Resonanzfrequenz deutet sich bei ca. 20 Hz

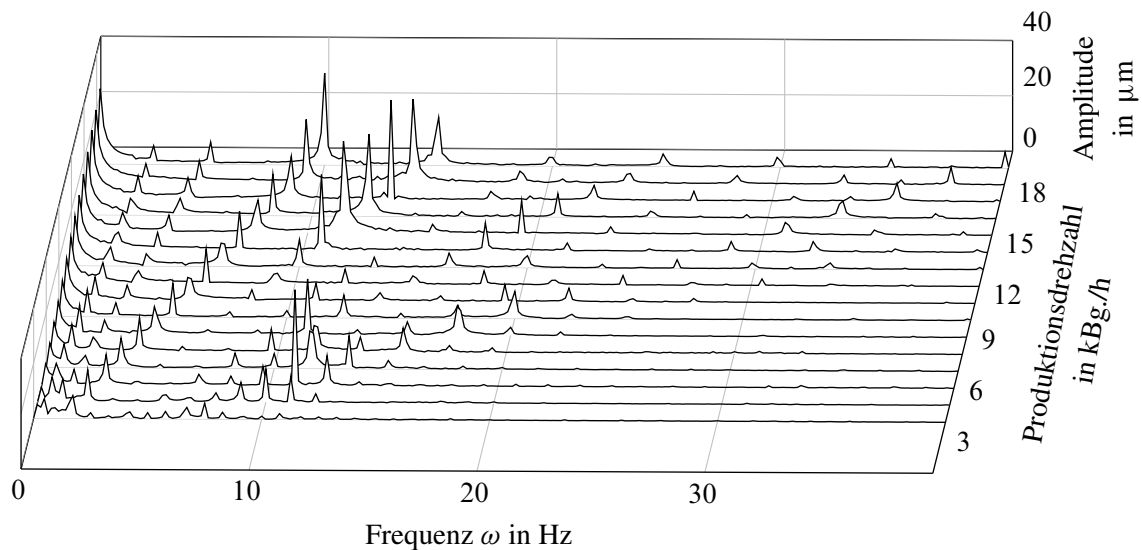


Bild 1.8: Wasserfalldiagramm des Differenzwinkels benachbarter Druckmodule

an. Die großen Amplituden von teilweise über $20 \mu\text{m}$ sind aufgrund der ganzzahligen Ordnung weniger kritisch und gefährden in diesem Fall nicht die Druckqualität, da die Reproduzierbarkeit gegeben ist.

1.2 Literaturübersicht

Das Verfahren des Bogenoffsetdrucks reicht bis zum Anfang des 20. Jahrhunderts zurück. Entsprechend sind diverse Literaturquellen sowie Patentschriften zum Antreiben einer Druckmaschine veröffentlicht. Einen Überblick über Drehschwingungen des Antriebsstrangs in Bogenoffsetdruckmaschinen liefert beispielsweise [56]. Stand der Technik ist es, eine Bogenoffsetdruckmaschine zentral über einen Riementrieb mit einem Hauptantrieb anzutreiben. Zur Regelung der Produktionsdrehzahl wird eine einschleifige PI-Reglerstruktur oder eine leicht modifizierte PI-Reglerstruktur eingesetzt [57, S. 49]. Üblicherweise kommen zur Regelung Winkel- oder Drehzahlsensoren zum Einsatz. Es gibt auch Vorschläge, Drehbeschleunigungssensoren einzusetzen, deren Signal direkt proportional zum angreifenden Drehmoment an der jeweiligen Massenträgheit wäre [84]. Seit Ende des 20. Jahrhunderts wird zunehmend auch an Antriebskonzepten geforscht, die aus mehreren Motoren bestehen. Dahinter steht häufig die Schaffung neuer Funktionalitäten, die beispielsweise Rüstzeiten verkürzen [79] oder die Erhöhung der Druckqualität zum Beispiel durch die Reduzierung von Drehschwingungen innerhalb des Antriebsstrangs [60].

Eine öfters anzutreffende Grundidee besteht darin, mithilfe zusätzlicher Stellglieder – wie zum Beispiel Wirbelstrombremsen, Hilfsmotoren – oder durch bereits vorhandene Stellglieder – wie beispielsweise dem Hauptantriebsmotor – Drehschwingungen zu reduzieren. Die Ansteuerung erfolgt dabei durch die Auswertung von Schwingungssensoren, wie [115, 114, 113] allgemein vorschlagen. Weitere in der Literatur zu findende Vorschläge zur Reduzierung von Drehschwingungen und Lageabweichungen sowie der allgemeinen Regelung einer Bogenoffsetdruckmaschine werden im Folgenden thematisch zusammengefasst aufgeführt.

1.2.1 Eintriebsort und Verteilung der Antriebsleistung

Die meisten Bogenoffsetdruckmaschinen werden mit einem Hauptantriebsmotor angetrieben. Dabei wird die gesamte Antriebsleistung an einem Ort, dem Eintriebsort, in den Antriebsstrang eingespeist. Der Eintriebsort variiert bei heutigen Druckmaschinen und ist unter anderem vom Druckmaschinenhersteller abhängig. Häufiger Eintriebsort ist das erste, das dritte oder ein mittleres Modul. Es existieren auch Druckmaschinen mit einer Aufteilung des gesamten Drehmoments über eine Längswelle auf mehrere Eintriebsorte. Mit diesem zusätzlich konstruktiven Aufwand werden Teile des Antriebsstrangs neben dem Räderzug zusätzlich verbunden und die mechanische Steifigkeit des Antriebsstrangs erhöht [13, S. 255 ff.][78][77]. Dies wirkt sich günstig auf das Schwingungsverhalten und die sich lastabhängig einstellenden statischen Winkeldifferenzen innerhalb des Räderzugs aus [77, S. 111 ff.].

Mit dem Trend zu immer schnelleren Druckmaschinen, der steigenden Modulanzahl von spezialisierten Druckmaschinen und zusätzlichen Funktionen wächst die benötigte Antriebsleistung. Das Einspeisen immer höherer Antriebsleistungen über einen Eintrieb führt zunehmend zu Problemen. Das gesamte Drehmoment fließt über ein Eintriebsritzel auf ein Zahnrad im Räderzug, von dem es sich dann verteilt. Diese Zahnräder sind erheblichen Belastungen ausgesetzt, müssen je nach Antriebsleistung hohen mechanischen Anforderungen genügen und so gegebenenfalls von den restlichen Zahnrädern konstruktiv abweichen. Darüber hinaus können Schwankungen im Drehmomentbedarf der Druckmaschine zu erheblichen Winkeldifferenzen im Antriebsstrang führen, woraus Änderungen des Umfangsregisters resultieren. Solche Schwankungen können durch einen veränderten Erwärmungszustand der Druckmaschine oder eine geänderte Produktionsdrehzahl auftreten. Materialeinsparungen bei modernen Druckmaschinen, die zu einer Reduzierung der mechanischen Steifigkeit des Räderzugs führen, können diesen Effekt verstärken.

Mit einer Verteilung der Antriebsleistung auf mehrere Eintriebsstellen kann auf abweichende Zahnräder im Räderzug verzichtet und das Problem der Änderung des Umfangsregisters aufgrund eines geänderten Drehmomentbedarfs der Druckmaschine vermindert werden. Neben der bereits erwähnten Aufteilung durch eine Längswelle können auch mehrere Motoren an unterschiedlichen Eintriebsorten verwendet werden. Vorschläge für das Antreiben der Druckmaschine mit mehreren Motoren finden sich in zahlreichen Veröffentlichungen wie [109][86][96][94][95][117].

1.2.2 Tilgung und Störkompensation

Die allgemeine Kompensation eines harmonischen Stördrehmoments durch das Einbringen eines harmonischen Gegendrehmoments beschreibt [89]. Dabei wird in Abhängigkeit der Verstärkung im Pfad vom Stellort zur Messstelle bei der betreffenden Frequenz ein kompensierendes Gegendrehmoment berechnet. Da nur ein Signalpfad betrachtet wird, ist eine Verschlechterung beziehungsweise eine Verstärkung der Schwingung an anderer Stelle nicht ausgeschlossen. Dieser Tatsache soll durch die Berücksichtigung der Verstärkung im Übertragungspfad begegnet werden. Fällt die Verstärkung zu niedrig aus, so wird vorgeschlagen keine Kompensation durchzuführen. Liegt die Frequenz der zu kompensierenden Schwingung beispielsweise nahe einer Tilgungsfrequenz des

Systems, so ist die Verstärkung in diesem Pfad klein gegenüber anderen internen Zuständen des mechanischen Systems. Solch ein Effekt, dass für einen bestimmten Systemeingang das System Bewegungen interner Zustände vollführt, die am Systemausgang nicht sichtbar sind, wird in der regelungstechnischen Literatur Nulldynamik genannt [47, S. 193 ff.] und für mechanische Systeme im Abschnitt 3.5 vertieft. Eine aktive Schwingungskompensation kann auch selektiv für relevante harmonische Schwingungen realisiert werden. Insbesondere die störenden Schwingungen mit einer nicht ganzzahligen Ordnung zum Maschinenwinkel lassen sich so reduzieren [32].

Die zum Antreiben verwendeten Elektromotoren können motorwinkelabhängige Drehmoment-schwankungen aufweisen, welche den Antriebsstrang anregen und zu drucktechnischen Problemen führen. Wird dieser Effekt vermessen, kann durch den gleichen Motor direkt ein kompensierendes Gegenmoment eingebracht werden [100]. Auch das Übersetzungsverhältnis des Riementriebs kann variieren, was zu einer weiteren Störrerregung der Maschine führt [41][57]. Die Parametererregung durch starke Schwankungen der Riemensteifigkeit kann theoretisch in bestimmten Drehzahlbereichen zur Instabilität führen, wie [59] zeigt.

Bei der Winkel- und Drehzahlmessung kann es zu winkelharmonischen Messfehlern kommen. Grund hierfür kann zum Beispiel ein zur Rotationsachse exzentrisch montierter Sensor sein. Ein Überblick über Winkelsensoren und deren Fehler gibt [69, S. 334 ff.]. Werden diese fehlerhaften Messsignale direkt für die Regelung der Druckmaschinen verwendet, kann es zu zusätzlichen Erregungen von Drehschwingungen kommen. Wurde der Messfehler einmalig vermessen, so können anschließende Messungen von bestimmten Fehlern befreit werden. Die Auswirkungen solcher Messfehler und die Möglichkeiten einer direkten Fehlerkompensation werden simulativ und messtechnisch in [61] behandelt.

Ändert sich der Drehmomentbedarf der Druckmaschine, so kann es zu störenden mechanischen Verschiebungen innerhalb des Antriebsstrangs kommen. Mithilfe eines statischen Drehmoment-flussmodells können die zu erwartenden statischen Passerdifferenzen (Register) berechnet oder gemessen und anschließend automatisch mit zusätzlichen Umfangsregisterstelleinrichtungen kompensiert werden [96]. Sind die Drehmomentverläufe der einzelnen Module der Druckmaschine bekannt, so kann ein Gesamterregervektor ermittelt werden. Hieraus lässt sich die Erregung einer Schwingungsform berechnen und auf einen Kompensationsort beziehen. Durch das Einbringen der negierten Erregung an den Kompensationsstellen durch einen Motor kann die Erregung einer Schwingungsform kompensiert werden [111]. Die Berechnung kann dabei drehzahlabhängig geschehen, je nachdem, welche erregte Schwingungsform kompensiert werden soll.

Resonanzüberhöhungen können auch durch den Einsatz von Drehschwingungstilgern reduziert werden [8]. Verschiedene Ausführungsbeispiele in Hinblick auf Druckmaschinen finden sich in [104]. Dabei kann die Tilgungsfrequenz auch einstellbar gemacht werden [121].

Eine Methode zur gezielten Kompensation einzelner harmonischer Schwingungen ist aus [90] zu entnehmen. Dabei werden die zu kompensierenden harmonischen Schwingungen in zwei Gruppen aufgeteilt. Die Kompensation der ersten Gruppe, bei der das Kompensationsdrehmoment im Vorfeld berechnet wurde und das Kompensationsdrehmoment beispielsweise mit mechanischen Vorrichtungen erzeugt wird. Diese Kompensation entspricht einer Vorsteuerung. Für die zweite Gruppe wird das Kompensationsdrehmoment mithilfe eines Regelkreises erzeugt.

Die Kompensation von Schwingungen unter Berücksichtigung des Eigenverhaltens der Druckmaschine schlägt [88][8] vor. Dabei sollen ausschließlich maschinenwinkel- und drehzahlabhängige Kompensationsdrehmomente eingebracht werden. Ein Kompensationsdrehmoment kann beispielsweise mit einem elektrischen oder hydraulischen Motor, aber auch durch ein Kurvengetriebe, aufgebracht werden. Aufgrund der einfachen, rein mechanischen Ausführung wird die Verwendung von Kurvengetrieben, die zur Auslenkung von Federn oder Massen führen, vorgeschlagen, um winkel- und winkelbeschleunigungsabhängige Kompensationsdrehmomente zu erzeugen. Der Einbringungsort für das Kompensationsdrehmoment soll dabei mithilfe der Eigenschwingungsformen des Antriebsstrangs gewählt werden.

Eine Vorsteuerung zur lokalen Kompensation von Störreregungen schlägt [103] vor. Hier werden bereits vorhandene Direktantriebe für den Plattenzylinder genutzt, um lokal angreifende Störreregungen durch den Kanalschlag zu kompensieren und einen möglichst lagesynchronen Verlauf zwischen Platten- und Gummituchzylinder zu erreichen. Der Kanalschlag entsteht zum Beispiel durch das Abrollen des Platten- und Gummituchzylinders aufeinander. Beide Zylinder besitzen einen Kanal für die Spannvorrichtung der Druckplatten beziehungsweise des Gummituchs. Während des Überrollvorgangs des Kanals ist der Kontakt zwischen Gummituch und Druckplatte unterbrochen und es kommt zum Kanalschlag, der unter anderem zur Drehschwingungserregung innerhalb des Antriebsstrangs führt. Solch ein Kanalschlag entsteht auch beim Abrollen des Gummituchzylinders auf dem Druckzylinder oder wenn der Kanal des Plattenzylinders an Auftragswalzen vorbei läuft (siehe Abschnitt 2.1). In einer weiteren Ausbaustufe kann das Drehmoment zur Kompensation der Auswirkungen des Kanalschlags auf den Antriebsstrang auch durch eine adaptive Einrichtung gewonnen werden und der Stellsignalverlauf aus einem Regelfehler der Motorregelung erlernt werden [103].

1.2.3 Regelungsstruktur mit mehreren Hauptantriebsmotoren

Das Antreiben der Druckmaschine über einen Eintriebsort führt – aufgrund der dämpfenden Eigenschaften der Druckwerke – zu einer eindeutigen Drehmomentrichtung innerhalb des Antriebsstrangs. Die im Vergleich zum mittleren Antriebsdrehmoment kleinen periodischen Störreregungen führen zu keinem Zeitpunkt zum Wechsel der Drehmomentrichtung während des Druckprozesses und die Zahnflanken liegen stets an. Wird das Antriebsmoment mithilfe mehrerer Hauptmotoren über den Antriebsstrang örtlich verteilt eingespeist, gilt dies nicht mehr allgemein. Hier können die periodischen Störreregungen zum Abheben oder sogar zum Wechsel von Zahnflanken während des Druckprozesses führen und damit einen rapiden Abfall der Druckqualität verursachen.

Eine naheliegende Lösung ist die Verwendung eines Eingrößenreglers zum Einstellen der Maschinendrehzahl, dessen Stellgröße auf mehrere Stellglieder aufgeteilt wird [99]. Die Aufteilung des Antriebsmoments soll dabei so gewählt werden, dass ein Wechsel von Drehmomentrichtungen innerhalb des Räderzugs und ein einhergehendes Abheben von Zahnflanken vermieden wird. Eine zusätzliche Filterung des Drehmomentsollwerts für die einzelnen Motoren schlägt [87] vor, um eine zusätzliche Schwingungsberuhigung zu erreichen. Die Aufteilung der Regelung in einen dynamischen und einen quasistatischen Teil erweitert die Idee [117]. Dabei wird jedem Motor ein

höherfrequentwirkender Regler, der nur lokale Stell- und Messgrößen verwendet, zugeordnet und global ein niederfrequent wirkender Regler vorgesehen. Als lokaler Regler wird ein P-Glied zur Regelung der Drehzahl vorgeschlagen, welcher – aufgrund der kollokierten Mess-Stell-Anordnung (Stell- und Messort sind identisch) – einer zusätzlich mechanisch absolut wirkenden Dämpfung am Stellort entspricht (siehe 5.2 und 5.3). Damit kann das höherfrequente Systemverhalten günstig beeinflusst werden. Der globale niederfrequente Regler kann beispielsweise als I-Glied ausgeführt sein [117]. Die Aufteilung der Stellgröße des niederfrequenten Reglers auf die einzelnen Hauptantriebsmotoren sorgt dabei für die stationäre Genauigkeit und verhindert mit der einzustellenden Aufteilung ein Zahnflankenabheben. Als Vorteil dieses Ansatzes kann die einfache Regelungsstruktur gesehen werden, die sich mit herkömmlichen Stellgliedern ohne großen Mehraufwand realisieren lässt.

Ein weiterer Ansatz, um das Abheben von Zahnflanken zu verhindern, ist die Regelung der Lagedifferenz zwischen den einzelnen Motoren [92, 122, 86]. Durch die Regelung der Lagedifferenz kann eine Verspannung der Zahnräder zwischen den Motoren und dadurch eine dauerhafte Zahnflankenanlage erreicht werden. Nachteilig sind die hohen Anforderungen an die absolute Genauigkeit und die hohen Anforderungen an die zeitgleiche Abtastung der verwendeten Winkelmesssignale zur Berechnung der Lagedifferenzen.

Die Verwendung von Geschwindigkeits- und Positionsreferenzen schlägt [119] vor. Hierbei ist jedem Motor ein Positions- und Geschwindigkeitsregler zugeordnet, die alle den gleichen Referenzwert als Sollwert bekommen. Daneben können Abweichungen von der Referenzposition an jedem Positionsregler individuell eingestellt werden. Die einzelnen Regler werden lokal betrachtet und auf Verkopplungen über den Antriebsstrang wird nicht eingegangen.

Das Verwenden von einem oder mehreren Haupt- oder Hilfsmotoren zum allgemeinen Reduzieren von Drehschwingungen findet sich in [94] und [93]. Dabei wird eine örtlich lokale Wirkung verfolgt und die einzelnen Stellglieder verwenden zur Schwingungsberuhigung nur einzelne, ihnen zugeordnete Messgrößen, welche z.B. in der unmittelbar örtlichen Nähe des Stellorts liegen. Mit der Kopplung der Stellglieder an den Räderzug kann auch eine globale Schwingungsminderung des Antriebsstrangs verfolgt werden [97, 93].

1.2.4 Regelung von mehreren mechanisch entkoppelten Antriebsstrangteilen

Ein Vorschlag, um Drehschwingungen im Antriebsstrang zu reduzieren, ist das Auftrennen der Druckmaschinen in einzelne Module oder mehrere Modulgruppen, welche nicht mehr über Zahnräder miteinander verbunden sind, sondern einzeln angetrieben werden. Die Resonanzfrequenzen der einzelnen Module oder Modulgruppen liegen im Vergleich zur nicht aufgetrennten Druckmaschine in höheren Frequenzbereichen und die prozessbedingten periodischen Störungen, die im unteren Frequenzbereich anregen, verursachen geringere Drehzahlschwankungen. Solche Ansätze finden sich beispielsweise in [110], [109], [118] oder [91]. Für das Antreiben und das Synchronisieren der einzelnen Modulgruppen werden mehrere Motoren benötigt.

Die Dissertation [60] beschäftigt sich mit der Synchronisation der Winkellage an den Trennstellen zwischen einzelnen Modulgruppen. Behandelt wird die gezielte Kompensation von Drehschwingungen mit einem nicht ganzzahligen Vielfachen der Maschinendrehzahl. Diese Schwingungen besitzen im Vergleich zu den ganzzahligen Vielfachen eine wesentlich geringere Amplitude, dennoch haben sie auf die Druckqualität einen entscheidenden Einfluss wie im Abschnitt 1.1.3 erläutert wurde. In der genannten Dissertation werden zwei Kompensationsverfahren vorgestellt und miteinander verglichen. Zum einen die diskrete Schwingungskompensation (DSK), bei der mithilfe eines externen Modells kompensierend wirkende harmonische Stellgrößenschwingungen erzeugt werden. Dieses Verfahren wurde in einer gesteuerten, einer geregelten und einer adaptiven Variante vorgestellt [60, S. 41]. Als zweites Verfahren wurde die Schwingungskompensation mit internem Modell (SKIM) untersucht, bei dem einschleifige Regler mit internem Störmodell die Störung in einem geschlossenen Regelkreis kompensieren [60, S. 79]. Dieses Verfahren ist in der Literatur als Inneres-Modell-Prinzip bekannt [48, S. 188 ff.]. Die behandelten Schwingungskompensationsverfahren werden ausschließlich für die Trennstellen betrachtet und deren gegenseitige Beeinflussung vernachlässigt. Der Dissertation sind auch die Patente [91, 106, 107, 108] zuzuordnen.

1.2.5 Verwendung von zusätzlichen Hilfsmotoren

Zusätzlich zu den Hauptantriebsmotoren zur Drehzahlregelung können weitere Hilfsmotoren zur Reduzierung von Betriebsschwingungen eingesetzt werden. Zum Beispiel können zwei Motoren an den Rändern des Räderzugs positioniert und mit deren Hilfe die Eigenfrequenz des System in einen höherfrequenten und damit unkritischeren Bereich verschoben werden. Dies kann durch die elektrische Nachbildung einer mechanischen Feder zwischen den Rändern geschehen [85]. Zur zusätzlichen Steifigkeit kann analog auch eine zusätzliche Dämpfung vorgesehen werden. Die entnommene Leistung zur Dämpfung der Druckmaschine wird vom Hauptantrieb zusätzlich aufgebracht und kann mithilfe moderner Leistungselektronik zum Hauptantrieb zurückgeführt werden. Ein Nachteil stellen dabei die relativ hohen Anforderungen an die Winkelsensorik dar, um beispielsweise eine mechanische Feder mithilfe der zusätzlichen Motoren nachzubilden.

Das elektrische Bremsen an geeigneten Stellen kann ebenfalls vorteilhaft sein. Wird ein Hilfsmotor beziehungsweise ein Generator zum Bremsen an einem oder an beiden Enden des Räderzugs positioniert, so kann dies zusätzlich dämpfenden Einfluss auf das Eigenverhalten der Druckmaschine haben und einem möglichen Zahnflankenabheben entgegen wirken [102]. Weitere Vorteile können sich ergeben, wenn die Bremskraft abhängig vom Zustand der Druckmaschine gewählt wird, wie [101] darlegt. Beispielsweise kann mit einer Reduzierung der Bremskraft für höhere Produktionsdrehzahlen eine Verringerung von Umfangsregisteränderungen durch Drehzahländerungen erreicht werden. Ebenso kann es vorteilhaft sein, die Bremskraft so zu wählen, dass an einem Ort innerhalb des Räderzugs ein näherungsweise konstantes Drehmoment übertragen wird, wie [112] ausführt. Eine platzsparende und kostengünstige Variante stellt der Einsatz von hydraulischen Pumpen dar [120]. Diese können als mechanisch viskose, absolut wirkende Dämpfung angesehen werden. Jedoch wandelt die hydraulische Pumpe einen Teil der vom Hauptantrieb eingebrachten Antriebsleistung direkt in Wärme um und verschlechtert somit den elektrischen Wirkungsgrad beim Antreiben der Druckmaschine.

1.3 Problemstellung und Ansatz

Die zunehmend höherfrequenten und in der Amplitude steigenden Erregungen des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen führen zu wachsenden Drehschwingungsproblemen, die die Druckqualität gefährden. Insbesondere bei spezialisierten Druckmaschinen mit dem Trend zu immer niedrigeren Resonanzfrequenzen verschärft sich die Problematik zusätzlich. Gleichzeitig rufen steigende Antriebsdrehmomente weitere Probleme bei heutigen Lösungen mit einem Eintriebsort in den Räderzug hervor. Die Probleme werden in dieser Arbeit regelungstechnisch wie auch antriebstopologisch untersucht und Lösungen aufgezeigt.

In der Vergangenheit wurde die Produktionsdrehzahl im Wesentlichen mit einem Hauptantrieb durch einen einschleifigen PI-Regler eingestellt. Die Positionierung des Eintriebsorts für den Hauptantrieb erfolgt zum Beispiel aus mechanischen Überlegungen, um das von den Zahnrädern übertragene Drehmoment zu minimieren, oder immer gleich wie zum Beispiel im ersten Modul. In dieser Arbeit werden erstmals systematisch Motorpositionen im Hinblick auf die aktive Schwingungsdämpfung und die Reduktion von Passerschwankungen untersucht.

Bei der Regelung des Antriebsstrangs der Druckmaschine liegt neben dem eigentlichen Einstellen der Produktionsdrehzahl das Hauptaugenmerk auf der Reduzierung von Differenzwinkeln zwischen bogenführenden Teilen im Antriebsstrang. Hierzu wird eine Systemanalyse in Hinblick auf das Drehschwingungsverhalten und der Schwingungsursachen des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen durchgeführt. Zur Regelung und Reduktion von Differenzwinkelschwankungen werden Mehrgrößenreglerstrukturen entworfen und deren Reglerparameter durch Minimierung von Systemnormen im Frequenzbereich gewonnen. Dabei wird insbesondere die Dämpfung von Übertragungspfaden von relevanten Störeingängen auf Differenzpositionen benachbarter bogenführender Teile mit verschiedenen Antriebs- und Messkonfigurationen systematisch untersucht. Daneben wird auch die Schwingungsreduzierung durch eine Störgrößenkompensation mittels eines Störbeobachters betrachtet.

Eine weitere Problematik stellt die im Vergleich zu den Resonanzfrequenzen langsame Änderung oder Schwankung des Umfangsregisters durch oder während einer Drehzahländerung oder eine Änderung des Temperaturzustands der Druckmaschine dar. In dieser Arbeit wird erstmals ein Verfahren vorgestellt, dass mithilfe von mehreren Antriebsmotoren das gesamte Antriebsdrehmoment variabel auf den Antriebsstrang örtlich verteilt einspeist, um Differenzwinkeländerungen entgegenzuwirken und das Umfangsregister möglichst konstant zu halten. Die variable Aufteilung des Antriebsdrehmoments erlaubt im Gegensatz zur fixen Aufteilung durch eine Längswelle eine weitreichende Reduzierung der statischen wie auch dynamischen Verschiebungen innerhalb des Räderzugs, womit Schwankungen im Umfangsregister minimiert werden können.

Zur Überprüfung der vorgestellten Lösungsansätze wurde ein Versuchsaufbau aufgebaut, dessen mechanische Struktur dem Antriebsstrang einer Bogenoffsetdruckmaschine nachempfunden ist. Die verschiedenen Antriebstopologien und Regelungsstrukturen, deren Realisierung an einer originalen Druckmaschine aus Kosten- und Zeitgründen nicht möglich war, werden am Versuchsaufbau experimentell verifiziert.

1.4 Struktur der Arbeit

Nach der Einführung beginnt die Arbeit mit der Modellbildung und den für Bogenoffsetdruckmaschinen typischen Störmechanismen im 2. Kapitel. Nach der Vorstellung der mechanischen Struktur des Antriebsstrangs folgt die Modellierung des Antriebsstrangs, die zu einem Modell in der Zustandsraumdarstellung führt.

Darauf aufbauend wird im 3. Kapitel eine Systemanalyse durchgeführt. Hier werden die wesentlichen Systemeigenschaften und deren Bedeutung behandelt. Es folgen Möglichkeiten zur Bewertung des Systems im Sinne einer Reduktion von relevanten Drehschwingungen, welche im weiteren Verlauf immer wieder zur Bewertung von Regelungen herangezogen werden.

Nach der theoretischen Modellbildung und Systemanalyse wird auf die experimentelle Parameteridentifikation im 4. Kapitel eingegangen. Hierzu werden die Sensitivität und die Identifizierbarkeit von Modellparametern eingeführt. Die Identifikation erfolgt in drei Schritten: der Ermittlung von nicht parametrischen Frequenzgängen, der Experimentellen Modalanalyse und der Identifikation von mechanischen Parametern.

Anschließend werden verschiedene Strukturen zur Regelung mit zunehmender Komplexität im 5. Kapitel erarbeitet und die wesentlichen Eigenschaften diskutiert. Angefangen vom weit verbreiteten einschleifigen PI-Regler wird diese Reglerstruktur sukzessive bis hin zum PI-Mehrgrößenregler erweitert. Das Finden günstiger Reglerparameter für die erarbeiteten Reglerstrukturen wird im 6. Kapitel, dem Reglerentwurf, behandelt. Dabei werden verschiedene Entwurfsverfahren vorgestellt und entscheidende Entwurfskriterien diskutiert.

Am Ende der Arbeit steht ein praktisches Entwurfsbeispiel für einen Zehnmassenschwinger (Versuchsaufbau) im 7. Kapitel. Hier wird die Anwendbarkeit der Identifikationsmethoden, der Regelungsstrukturen und der Entwurfsverfahren an einem realen System gezeigt. Verschiedene vorgestellte Konzepte wurden dazu getestet, die Ergebnisse diskutiert und mit den Erwartungen aus den vorherigen Kapiteln verglichen. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick im 8. Kapitel.

2 Modellbildung

Die vielen Kombinationsmöglichkeiten verschiedener Module zu einer Druckmaschinenkonfiguration machen eine experimentelle Modellbildung zu jeder möglichen Konfiguration praktisch unmöglich. Für einen modellbasierten Reglerentwurf wird jedoch ein passendes Modell zur Konfiguration benötigt. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel ein physikalisches Modell zur Beschreibung des Drehschwingungsverhaltens vom Antriebsstrang erstellt, bei dem die modulare Struktur erhalten bleibt und so eine Anpassung an die jeweilige Maschinenkonfiguration erlaubt. Am Ende dieses Kapitels steht ein lineares Mehrkörpersystem (MKS), welches als Zustandsraummodell angegeben wird.

2.1 Mechanische Struktur

Der schematische Aufbau eines Druckmoduls aus den einzelnen rotierenden Teilen kann dem Bild 2.1 entnommen werden. In der Seitenansicht (im Bild links) ist das Transfererzahnrad (TR), das Druckzylinderzahnrad (DR), das Gummituchzylinderzahnrad (GR), das Plattenzylinderzahnrad (PR) und das Ersatzzahnrad (ER) als Zusammenfassung aller Zahnräder vom Feucht- und Farbwerk gezeigt. Die Zahnräder bilden den Räderzug und verbinden die einzelnen rotierenden Teile formschlüssig. Diese Verbindungen sind aufgrund vorhandener Elastizität mechanisch nachgiebig, zum Beispiel durch das Verbiegen der Zahnräder in axialer Richtung aufgrund der Schrägverzahnung.

In der Bildmitte (Vorderansicht) sind die aufeinander abrollenden rotierenden Teile gezeigt. An den Kontaktstellen entsteht jeweils eine reibschlüssige Verbindung, die den Druckzylinder (DZ) mit dem Gummituchzylinder (GZ), den Gummituchzylinder mit dem Plattenzylinder (PZ) und den Plattenzylinder mit dem Ersatzzylinder (EZ) als Zusammenfassung von Farb- und Feuchtwerkswalzen inklusive der Farb- und Feuchtauftragswalzen verbindet. Diese reibschlüssigen Verbindungen werden in einem bestimmten Winkelintervall durch eine mechanische Aussparung in Umfangsrichtung (Kanal) im Platten-, Gummituch- und Druckzylinder unterbrochen. Die rechte Seite im Bild zeigt die Zylinder und den Transferer in der Seitenansicht. Hier sind die Kanäle in den einzelnen Zylindern und die Schnittlinie für die Vorderansicht in der Bildmitte dargestellt. In dem hier gezeigten Druckmodul sind der Transferer und der Druckzylinder doppelt so groß wie der Platten- und Gummituchzylinder und transportieren pro Umdrehung zwei Druckbögen. Der Transferer (TF) übergibt zu einem bestimmten mechanischen Winkel den Druckbogen zum Druckzylinder, wodurch eine kurze zusätzliche kraftschlüssige Verbindung neben der formschlüssigen Zahnradverbindung (DR-TR) entsteht. Weiterhin sind die Schmitzringe (SR) an den Stirnseiten des Platten- und Gummituchzylinder gezeigt. Diese aufeinander abrollenden Laufringe stellen ebenfalls eine reibschlüssige Verbindung dar, die jedoch nicht durch einen Kanal unterbrochen wird. Ebenfalls in der Vorderansicht zu erkennen sind links die Wellenzapfen, welche die Zylinder und

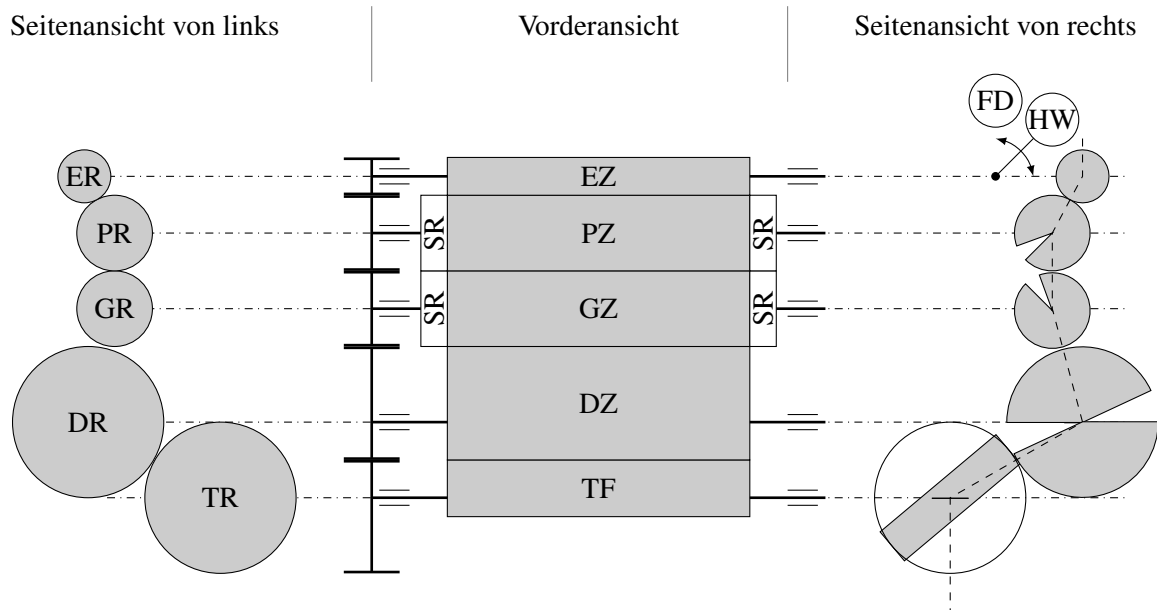


Bild 2.1: Mechanische Kopplungen innerhalb eines Druckmoduls

den Transferter mit dem Zahnräderzug nachgiebig verbinden. Diese Nachgiebigkeit entsteht unter anderem aus der Torsionssteifigkeit der Welle und der radialen Steifigkeit wegen des Verbiegens des Wellenzapfens aufgrund der zu übertragenden Drehmomente.

Im oberen Teil der rechten Bildseite ist zusätzlich die Farbduktorwalze (FD) mit der zugehörigen Heberwalze (HW) gezeigt, welche nicht durch den Räderzug angetrieben werden. Die Heberwalze wird zyklisch an die langsam drehende Farbduktorwalze und an das vergleichsweise schnell drehende Farbwerk (EZ) geschwenkt und transportiert so diskontinuierlich Druckfarbe von der Farbduktorwalze ins Farbwerk. Durch diese Hebertaktung wird die Heberwalze zyklisch durch den entstehenden reibschlüssigen Kontakt auf die Farbwerksdrehzahl beschleunigt oder auf die Farbduktorwalzendrehzahl abgebremst. Insbesondere das Beschleunigen bei der Berührung mit dem Farbwerk führt zu einem Drehmomentimpuls, den sogenannten Heberschlag, der sich störend auf den Antriebsstrang auswirkt.

2.1.1 Ein Hauptantriebsmotor

Stand der Technik ist es, die Druckmaschine mit einem Hauptantriebsmotor anzutreiben, der über einen Riementrieb an den Antriebsstrang angebunden ist. Die mechanische Struktur des Druckmaschinenantriebsstrangs ist beispielhaft in Bild 2.2 gezeigt. Zu erkennen sind die fünf Druckmodule (DM1, DM2, WM3, DM4 und DM5), das Lackmodul (LM6), die Ersatzträgheit des Auslegers (AU) und das im Druckmodul drei angreifende Hauptantriebsmodul (HM) sowie die innere Struktur der einzelnen Module. Das dritte Modul ist als Wendedruckmodul (WM3) ausgeführt, was zu keiner strukturellen Änderung führt. Der Anleger spielt beim Drehschwingungsverhalten eine untergeordnete Rolle und ist daher nicht gezeigt. Die einzelnen Zylinder, Walzen und Zahnräder sind gegenüber den elastischen Kopplungen, wie Zahnräder und Wellen, steif und

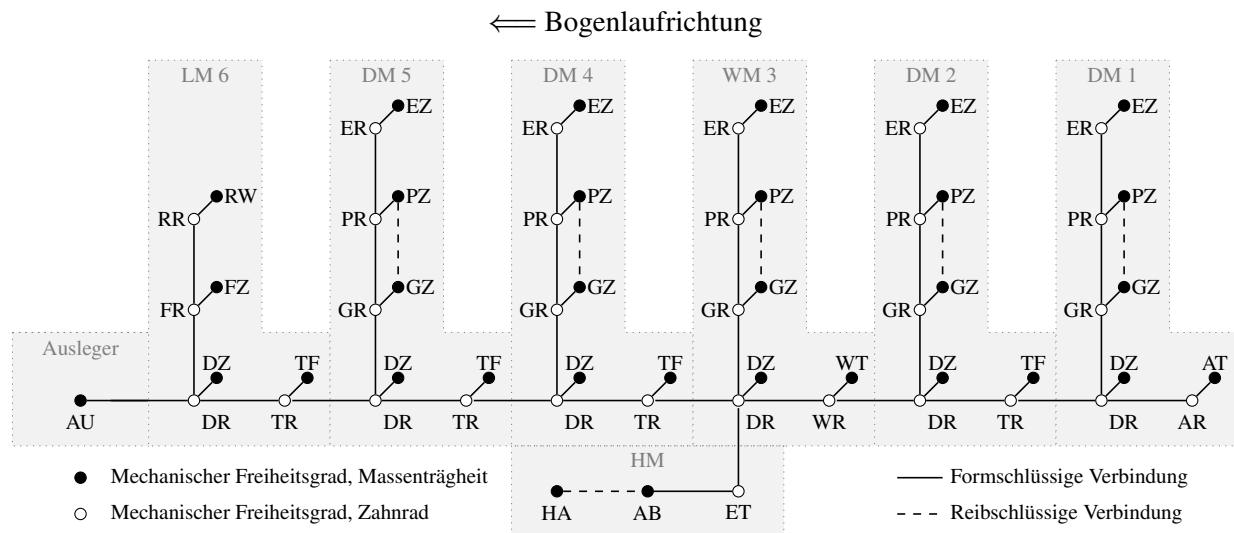


Bild 2.2: Mechanische Struktur mit einem Hauptantriebsmodul
(ohne abs. Dämpfung und ohne Abrollkontakt zwischen Walzen und Zylindern)

wurden daher jeweils als konzentrierte Massenträgheiten (Punkt) modelliert. Dargestellt sind die einzelnen formschlüssigen Verbindungen (Volllinie) durch Zahnradverbindungen oder Wellen und die reibschlüssigen Verbindungen (Strichlinie) des Riementriebs zwischen Hauptantrieb mit Riemenantriebsrad (HA) und Riemenabtriebsrad (AB) sowie des Schmitzringkontakts zwischen den Platten- und Gummituchzylindern. Vernachlässigt sind die reibschlüssigen Verbindungen zwischen den Walzen und Zylindern, welche durch den Kanal winkelabhängig unterbrochen werden. Die einzelnen Zahnräder (○-Symbol) bilden den Räderzug, welcher die einzelnen Massenträgheiten (●-Symbol) verbindet. Das Hauptantriebsmodul besteht aus der Trägheit des Hauptantriebsmotors mit der Riemenantriebsscheibe (HA), aus der Riemenabtriebsscheibe (AB) und dem Eintrieb (ET). Im Druckmodul eins (DM1) ist der Transferer und dessen Zahnrad durch die Anlagetrommel (AT) mit dem Anlagetrommelzahnrad (AR) ersetzt. Beim Wendedruckmodul (WM3) ist der Transferer und das zugehörige Zahnrad durch die Wendetrommel (WT) und das Wendetrommelzahnrad (WZ) ersetzt, welches eine Bogenwendung im Druckbetrieb erlaubt. Am linken Ende der mechanischen Struktur steht die Ersatzmassenträgheit des Auslegers (AU).

Die Massenträgheiten lassen sich im Vergleich zu anderen mechanischen Parametern mit hoher Genauigkeit aus den Konstruktionszeichnungen mit CAD-Programmen ermitteln und sind im Wesentlichen konstant. Die Steifigkeiten der formschlüssigen Verbindungen lassen sich aus Versuchen ermitteln und besitzen eine geringe Individualstreuung. Die reibschlüssigen Verbindungen lassen sich nur grob aus Versuchen ermitteln und unterliegen größeren Einflussfaktoren wie beispielsweise der Temperatur. Auf die Identifikation der mechanischen Parameter wird im 4. Kapitel eingegangen.

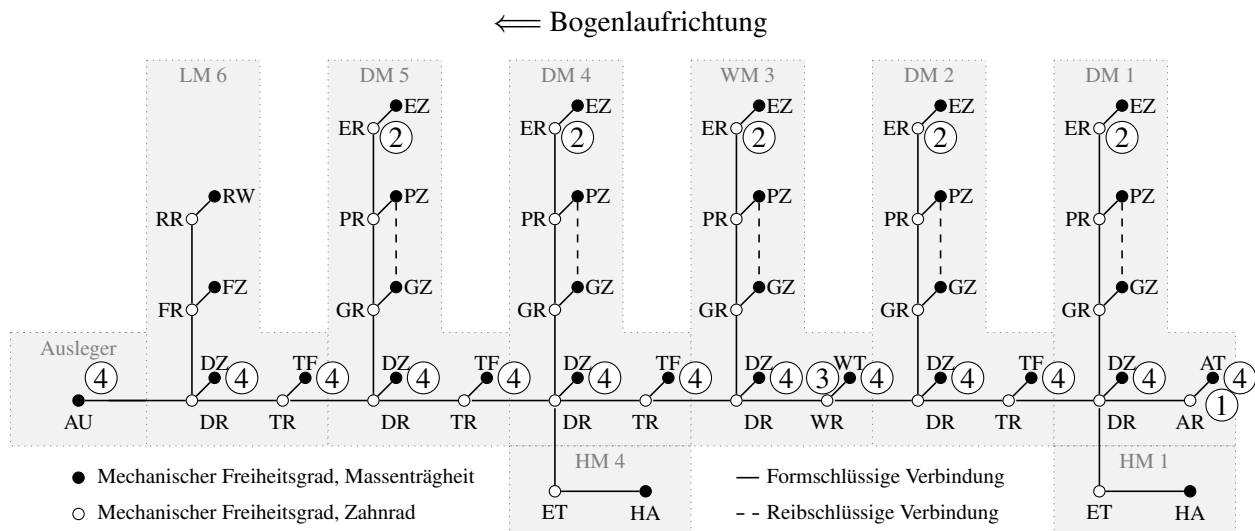


Bild 2.3: Mechanische Struktur mit zwei Hauptantriebsmodulen und eingezeichneten Störrergerorten (Ziffern) (ohne abs. Dämpfung und ohne Abrollkontakt zwischen Walzen und Zylindern)

2.1.2 Mehrere Hauptantriebsmotoren

Neben dem Antreiben der Druckmaschine durch einen Hauptantriebsmotor wird in dieser Arbeit auch die Möglichkeit des Antreibens durch mehrere Hauptantriebsmotoren untersucht. Hierfür entfällt das Antriebsmodul mit Riementrieb und die Hauptantriebsmotoren sind vorzugsweise mechanisch steif an den Räderzug angebunden. Praktisch lässt sich das Mehrmotorenantriebskonzept mit langsam laufenden, hochpoligen Motoren (Torquemotor) realisieren, die durch ein steifes einstufiges Stirnradgetriebe mit dem Räderzug formschlüssig verbunden sind [95]. Bild 2.3 zeigt beispielhaft eine Druckmaschine mit zwei Hauptantriebsmotoren. Zusätzlich sind die Orte von wesentlichen Störrägern aus der Tabelle 2.1 (Seite 25) eingezeichnet (eingekreiste Ziffern). Folgende Vorteile lassen sich durch einen Mehrmotorenantrieb gegenüber der standardmäßigen Einmotorlösung mit Riementrieb erreichen:

- Eine gegenüber dem Riementrieb vergleichsweise steife Anbindung des Motors zum Räderzug. Hierdurch kann durch die Antriebsregelung auch das Schwingungsverhalten in höheren Frequenzbereichen beeinflusst werden.
- Die benötigte Antriebsleistung für die Druckmaschine wird örtlich verteilt in den Räderzug eingebracht. Durch die Aufteilung können örtliche Überlastungen der Zahnradpaarungen vermieden werden, bzw. konstruktive Gegenmaßnahmen, wie breitere Zahnräder oder der Einsatz hochwertiger Materialien an den Eintriebsstellen, entfallen.
- Der Drehmomentfluss im Räderzug kann durch Änderung der Aufteilung der Antriebsdrehmomente an den verschiedenen Eintriebsstellen beeinflusst werden. Damit können unerwünschte statische Verschiebungen bogenführender Teile (Umfangsregisterdrift) verringert werden. Eine solche Steuer- oder Regelung der Drehmomentaufteilung wäre auch mit einer zusätzlichen Längswelle nicht möglich.

- Im Allgemeinen ist die Schwingungsdämpfung mit örtlich verteilten Stellgliedern vorteilhaft, da die Gefahr in einem Schwingungsknoten einzutreiben praktisch entfällt. Vielmehr kann der Stellort auch nach regelungstechnischen Gesichtspunkten zur Schwingungsdämpfung gewählt werden.
- Stellglieder können in örtlicher Nähe zu relevanten Störereignissen platziert werden. Damit ist eine lokale Kompensation der Störungen möglich und eine Schwingungserregung des restlichen Antriebsstrangs wird vermieden.
- Der Antriebsleistungsbedarf der diversen Druckmaschinenkonfigurationen kann entgegen den vielen verschiedenen Motorbaugrößen bei der Einmotorlösung durch die Kombination weniger Motorgrößen abgedeckt werden. Damit kann die Lagerhaltung reduziert und mögliche Skaleneffekte aufgrund der höheren Motorstückzahlen genutzt werden.

Nachteile und Risiken des hier favorisierten Mehrmotorenantriebskonzepts sind:

- Eine Anpassung der Motorbemessungsdrehzahl an die maximale Maschinendrehzahl über eine vergleichsweise einfache Änderung des Übersetzungsverhältnisses des Riementriebs ist nicht mehr möglich. Die maximale Maschinendrehzahl hängt dadurch stärker von den Motorbemessungsdrehzahlen ab. Moderne Frequenzumrichter-technik erlaubt jedoch auch bei permanent erregten Synchronmaschinen als Hauptantriebsmotoren einen Feldschwächungsbetrieb oder das Anheben der Zwischenkreisspannung über den Gleichrichtwert der Netzspannung hinaus, wodurch eine moderate Drehzahlanpassung der Motoren auf elektronischem Weg möglich ist, was den Nachteil zulasten des dauerhaft möglichen Antriebsdrehmoments der Motoren reduziert.
- Das Risiko eines Zahnflankenabhebens erhöht sich durch das verteilte Eintreiben und muss entsprechend berücksichtigt werden.
- Das niedrige Übersetzungsverhältnis von einer einstufigen Zahnradstufe führt zu niedrigen Motorbemessungsdrehzahlen. Die mechanische Baugröße der Elektromotoren bei gleicher Leistung steigt prinzipiell mit sinkender Bemessungsdrehzahl [6, S.211]. Mit der mechanischen Baugröße steigt auch der Motorpreis. Dem gegenüber steht jedoch der Wegfall eines teuren Getriebes mit höherer Übersetzung (Riementrieb).
- Mit der mechanisch steiferen Motoranbindung steigt die Gefahr, dass motorseitige Störungen wie beispielsweise Drehmomentrippel der Motoren sich stärker auf den Räderzug übertragen und dies zu zusätzlichen Schwingungen im Antriebsstrang führt.

2.2 Störerregungen

In der Druckmaschine existiert eine Vielzahl an Störerregern, deren Störungsverlauf meist mit dem Winkel eines rotierenden Teils aus dem Antriebsstrang verknüpft ist. Zur vereinfachten Betrachtung wird in diesem Abschnitt der Antriebsstrang als starr angenommen und im Weiteren der Maschinenwinkel φ verwendet, der die eintourige Winkellage des Antriebsstrangs global beschreibt. Innerhalb einer Umdrehung des eintourigen Maschinenwinkels wird ein Druckbogen erzeugt. Die Druckmaschine wird bei der Produktion mit einem festen Produktionsdrehzahlsollwert betrieben und die tatsächliche Drehzahlabweichung ist gegenüber dem Drehzahlsollwert gering, so dass die tatsächliche Drehzahl als konstant $\dot{q} = \Omega = \text{const.}$ angenommen werden kann. Mit der eintourigen Maschinenperiode t_p und der winkelabhängigen Erregung der Druckmaschine folgen daraus periodische Störerregungen mit einem diskreten Frequenzspektrum. Viele Störerregungen haben eine Periodendauer von einer Maschinenperiode. Daraus ergeben sich im Störerregerspektrum nur Frequenzanteile mit einem ganzzahligen Vielfachen der Produktionsdrehzahl Ω , wie zum Beispiel bei der Störerregung, die durch den Kanaldurchlauf (Kanalschlag) zwischen Platten- und Gummituchzylinder entsteht. Darüber hinaus entstehen Störerregungen mit subharmonischen Anteilen, wie beispielsweise mit doppelter Periodendauer, die von den doppelt großen Druckzylindern und Transfertern stammen, oder der dreifachen Periodendauer, welche zum Beispiel vom Heberschlag hervorgerufen werden. Durch die Anbindung des Hauptantriebs an den Räderzug durch einen Riementrieb werden periodische Erregungen hervorgerufen, deren Periodendauer unter anderem vom Übersetzungsverhältnis, der Riemenumlaufdauer t_R und des internen Aufbaus der Hauptantriebsmotoren abhängen. Aufgrund des Riemenschlupfs können die einzelnen Faktoren leicht schwanken und es lässt sich kein fester Bezug zum Maschinenwinkel angeben. Neben den periodischen existieren keine weiteren Erregungen, die zu wesentlichen Schwingungen im Antriebsstrang führen. Als wichtiges Merkmal zur Unterscheidung periodischer Erregungen dient die zugehörige Grundfrequenz, die entweder einen ganzzahligen oder einem nicht ganzzahligen Vielfachen der Maschinendrehzahl entspricht.

Weiterhin kann die Störerregung in die Arten Federkraftherregung, Massenkraftherregung und sonstige Erregungen eingeteilt werden. Zu den Federkraftherregungen zählen beispielsweise die Greifersysteme, die mit Federkraft den Druckbogen greifen und deren Massenträgheiten im Hinblick auf die Rückwirkung auf den Antrieb vernachlässigt werden können. Das Öffnen und Schließen der Greifer erfolgt über Kurvenscheiben die an den Antriebsstrang gekoppelt sind, wodurch entsprechend dynamische Drehmomentverläufe als Rückwirkung auf den Antriebsstrang wirken. Die Energie zum Öffnen oder zum Schließen der Greifer ist weitestgehend drehzahlunabhängig und das Stördrehmoment ist nur vom aktuellen Maschinenwinkel φ abhängig. Ein Drehmomentverlauf von Greifersystemen wird beispielsweise in [8] gezeigt. Eine weitere Störquelle stellen die Beschleunigungsvorgänge von Massenträgheiten dar. Mithilfe von ungleichförmig übersetzenden Getrieben wie Kurvenscheiben werden Massen beschleunigt und abgebremst. Die benötigte Energie ist dabei quadratisch von der Geschwindigkeit, beziehungsweise von der Maschinendrehzahl Ω^2 , abhängig. Solch einen Störerreger stellt der Vorgreifer dar, dessen Stördrehmomentverlauf für zwei Beispiele in [77, 78] zu finden ist. Darüber hinaus existieren noch sonstige Erregungen wie der Heberschlag, der bei einem bestimmten Maschinenwinkel einsetzt. Dieser Beschleunigungsvorgang

Tabelle 2.1: Relevante Störerreger

Symbol	Ursache	Relevanz	Periodendauer	Amplitude	Ort
①	Vorgreiferbeschleunigung	sehr hoch	t_p	$\sim \varphi, \Omega^2$	DM1
②	Heberbeschleunigung (Heberschlag)	hoch	$3 \times t_p$	$\sim \varphi, \Omega^2$	DM
③	Wendetrommelmechanik	hoch	t_p	$\sim \varphi, \Omega^2$	WM
④	Greifermechanik	hoch	t_p	$\sim \varphi$	DZ/TF/AU
	Riementrieb	hoch	t_R	$\sim \Omega^2$	HM
	Exzentrische Riemenabtriebsscheibe	mittel	$< t_p$	$\sim \varphi, \Omega^2$	HM
	Exzentrische Riemenantriebsscheibe	mittel	$\ll t_p$	$\sim \Omega^2$	HM
	Exzentrischer Eintrieb	mittel	$t_p/n, n \in \mathbb{N}$	$\sim \varphi, \Omega^2$	HM
	Kanalschlag PZ-GZ (GZ)	mittel	t_p	$\sim \varphi, \Omega, \Omega^2$	DM
	Kanalschlag GZ-DZ	mittel	$2 \times t_p$	$\sim \varphi, \Omega, \Omega^2$	DM
	Verreibbewegung von Reiberwalzen	gering	$2 \times t_p$	$\sim \varphi, \Omega$	DM
	Drehmomentwelligkeit Hauptmotor	gering	$\ll t_p$		HM
	Zahnradexzentrizität, DR und TR	gering	$2 \times t_p$	$\sim \varphi, \Omega^2$	DR/TR
	Druckzylinderunwucht	gering	$2 \times t_p$	$\sim \varphi$	DZ
	Saugkopf und Saugbändertisch	gering	t_p	$\sim \varphi, \Omega, \Omega^2$	AN
	Zahneingriff, DR/TR/PR/ET etc.	sehr gering	$\lll t_p$	$\sim \varphi$	RZ

ruft ein impulsartiges Stördrehmoment hervor, welches von vielen Randparametern wie Druckfarbe, Temperatur, Maschinendrehzahl etc. abhängt.

Die Tabelle 2.1 führt einige Störmechanismen mit einer Einschätzung der Relevanz als Drehschwingsverursacher im Antriebsstrang auf. Zusätzlich sind die zugehörige Periodendauer und die Amplitudenabhängigkeit soweit möglich angegeben.

Ein wesentlicher Verursacher von Drehschwingungen ist der Vorgreifer. Das liegt an den vergleichsweise hohen Erregeramplituden bei hohen Drehzahlen ($\Omega > 4 \text{ Hz}$) und an dem Störort, an dem relevante Resonanzfrequenzen gut erregt werden können (siehe Kapitel 3). Hinzu kommt insbesondere bei Druckmaschinen mit vielen Modulen die Gefahr, dass bei bestimmten Maschinendrehzahlen Erregerordnungen mit hoher Amplitude mit einer Resonanzfrequenz zusammenfallen können. Aus diesen Gründen wird die Vorgreifererregung näher betrachtet. Der Vorgreifer besteht aus einer Schwinde, an deren Kopf Greifer befestigt sind, die den liegenden Bogen am Anlagetisch greifen und auf Maschinengeschwindigkeit beschleunigen. Der Schwingwinkel des Vorgreifers $\varphi_v = \varphi_v(\varphi)$ wird in der Regel durch eine Kurvenscheibe vorgegeben, welche am Antriebsstrang betrieben wird. Dadurch ist die Schwingbewegung in Abhängigkeit vom Maschinenwinkel $\varphi = \Omega t$ bekannt und das maschinenwinkelabhängige Stördrehmoment $f_v = f_v(\varphi)$ kann berechnet werden. Hierzu wird der Schwingwinkel nach dem Maschinenwinkel abgeleitet

$$\varphi'_v = \frac{d\varphi_v}{d\varphi} \quad \text{und} \quad \varphi''_v = \frac{d^2\varphi'_v}{d\varphi^2}.$$

Mit der konstanten Maschinenwinkelgeschwindigkeit $d\varphi/dt = \Omega = \text{const.}$ lässt sich die Schwinggeschwindigkeit $\dot{\varphi}_V$ und die Schwingbeschleunigung $\ddot{\varphi}_V$

$$\dot{\varphi}_V = \frac{d\varphi_V}{dt} = \frac{d\varphi_V}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \Omega \varphi'_V \quad \text{und} \quad \ddot{\varphi}_V = \frac{d\dot{\varphi}_V}{dt} = \frac{d\dot{\varphi}_V}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \Omega^2 \varphi''_V$$

berechnen. Das Trägheitsmoment m_V des Vorgreifers ist bekannt und es lässt sich das abtriebsseitige Drehmoment $f_{V,ab}$ und die benötigte Leistung $P_{V,ab}$

$$f_{V,ab} = m_V \ddot{\varphi}_V = m_V \Omega^2 \varphi''_V \quad \text{und} \quad P_{V,ab} = f_{V,ab} \dot{\varphi}_V = m_V \Omega^3 \varphi''_V \varphi'_V$$

angeben. Für ein ideales Getriebe ohne Verluste und ohne Energiespeicher entspricht die abgegebene Leistung $P_{V,ab}$ der eingespeisten Leistung $P_V = f_V \Omega$ und es lässt sich das eintourige Stördrehmoment

$$f_V(\varphi) = m_V \Omega^2 \varphi''_V \varphi'_V \quad (2.1)$$

angeben, welches auf den Antriebsstrang wirkt. Erwartungsgemäß geht bei dieser Massenkrafterregung die Massenträgheit linear und die Drehzahl quadratisch ein.

Das Diagramm im Bild 2.4 zeigt einen typisch periodischen Verlauf eines Vorgreiferwinkels φ_V in Abhängigkeit des Maschinenwinkels φ . Zu Beginn des Zyklus wird der Bogen am Anlagetisch gehalten und der Vorgreifer ruht. Anschließend wird bis zum Maschinenwinkel von ca. 70° auf Maschinendrehzahl beschleunigt und der Bogen wird der nachfolgenden, mit Maschinengeschwindigkeit rotierenden Anlagetrommel übergeben. Danach folgt eine Änderung der Bewegungsrichtung, um den Vorgreifer wieder zurückzubewegen, bis der Vorgreifer bei ca. 330° wieder am Anlagetisch steht, um den nachfolgenden Bogen zu greifen. Die Beschleunigungsvorgänge des Vorgreifers werden in der Regel möglichst gleichmäßig über den Maschinenwinkel verteilt, um die maximal auftretenden Beschleunigungskräfte gering zu halten. Dies führt prinzipiell dazu, dass im Verlauf des Vorgreiferwinkels die harmonischen Schwingungen mit niedrigen Ordnungen, insbesondere der ersten Ordnung, dominieren. Wird approximativ nur diese dominante erste Ordnung betrachtet, so folgt für die Funktion des Vorgreiferwinkels und die zugehörigen, nach dem Maschinenwinkel abgeleiteten Funktionen

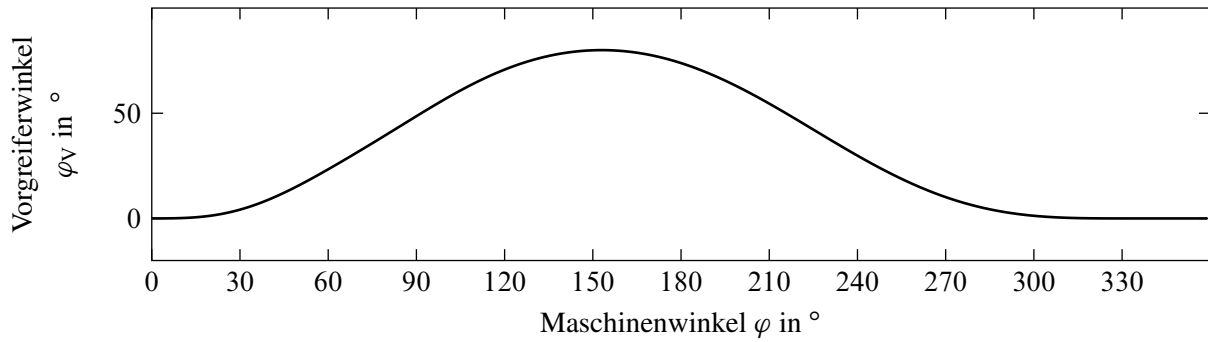
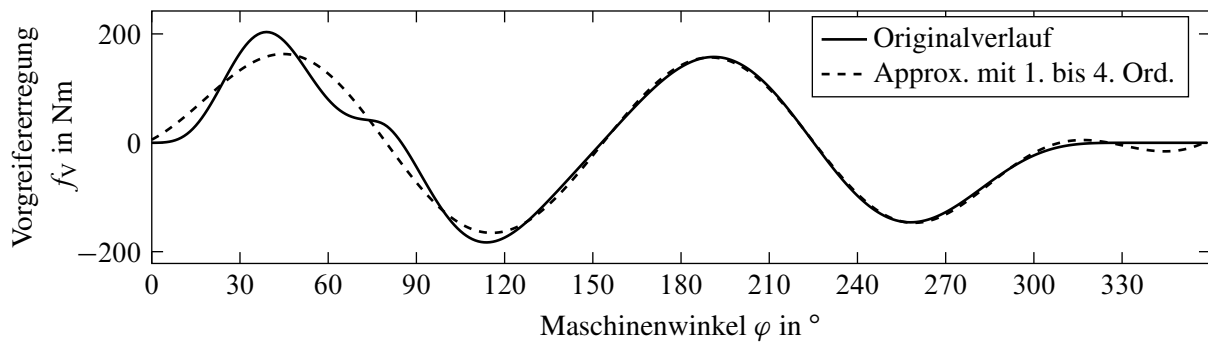
$$\begin{aligned} \varphi_V &\approx \hat{\varphi}_V = A_\varphi \sin(\Omega t + \varphi_0) \\ \varphi'_V &\approx \hat{\varphi}'_V = A_\varphi \cos(\Omega t + \varphi_0) \\ \varphi''_V &\approx \hat{\varphi}''_V = -A_\varphi \sin(\Omega t + \varphi_0), \end{aligned}$$

die mithilfe der Produktregel von trigonometrischen Funktionen [7, S. 82]

$$\sin(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

aus dem Störregerdrehmoment (2.1) die Funktion

$$f_V(\varphi) \approx \hat{f}_V = A_f \sin(2 \Omega t + 2 \varphi_0)$$

**Bild 2.4:** Verlauf des Vorgreiferwinkels**Bild 2.5:** Stördrehmomentverlauf des Vorgreifers bei einer Maschinendrehzahl von 18000 Bg/h

mit der Amplitude

$$A_f = -\frac{1}{2} m_V \Omega^2 A_\varphi^2$$

ergeben. Durch die Multiplikation der trigonometrischen Funktionen verdoppelt sich die Grundfrequenz und das mittelwertfreie Stördrehmoment schwingt mit der doppelten Maschinendrehzahl, wie der Verlauf des Stördrehmoments im Bild 2.5 (Originalverlauf) visuell bereits vermuten lässt.

Bild 2.6 gibt die im Erregersignal des Vorgreifers f_V enthaltenen Fourier-Amplituden a_r

$$f_V(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} a_r \sin(r \Omega t + \varphi_r)$$

bei einer Maschinendrehzahl von 18000 Bg/h an und zeigt zum Größenvergleich auch die Störamplituden der Mechanismen von der Wendetrommel und eines Druckzylinders. Zu erkennen ist die starke Erregung des Vorgreifers bei der zweiten und dritten Ordnung gegenüber den restlichen Amplituden. Die Wendetrommel hat auch bei höheren Drehzahlordnungen größer 3 noch nennenswerte Amplituden, die im Vergleich zum Vorgreifer als unkritischer zu sehen sind, da der Störort in der Regel im mittleren Bereich des Antriebsstrangs liegt und eine kritische erste Eigenform nur gering erregt wird (vgl. 3. Kapitel). Bei den vergleichsweise kleinen Amplituden des Druckzylinders ist zu berücksichtigen, dass diese mehrfach, über den Antriebsstrang verteilt, auftreten und

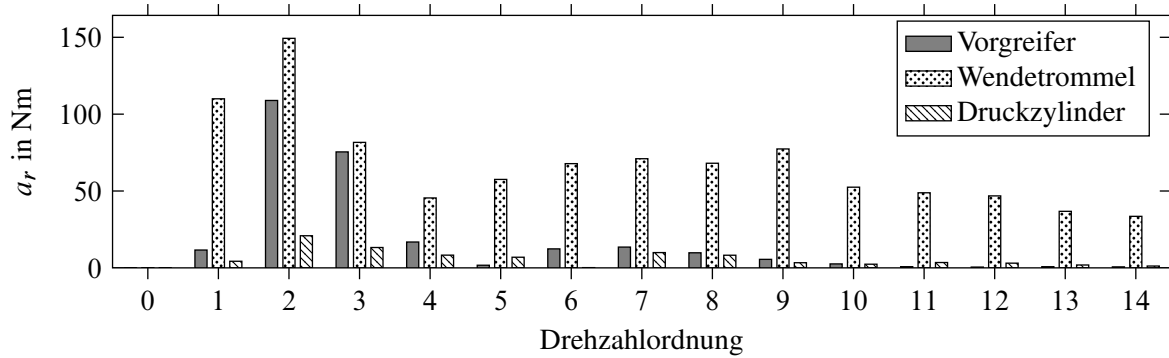


Bild 2.6: Fourier-Amplituden verschiedener Erregersignale

die Vorgreifer- und die Wendetrommelerregung nur einfach im Antriebsstrang vorkommen. Die halbtourig rotierenden Teile wie Druckzylinder und Wendetrommel können, aufgrund nicht ideal symmetrischer Erregerverläufe, auch Störampplituden mit einer halben Drehzahlordnung enthalten.

Allgemein werden die Störampplituden mit zunehmender Drehzahlordnung kleiner und das jeweilige periodische Störungssignal lässt sich durch eine endliche Anzahl von Ordnungen approximieren. Im Fall der Vorgreifererregung lässt sich der Verlauf bereits mit der ersten bis vierten Ordnung gut annähern, wie Bild 2.5 zeigt. Damit lässt sich, für den Fall einer konstanten Maschinendrehzahl Ω , ein lineares Störmodell

$$\dot{\mathbf{x}}_z = \mathbf{A}_z \mathbf{x}_z \quad (2.2)$$

$$z = \mathbf{c}_z^T \mathbf{x}_z \quad (2.3)$$

mit konjugiert-komplexen, ungedämpften Eigenwerten angegeben, welches mit den passenden Anfangsbedingungen \mathbf{x}_{z0} den Störgrößenverlauf als Ausgangsgröße z näherungsweise wiedergibt. Solch ein Störmodell lässt sich beispielsweise mit der Störsystemmatrix

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} 1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & 4 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Omega$$

und der zugehörigen Störmodellausgangsmatrix $\mathbf{c}_z^T = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$ für die vier Eigenwertpaare $\lambda_{z,2k-1} = jk\Omega$, $\lambda_{z,2k} = -jk\Omega$, $k = 1 \dots 4$ bilden. Das Störmodell mit der Anfangsbedingung \mathbf{x}_{z0} ist zunächst nur am Arbeitspunkt mit einer konstanten Maschinendrehzahl $\Omega = \text{const.}$ gültig. Für eine variable Maschinendrehzahl $\Omega = \Omega(t)$ ist das Störmodell nicht linear und die Eigenwerte von $\mathbf{A}_z = \mathbf{A}_z(\Omega)$ hängen linear von der Maschinendrehzahl ab. Tatsächlich ändern sich auch die einzelnen Amplitudenanteile mit der Maschinendrehzahl, was im Modell nicht berücksichtigt ist. Später wird mithilfe des Störgrößenmodells ein Beobachter entworfen, der die Zustände und damit die Amplituden und Phasen der einzelnen Störregerordnungen entsprechend schätzt (Abschnitt 5.10 und 6.5). Die Eigenwerte des Störmodells können auch im Reglerentwurf Berücksichtigung finden (Abschnitt 5.6).

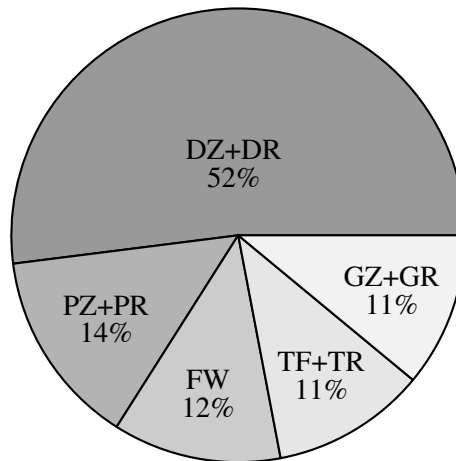


Bild 2.7: Verteilung der Massenträgheit im Druckmodul

2.3 Vereinfachte Modellierung der Mechanik

In der Literatur ist es üblich, die mechanisch nachgiebigen Verbindungen zwischen einzelnen Massenträgheiten durch lineare Federelemente zu modellieren [9, S. 349 f.][77][53]. Dies ist im stationären Zustand der Druckmaschine ohne große Drehmomentschwankungen und gleichbleibender Drehmomentrichtung zulässig und wird im Weiteren verwendet. Auf eine Modellierung des Zahnspiels im Räderzug wird verzichtet, da in den betrachteten Betriebsfällen kein Zahnflankenabheben auftritt beziehungsweise nicht auftreten darf. Physikalisch setzt sich die gesamte Nachgiebigkeit aus verschiedenen Effekten zusammen, wie der Nachgiebigkeit der einzelnen Zähne, der Nachgiebigkeit der Zahnradwellenzapfen und aufgrund der Schrägverzahnung auch aus der Nachgiebigkeit des Zahnrads in axialer Richtung [17, S. 48]. Eine Kopplung der Torsionsschwingungen mit Gestellschwingungen ist gering und wird daher nicht extra modelliert [18, S. 8 f.]. Der winkelabhängige Rollkontakt zwischen zwei aufeinander abrollenden Mantelflächen, wie beispielsweise der Platten- und der Gummituchzylinder, wird vernachlässigt [73, S. 156].

Die örtliche Verteilung der mechanischen Dämpfung ist für das wesentliche Drehschwingungsverhalten nicht entscheidend und kann daher vereinfacht als viskose Dämpfung mit massen- und/oder steifigkeitsproportionaler oder gleichmäßiger Verteilung angenommen werden. Eine Ausnahme stellt der reibschlüssige Kontakt der Schmitzringpaare in den einzelnen Modulen und der Riementrieb des Hauptantriebsmoduls dar, welche berücksichtigt werden müssen, wenn die Plattenzylinder nicht anderweitig mit dem Räderzug verbunden sind.

Die Verteilung der Massenträgheit innerhalb eines Moduls ist unterschiedlich. Bild 2.7 gibt exemplarisch die Verteilung eines Druckmoduls für eine Druckmaschine der Baureihe Roland 700 von der Firma Manroland Sheetfed GmbH an. Aufgrund der vergleichsweise geringen Massenträgheiten der Zahnräder wurden diese der örtlich nächsten größeren Massenträgheit zugeschlagen. Im Bild 2.7 wird deutlich, dass über fünfzig Prozent der Gesamtträgheit auf den Druckzylinder und das zugehörige Druckzylinderzahnrad (DZ+DR) entfällt.

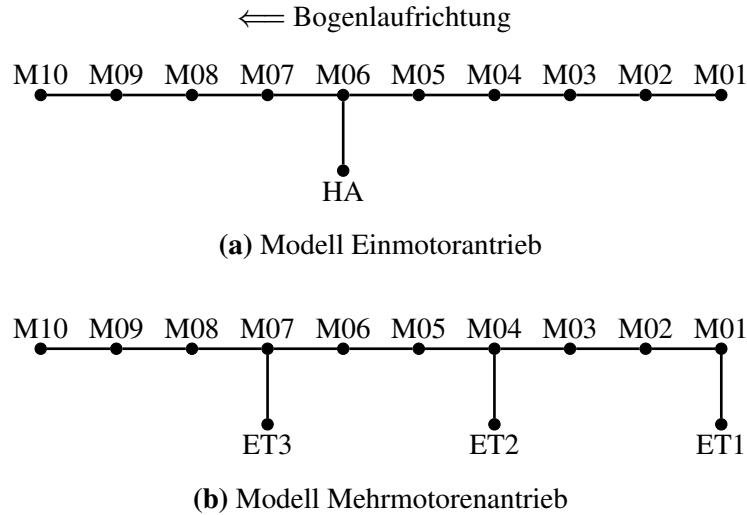


Bild 2.8: Vereinfachte mechanische Modelle des Antriebsstrangs (ohne Dämpfung)

Der hohe Anteil des Druckzylinders an der Gesamtträgheit eines Moduls legt es nahe, für die Modellierung des global wirkenden und niederfrequenten Drehschwingungsverhaltens alle Massenträgheiten eines Moduls zu einer Ersatzmassenträgheit zusammenzufassen, was in der Literatur häufig vorzufinden ist [53][57][13, S. 255 ff.]. Für die Modellbildung wird auch hier diese Vereinfachung getroffen, um ein möglichst einfaches Modell für das Drehschwingungsverhalten der bogenführenden Teile, wie Druckzylinder und Transferter, insbesondere für den niedrigen Frequenzbereich von 0 bis ca. 50 Hz, zu gewinnen. Sind zur Regelung auch Stellmomente im oberen Bereich des Räderzugs vorhanden, wie beispielsweise durch Motoren, die direkt an einen Plattenzylinder angebunden sind, so ist die Zusammenfassung des Moduls mit dem jeweiligen Motor zu einer Massenträgheit zu überprüfen. Aufgrund der vergleichsweise nachgiebigen Verbindungen im oberen Räderzug, wie zum Beispiel PZ-GZ und GZ-DZ, kann es zu drucktechnisch relevanten Verschiebungen der druckbildführenden Teile, wie Plattenzylinder und Gummituchzylinder, kommen. Dies sollte im Modell für die Reglerauslegung Berücksichtigung finden. Die geringe Massenträgheit des Auslegers hat keinen nennenswerten Einfluss auf das niederfrequente Schwingungsverhalten und wird der Einfachheit halber dem vorletzten Modul zugeschlagen. Bild 2.8a zeigt beispielhaft ein vereinfachtes Modell für eine Druckmaschine mit 10 Druckmodulen und einem zu einer Ersatzmassenträgheit zusammengefassten Hauptantrieb. Einen Mehrmotorenantrieb mit drei Hauptantriebsmotoren zeigt Bild 2.8b. Die zu erkennende prinzipielle Struktur eines mechanischen Reihenschwingers bildet der in dieser Arbeit verwendete Versuchsaufbau nach. Verschiedene Antriebstopologien können so realisiert und verschiedene vorgestellte Methoden experimentell überprüft werden, ohne großen Versuchsaufwand an einer originalen Druckmaschine zu betreiben. Weitere Details zum Versuchsaufbau sind im 7. Kapitel zu finden.

Das Schwingungsverhalten mechanischer Strukturen wie im Bild 2.8 gezeigt, mit linearen Steifigkeiten und drehzahlproportionalen Dämpfungen, wird durch ein lineares Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, der Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{f} \quad \mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad \mathbf{q}, \mathbf{f} \in \mathbb{R}^N \quad (2.4)$$

mit dem allgemeinen Krafteingangsvektor $\mathbf{f} = \mathbf{f}(t)$, dem mechanischen Koordinatenvektor $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$, der Massenmatrix \mathbf{M} , der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} beschrieben. Es handelt sich hierbei um ein lineares und zeitinvariantes Mehrkörpersystem von N Massen mit jeweils einem Drehfreiheitsgrad, welches mit den konstanten mechanischen Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{K} und \mathbf{D} , beschrieben wird. In der einschlägigen Literatur finden solche Mehrkörpersysteme zur Beschreibung des Drehschwingungsverhaltens des Druckmaschinenantriebsstrangs häufig Verwendung [17, 53, 56, 9, 77, 13]. Die positive Zählrichtung der mechanischen Koordinaten q_k entspricht der jeweiligen Verdrehung in Maschinendrehrichtung, womit die Zählrichtung benachbarter Zahnradverbindungen physikalisch entgegengesetzt ist. Weiterhin sind die Koordinaten eintourig normiert und unterscheiden sich je nach Getriebeübersetzung um einen getriebeabhängigen und konstanten Faktor von der physikalischen Größe. Den mechanischen Koordinaten q_k sind mechanische Einzelmassenträgheiten $m_k > 0$ größer Null zugeordnet, womit die diagonale Trägheitsmatrix symmetrisch, positiv-definit und damit regulär ist, $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T = \text{diag}\{m_1, \dots, m_N\} > 0$. Weiterhin ergibt sich eine symmetrische, positiv-semidefinite Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix, $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T \succeq 0$ bzw. $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T \succeq 0$ [19, S. 116 ff.]. Die Symmetrie störende Anteile, wie gyroskopische Effekte in der Dämpfungsmatrix und zirkulatorische Anteile in der Steifigkeitsmatrix, können ausgeschlossen werden. Mithilfe der Dämpfungsmatrix kann ein mechanisch passives System Energie dissipieren, wodurch es zu gedämpften Eigenwerten des Systems kommt. Ohne die Dämpfungsmatrix, $\mathbf{D} = \mathbf{0}$, sind aller Eigenwerte des Systems ungedämpft.

2.4 Zustandsraumdarstellung

Die Bewegungsgleichung (2.4) ist ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung und kann mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{q}^T]$ und dem Systemausgang $\mathbf{y}_q^T = [\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{q}^T]$ als Differentialgleichungssystem erster Ordnung

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_d \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x} + \mathbf{B}_d \mathbf{f} \\ \mathbf{y}_q &= \mathbf{C}_q \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.5)$$

mit den symmetrischen Systemmatrizen

$$\mathbf{E}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_d^T, \quad \mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_d^T$$

und der Kraftein- und der Ausgangsmatrix

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_0 \end{bmatrix}$$

dargestellt werden. Hierbei bleibt die Symmetrie der mechanischen Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} in den Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d und die Regularität der mechanischen Systemmatrix \mathbf{M} in der Systemmatrix \mathbf{E}_d erhalten. Dieses System wird im weiteren implizite Zustandsraumdarstellung genannt und besitzt – im Unterschied zur allgemeinen Deskriptordarstellung – aufgrund der regulären

Systemmatrix \mathbf{E}_d keine rein algebraischen Gleichungen. Die implizite Zustandsraumdarstellung lässt sich durch Linksmultiplikation mit \mathbf{E}_d^{-1} in die explizite Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{f} \\ \mathbf{y}_q &= \mathbf{C}_q \mathbf{x}\end{aligned}\tag{2.6}$$

mit der nicht symmetrischen Systemmatrix $\mathbf{A} = \mathbf{E}_d^{-1} \mathbf{A}_d$ und der allgemeinen Krafteingangsmatrix $\mathbf{B} = \mathbf{E}_d^{-1} \mathbf{B}_d$ überführen. Diese Darstellung lässt sich auch durch Umstellen der Gleichung (2.4)

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{q} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}$$

und der daraus folgenden Systemmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\tag{2.7}$$

und Krafteingangsmatrix

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}\tag{2.8}$$

erreichen. Hierbei wird deutlich, dass der untere Teil \mathbf{B}_2 der Krafteingangsmatrix nur aus der Nullmatrix $\mathbf{0}$ besteht und der obere Teil $\mathbf{B}_1 = \mathbf{M}^{-1}$ eine Diagonalstruktur aufweist, da die Diagonalstruktur der regulären Massenmatrix \mathbf{M} bei der Invertierung \mathbf{M}^{-1} erhalten bleibt.

Aufgrund der fehlenden, nachgiebigen Verbindung des Antriebsstrangs zum Inertialsystem wird das mechanische System in der Literatur als ungefesselt bezeichnet, was sich in einer singulären Steifigkeitsmatrix äußert. Bei einem ungedämpften System ($\mathbf{D} = 0$) folgt daraus, dass mindestens zwei Eigenwerte des Systems (2.6) mit dem Wert Null existieren (semidefinites System [75, S. 165]). In diesem Fall hat die zur Starrkörperverschiebung gehörende potentielle Energie

$$\frac{1}{2} \mathbf{q}_{SK}^T \mathbf{K} \mathbf{q}_{SK} = 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{q}_{SK} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

den Wert Null [51, S. 255]. Ebenso ergibt die zur Starrkörpergeschwindigkeit gehörende Verlustleistung (Rayleighsche-Dissipationsfunktion [58, S. 256 f.])

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{SK}^T \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_{SK} = 0 \quad \text{mit} \quad \dot{\mathbf{q}}_{SK} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

den Wert Null, wenn keine mechanisch dämpfend wirkende Verbindung zum Inertialsystem existiert. Enthält die Dämpfungsmatrix auch absolut wirkende, mechanisch passive Dämpfungsanteile, die somit mechanische Koordinaten mit dem Inertialsystem verbinden, so haben alle Eigenwerte einen negativen Realteil mit Ausnahme des Eigenwerts der Starrkörperposition, dessen Wert Null bleibt. Existieren mehrere mechanische Koordinaten, die nicht nachgiebig, sondern nur durch lineare, viskose Dämpferelemente an das Gesamtsystem angebunden sind, so erhöht sich die Anzahl der Eigenwerte mit dem Wert Null entsprechend. Zum Beispiel hätte das mechanische Modell eines ungefesselten Antriebsstrangs mit zehn viskos dämpfend angekoppelten Drehträgheiten

mindestens elf Eigenwerte mit dem Wert Null. Diese nur viskos angekoppelten Drehträgheiten können beispielsweise direkt angetriebene Plattenzylinder sein, die in manchen Fällen nur über den Schmitzringkontakt mit dem Antriebsstrang in Verbindung stehen und sonst lediglich absolut dämpfend durch Lagerreibung usw. an das Inertialsystem gekoppelt sind ().

Alle harmonisch oszillierenden Eigenschwingungen sind abklingend, wenn

$$\text{rang}\{\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}, \mathbf{D}\} = N$$

gilt. In diesem Fall wird die Dämpfung des Systems als durchdringend bezeichnet [65, S. 147 f.]. Praktisch tritt an jeder mechanischen Koordinate immer eine absolut wirkende Dämpfung auf und das passive, mechanische System ist prinzipiell durchdringend gedämpft.

Neben der Untersuchung von mechanischen Zusammenhängen im Allgemeinen anhand des Modells (2.6) wird für den späteren Reglerentwurf ein Modell mit differenzierten Stell-, Störeingängen und Messgrößen benötigt. Hierfür wird (2.6) zu

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}_u \mathbf{u} + \mathbf{B}_z \mathbf{z} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.9)$$

weiterentwickelt. Aus dem Kraftvektor \mathbf{f} zur unabhängigen Erregung jedes einzelnen mechanischen Freiheitsgrad als Systemeingang wird der Stelleingangsvektor \mathbf{u} und der Störeingangsvektor \mathbf{z} gebildet. Der Systemausgang mit allen mechanischen Zuständen \mathbf{y}_q (Winkellagen und Winkelgeschwindigkeiten) wurde zum Ausgang der Rückführgrößen \mathbf{y} reduziert. Dabei wird die Stelleingangsmatrix für die P Stelleingänge

$$\mathbf{B}_u = \mathbf{B} \mathbf{P}_u$$

mithilfe der Aktorpositionsmatrix $\mathbf{P}_u = [\mathbf{e}_{m1} \dots \mathbf{e}_{mP}]$ berechnet und besteht aus den Spalten der Krafteingangsmatrix \mathbf{B} , die auch als Stelleingang verwendet werden. Ebenso wird die Störeingangsmatrix

$$\mathbf{B}_z = \mathbf{B} \mathbf{P}_z \quad (2.10)$$

mit der Störpositionsmatrix \mathbf{P}_z berechnet und setzt sich aus den zu den Störungen gehörenden Spalten zusammen. Die Ausgangsmatrix

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}_y^T \mathbf{C}_0$$

für die Q gemessenen beziehungsweise zur Regelung zurückgeführten Verschiebungsgrößen \mathbf{q} ergibt sich mithilfe der Sensorpositionsmatrix $\mathbf{P}_y = [\mathbf{e}_{n1} \dots \mathbf{e}_{nQ}]$. Für die Rückführung von Geschwindigkeitsgrößen folgt entsprechend

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}_y^T \mathbf{C}_1 .$$

Auf eine Differenzierung zwischen den zur Regelung zurückgeführten Größen und den Messgrößen wird zugunsten der besseren Lesbarkeit verzichtet und nur an relevanten Stellen unterschieden.

3 Systemanalyse

In diesem Kapitel wird auf die Eigenschaften von linearen Mehrkörpersystemen in der Zustandsraumdarstellung unter Berücksichtigung der strukturellen Systemeigenschaften von Reihenschwingern eingegangen. Zunächst wird die Transformation des Zustandsraumsystems auf Modal-Koordinaten eingeführt. Es wird auf die Bedeutung der bestehenden Verknüpfung von Positions- und Geschwindigkeitszustandsgrößen auf die Eigenvektorstruktur eingegangen. Hieraus werden strukturdynamische Eigenschaften eines Reihenschwingers (Eigenformen) abgeleitet und allgemeine Aussagen zu einzelnen Übertragungspfaden von mechanischen Reihenschwingern getroffen. Strukturelle Eigenschaften wie die Steuer- und Beobachtbarkeit von Eigenwerten werden eingeführt sowie deren spezielle Zusammenhänge bei linearen Mehrkörpersystemen aufgezeigt. Grundsätzliche Eigenschaften wie Schwingungsbäuche, -knoten, Tilgungseffekte oder der prinzipielle Verlauf eines Bodediagramms werden in Hinblick einer Reihenschwingerstruktur abgehandelt. Abgeschlossen wird das Kapitel mit einer regelungstechnischen Bewertung von Frequenzgängen, einem Überblick über verbreitete Strukturmaße und einer Ordnungsreduktion des Modells.

3.1 Transformation in Modalkoordinaten

Mit der aus praktischer Sicht wenig einschränkenden Annahme der Diagonalähnlichkeit des impliziten Zustandsraumsystems (2.5) und der Symmetrie der mechanischen Systemmatrizen lässt sich eine Eigenvektormatrix $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_I]$ bestehend aus $I = 2N$ Eigenvektoren \mathbf{v}_i finden, mit deren Hilfe die symmetrischen Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d simultan diagonalisiert werden können (siehe Anhang A.1). Praktisch existieren für den Antriebsstrang als gedämpfter Reihenschwinger mit örtlich näherungsweise homogen verteilten Parameterwerten keine mehrfach vorkommenden Eigenwerte mit linear abhängigen Eigenvektoren und die symmetrischen Systemmatrizen lassen sich immer simultan diagonalisieren. Aus diesem Grund kann im Weiteren von einem diagonalähnlichen System ausgegangen werden. Damit kann das Differentialgleichungssystem (2.5) mithilfe der Koordinatentransformation $\mathbf{x} = \mathbf{V} \tilde{\mathbf{x}}$ und der Linksmultiplikation mit \mathbf{V}^T in das entkoppelte implizite Zustandsraumsystem

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_d \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \tilde{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}_d \mathbf{f} \\ \mathbf{y}_q &= \tilde{\mathbf{C}}_q \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

mit den diagonalisierten Systemmatrizen

$$\tilde{\mathbf{E}}_d = \mathbf{V}^T \mathbf{E}_d \mathbf{V} = \bigoplus_{i=1}^I \tilde{e}_{di}, \quad \tilde{\mathbf{A}}_d = \mathbf{V}^T \mathbf{A}_d \mathbf{V} = \bigoplus_{i=1}^I \tilde{a}_{di}$$

und der modalen Ein- und der Ausgangsmatrix

$$\tilde{\mathbf{B}}_d = \mathbf{V}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Psi}^T, \quad \tilde{\mathbf{C}}_q = \mathbf{V}$$

transformiert werden. Dabei entspricht die Eigenformmatrix $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 \dots \boldsymbol{\psi}_I]$, bestehend aus den Eigenformen $\boldsymbol{\psi}_i$, dem unteren Teil der Eigenvektormatrix \mathbf{V} .

Mit der Eigenvektorskalierung

$$\tilde{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i (\tilde{e}_{di})^{-1/2} \quad (3.2)$$

lässt sich eine normierte Eigenvektormatrix $\tilde{\mathbf{V}}$ mit der Eigenschaft

$$\tilde{\mathbf{V}}^T \mathbf{E}_d \tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{I}$$

finden, welche direkt zur modalen expliziten Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{f} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{y}_q = \tilde{\mathbf{C}}_q \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.4)$$

mit der diagonalen Systemmatrix

$$\boldsymbol{\Lambda} = \bigoplus_{i=1}^I \lambda_i$$

und der Kraftein- und der Ausgangsmatrix

$$\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T = [\tilde{\mathbf{b}}_{z1} \dots \tilde{\mathbf{b}}_{zI}]^T \quad \text{mit} \quad \tilde{\mathbf{b}}_{zi} = \tilde{\boldsymbol{\psi}}_i \quad \text{und} \quad (3.5)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_q = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Psi}} \boldsymbol{\Lambda} \\ \tilde{\boldsymbol{\Psi}} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{c}}_{q1} \dots \tilde{\mathbf{c}}_{qI}] = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 \\ \tilde{\mathbf{C}}_0 \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \tilde{\mathbf{c}}_{qi} = \tilde{\mathbf{v}}_i \quad (3.6)$$

führt. Analog zu (3.1) entspricht die normierte Eigenform $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_i$ der unteren Hälfte des normierten Eigenvektors $\tilde{\mathbf{v}}_i$, dessen Vektorlänge jedoch durch die Normierung (3.2) eindeutig festgelegt ist. Auf weitere Zusammenhänge zwischen Eigenvektoren und Eigenformen wird im Abschnitt 3.4 eingegangen.

Die Modaltransformation auf das System (2.9) angewandt ergibt das modale Zustandsraumsystem

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}_u \mathbf{u} + \tilde{\mathbf{B}}_z \mathbf{z} \\ \mathbf{y} &= \tilde{\mathbf{C}}_m \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

mit der modalen Stell- und Störeingangsmatrix

$$\tilde{\mathbf{B}}_u = \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \mathbf{P}_u \quad \text{und} \quad \tilde{\mathbf{B}}_z = \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \mathbf{P}_z$$

sowie der modalen Sensorpositionsmatrix für gemessene Verschiebungen

$$\tilde{\mathbf{C}}_m = \mathbf{P}_y \tilde{\boldsymbol{\Psi}},$$

die sich mithilfe der jeweiligen Positionsmatrix \mathbf{P}_u , \mathbf{P}_z oder \mathbf{P}_y aus der Eigenformmatrix $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}$ berechnen.

3.2 Übertragungsfunktion und Frequenzgang

Mithilfe der Laplace-Transformation [16, S. 400 ff.]

$$f(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-s(t)} dt$$

$$s f(s) = \mathcal{L}\{\dot{f}(t)\}$$

und der üblichen vereinfachenden Annahme

$$f(t) = 0 \quad \text{für } t < 0$$

kann aus der Darstellung (2.5) die Übertragungsfunktionsmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \mathbf{C}_q [s \mathbf{E}_d - \mathbf{A}_d]^{-1} \mathbf{B}_d \\ &= \mathbf{C}_q [s \mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B} \\ &= \widetilde{\mathbf{C}}_q [s \mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}]^{-1} \widetilde{\mathbf{B}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

mit dem Zusammenhang

$$\mathbf{y}_q(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{f}(s) \quad (3.9)$$

zwischen den Laplace-Transformierten komplexen Systemeingängen $\mathbf{f}(s) = \mathcal{L}\{\mathbf{f}(t)\}$ und den komplexen Systemausgängen $\mathbf{y}(s) = \mathcal{L}\{\mathbf{y}(t)\}$ gebildet werden. Durch Substituieren der Laplace-Variablen $s = j\omega$ in (3.8)

$$\mathbf{G}(s)|_{j\omega} = \mathbf{G}(j\omega) = \mathbf{H}(\omega) = \mathbf{C}_q [j\omega \mathbf{E}_d - \mathbf{A}_d]^{-1} \mathbf{B}_d \quad (3.10)$$

ergibt sich aus der Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}(s)$ die Frequenzgangsmatrix $\mathbf{H}(\omega)$ [16, S. 101]. Entsprechend folgt aus (3.9) der Zusammenhang

$$\mathbf{y}_q(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{f}(\omega) \quad (3.11)$$

zur Berechnung der komplexen Ausgangsvektorfunktion $\mathbf{y}_q = \mathfrak{F}\{\mathbf{y}_q(t)\}$ infolge des komplexen Krafteingangs $\mathbf{f}(\omega) = \mathfrak{F}\{\mathbf{f}(t)\}$ im Frequenzbereich.

Bild 3.6 auf Seite 49 zeigt beispielhaft einige ermittelte Frequenzgänge des Versuchsaufbaus aus dem Abschnitt 7 mit zehn konzentrierten Massenträgheiten. Zu erkennen sind Resonanzüberhöhungen, deren Lage im Frequenzbereich von den Eigenwerten abhängen und Tilgungsstellen, deren Lage von den Nullstellen des jeweiligen Übertragungspaths abhängen. Prinzipiell sind die Eigenwerte eindeutig durch das System festgelegt und von der Wahl des betrachteten Übertragungspaths unabhängig. Dagegen ist die Lage und die Anzahl von Nullstellen auch vom gewählten Ein- und Ausgang abhängig [29, S. 262 f.]. Hierauf wird in den Abschnitten 3.4 bis 3.6 eingegangen.

Die Übertragungsfunktionsmatrix von den Krafteingängen \mathbf{f} auf die mechanischen Koordinaten \mathbf{q}

$$\mathbf{G}_p(s) = [\mathbf{0} \mathbf{I}] [s \mathbf{E}_d - \mathbf{A}_d]^{-1} [\mathbf{0} \mathbf{I}]^T$$

ist aufgrund der symmetrischen Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d ebenfalls symmetrisch $\mathbf{G}_p(s) = \mathbf{G}_p(s)^T$. Das Gleiche gilt für weitere Ableitungen der mechanischen Koordinaten als Systemausgangsgrößen wie beispielsweise bei der Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}_v(s) = \mathbf{G}_v(s)^T$, die das Übertragungsverhalten der Krafteingänge auf die mechanischen Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ beschreibt. Daraus folgt, dass ein Vertauschen von Erreger- und Messort zur selben Übertragungsfunktion $g_{ij}(s) = g_{ji}(s)$ führt. Experimentell gewonnene, nicht parametrische Frequenzgänge lassen sich auf diese Eigenschaft überprüfen. Zeigt sich die Vertauschbarkeit in den gemessenen Frequenzgängen nicht, so sind entweder die Messungen fehlerhaft, durch das Vertauschen ist ein nicht zu vernachlässigender Einfluss auf das System ausgeübt worden oder zugrundeliegende Systemannahmen wie Linearität, Symmetrie oder Zeitinvarianz sind nicht gegeben.

Bild 3.6b auf der Seite 49 zeigt die zwei ermittelten Frequenzgänge ($\dot{q}_1 \leftarrow f_{10}$) und ($\dot{q}_{10} \leftarrow f_1$), an denen sich die Symmetrie der Übertragungsmatrix erkennen lässt. Die aus Messdaten vom Versuchsaufbau ermittelten Amplituden- und Phasengänge zeigen einen nahezu identischen Verlauf, was die Modellierung des Systemverhaltens durch ein lineares Mehrmassensystem bestätigt.

3.3 Allgemeine Eigenschaften von linearen Zustandsraumsystemen

Die Lösung des Zustandsraumsystems (3.3) im Zeitbereich

$$\mathbf{y}_q(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}) = \mathbf{y}_E + \mathbf{y}_{EA}$$

lässt sich in das vom Anfangszustand \mathbf{x}_0 abhängige Eigenverhalten $\mathbf{y}_E = \mathbf{y}_E(t, \mathbf{x}_0)$ und in das vom Eingang \mathbf{u} abhängige Eingangs-Ausgangs-Verhalten $\mathbf{y}_{EA} = \mathbf{y}_{EA}(t, \mathbf{u})$ unterteilen [48, S. 36 ff.][33].

Das Eigenverhalten kann als Summe von einzelnen, unabhängigen Exponentialfunktionen

$$\mathbf{y}_E(t) = \widetilde{\mathbf{C}}_q e^{\mathbf{A}t} \widetilde{\mathbf{x}}_0 = \sum_{i=1}^I \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \widetilde{x}_{0i} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

mit den Eigenvektoren \mathbf{v}_i , den Eigenwerten λ_i und den modalen Anfangszuständen \widetilde{x}_{0i} dargestellt werden. Bei stabilen Systemen beschreibt das Eigenverhalten das Abklingen der modalen Anfangszustände $\widetilde{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{x}_0 = [\widetilde{x}_{01} \dots \widetilde{x}_{0I}]^T$ am Systemausgang \mathbf{y}_q .

Mithilfe der Gewichtsmatrix

$$\mathbf{G}(t) = \widetilde{\mathbf{C}}_q e^{\mathbf{A}t} \widetilde{\mathbf{B}} = \sum_{i=1}^I e^{\lambda_i t} \widetilde{\mathbf{c}}_{qi} \widetilde{\mathbf{b}}_{zi}^T \quad (3.13)$$

kann das Eingangs-Ausgangs-Verhalten \mathbf{y}_{EA} als Faltung

$$\mathbf{y}_{EA}(t) = \mathbf{G}(t) * \mathbf{f}(t)$$

dargestellt werden [48]. Die Gewichtsmatrix $\mathbf{G}(t)$ besteht aus den einzelnen Gewichtsfunktionen $g_{nm}(t) = \mathbf{e}_n^T \mathbf{G}(t) \mathbf{e}_m$, die die Impulsantwort am Systemausgang y_n durch ein Dirac-Impuls am Eingang u_m beschreibt. Mithilfe der Laplace-Transformation [16, S. 400 f.] kann der Gewichtsmatrix (3.13) eine Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}(s)$ zugeordnet werden, welche in Partialbruchdarstellung

$$\mathbf{G}(s) = \sum_{i=1}^I \frac{\tilde{\mathbf{c}}_{qi} \tilde{\mathbf{b}}_{zi}^T}{s - \lambda_i} = \sum_{i=1}^I \frac{\mathbf{R}_i}{s - \lambda_i} \quad (3.14)$$

mit den Residuenmatrizen $\mathbf{R}_i = \tilde{\mathbf{c}}_{qi} \tilde{\mathbf{b}}_{zi}^T$ für diagonalähnliche Systeme angegeben werden kann [48, S. 43]. Hier wird deutlich, dass die Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}(s)$ aus I einzelnen, modalen PT1-Gliedern mit den Eigenwerten λ_i und den zwei dazugehörigen modalen Vektoren $\tilde{\mathbf{c}}_i$ und $\tilde{\mathbf{b}}_{zi}$ zusammengesetzt werden kann. Eine einzelne Übertragungsfunktion

$$g(s) = \frac{z(s)}{n(s)} = \frac{b_M s^M + \dots + b_1 s + b_0}{a_I s^I + \dots + a_1 s + a_0} \quad \text{mit} \quad M \leq I$$

kann als Quotient aus einem Zählerpolynom $z(s)$ M -ter Ordnung und einem Nennerpolynom $n(s)$ I -ter Ordnung bestehend aus den Polynomkoeffizienten b_m beziehungsweise a_i dargestellt werden [16, S. 66]. Dabei werden die Lösungen der Gleichung $z(s_0) = 0$ als Nullstellen und die Lösungen der Gleichung $n(s_p) = 0$ als Pole der Übertragungsfunktion bezeichnet. Die Pole entsprechen in der Regel den Eigenwerten des Systems λ_i [47, S. 275 ff.]. Ist die vollständige Steuer- und Beobachtbarkeit nicht gegeben, so entsprechen die Pole einer Teilmenge der Eigenwerte.

Ein Merkmal von Übertragungsfunktionen stellt die Differenzordnung

$$\delta = I - M \geq 0, \quad (3.15)$$

dar, die ein Maß dafür ist, wie der Eingang auf den Ausgang wirkt. Je kleiner die Differenzordnung ist, desto schneller reagiert der Ausgang auf eine Eingangsänderung [47, S. 89 f.]. Die kleinste technisch sinnvolle Differenzordnung mit dem Wert Null entspricht einem Durchgriff.

3.4 Eigenformen von linearen Mehrkörpersystemen

Im Weiteren wird der untere Teil eines Eigenvektors $\mathbf{v}_i = [v_{i1} \dots v_{iI}]^T$

$$\boldsymbol{\psi}_i = [v_{i(N+1)} \dots v_{iI}]^T$$

als Eigenform $\boldsymbol{\psi}_i$ bezeichnet, die den Einfluss der einzelnen Modalkoordinaten auf die mechanischen Koordinaten \mathbf{q} (Verschiebungen) beschreibt. Aus (3.12) folgt

$$\mathbf{q}(t) = \sum_{i=1}^I \boldsymbol{\psi}_i e^{\lambda_i t} \tilde{x}_{0i} \quad (3.16)$$

für die Verschiebungen, womit die Geschwindigkeiten

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{d\mathbf{q}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^I \lambda_i \boldsymbol{\psi}_i e^{\lambda_i t} \tilde{x}_{0i} . \quad (3.17)$$

als zeitliche Ableitung ebenfalls angegeben werden können. Der Vergleich zwischen (3.16) und (3.17) mit (3.12) zeigt, dass der obere Teil des Eigenvektors auch aus der Eigenform besteht, der lediglich zusätzlich mit dem entsprechenden Eigenwert λ_i gewichtet ist, was auf die Zustandsabhängigkeit $x_{N+i} = \dot{x}_i$ zurückzuführen ist. Die Information des Eigenvektors

$$\mathbf{v}_i = \begin{pmatrix} \lambda_i \boldsymbol{\psi}_i \\ \boldsymbol{\psi}_i \end{pmatrix}$$

lässt sich damit auf die Eigenform $\boldsymbol{\psi}_i$ mit dem zugehörigen Eigenwert λ_i reduzieren und der Zusammenhang wurde bereits in (3.6) verwendet. Für die Untersuchung ist es somit ausreichend, anstelle des Eigenvektors nur die Eigenform mit der halben Anzahl an Elementen zu betrachten. Weiterhin sind für konjugiert-komplexe Eigenwertpaare $\lambda_n = \lambda_{N+n}^*$ auch die zugehörigen Eigenformen $\boldsymbol{\psi}_n = \boldsymbol{\psi}_{N+n}^*$ konjugiert-komplex zueinander und es reicht die Betrachtung jeweils einer Eigenform eines Eigenformpaars.

Die Gleichungen (3.3) bis (3.6) zeigen die Struktur des Zustandsraumsystem

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{f} = \mathbf{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \mathbf{f} \\ \dot{\mathbf{q}} &= \tilde{\mathbf{C}}_1 \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\boldsymbol{\Psi}} \mathbf{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} \\ \mathbf{q} &= \tilde{\mathbf{C}}_0 \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\boldsymbol{\Psi}} \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (3.18)$$

mithilfe der modalen Eigenformmatrix $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}$. Diese Zusammenhänge auf die Übertragungsfunktionsmatrix (3.14) für den Fall der Winkellagen als Systemausgang $\mathbf{y} = \mathbf{q}$ angewendet ergibt die Übertragungsfunktionsmatrix

$$\mathbf{G}_p(s) = \sum_{i=1}^I \frac{\boldsymbol{\psi}_i \boldsymbol{\psi}_i^T}{\tilde{e}_{di} (s - \lambda_i)} = \sum_{i=1}^I \frac{\tilde{\boldsymbol{\psi}}_i \tilde{\boldsymbol{\psi}}_i^T}{s - \lambda_i} \quad (3.19)$$

mit den modalen Parametern: Eigenwerte λ_i und Eigenformen $\boldsymbol{\psi}_i$. Die Residuenmatrix $\mathbf{R}_{pi} = \tilde{\boldsymbol{\psi}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\psi}}_i$ der Übertragungsfunktion $\mathbf{G}_p(s)$ hängt im Vergleich zu (3.14) dank der Symmetrieeigenschaften nur noch von einem Vektor, der normierten Eigenform $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_i$, ab.

Der Einfluss der Dämpfung auf die Eigenform kann – aufgrund der örtlichen Verteilung der mechanischen Dämpfung über den Antriebsstrang und der relativ geringen modalen Dämpfung der Eigenwerte ($\zeta < 10\%$) – für das unregelmäßige System vernachlässigt werden und die Eigenformen können reellwertig angegeben werden [37] [51, S. 280]. Zum Beispiel kann die Eigenform so skaliert (in der komplexen Ebene gedreht) werden, dass die Elemente im Wesentlichen reellwertig sind und der übrige Imaginärteil vernachlässigt werden kann [37]. Gemessene Eigenschwingungsformen von Bogenoffsetdruckmaschinen sind beispielsweise in [54] und [37] angegeben.

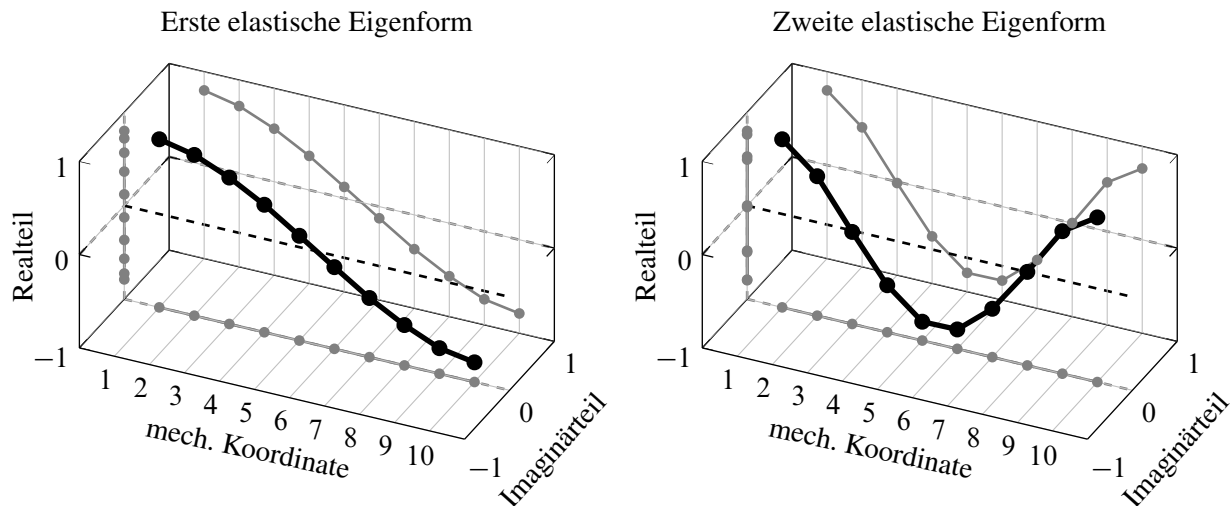


Bild 3.1: Erste und zweite elastische Eigenform des identifizierten Reihenschwingermodells

Bild 3.1 zeigt die erste und die zweite elastische Eigenform des Reihenschwingermodells (aus Abschnitt 7.1) mit den identifizierten Modellparametern aus der Tabelle 7.1 auf Seite 142. Die zehn Elemente einer Eigenform sind dreidimensional dargestellt (schwarze Volllinie). Hinzu kommt die Darstellung der Elemente in der komplexen Ebene (Projektion auf die linke Ebene, graue Volllinie), des Realteils (Projektion auf die hintere Ebene, graue Volllinie) und des Imaginärteils (Projektion auf die untere Ebene, graue Volllinie). Die Bewegungen finden aufgrund der genannten geringen und örtlich verteilten Dämpfung im Wesentlichen in einer Ebene statt und die einzelnen Elemente liegen in der komplexen Ebene auf einer Geraden. Ist das mechanische System ungedämpft oder genügt die Dämpfungsmatrix bestimmten Anforderungen (Caughey-Dämpfung, [51, S. 269 f.], so liegen die einzelnen Elemente genau in einer Ebene beziehungsweise in der komplexen Ebene exakt auf einer Geraden.

Dank der Reihenbauweise kann die Druckmaschine ohne Längswelle¹ als ungefesselter Reihenschwinger betrachtet werden. Würde die Druckmaschine als System mit homogen und kontinuierlich verteilten Parametern angenommen, so kann für die ersten N -te elastischen Eigenformen der Zusammenhang

$$\psi_n(\xi) = \cos(\pi n \xi) \quad \text{mit} \quad n = 1 \dots N \quad (3.20)$$

mit der auf die Länge bezogenen Ortskoordinate $\xi \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \xi \leq 1$ angegeben werden [51, S. 346]. Diese Eigenformen eines ungefesselten Torsionsstabs zeigen jeweils an den Enden ein Betragsmaximum (Schwingungsbauch) und die Ordnungszahl der elastischen Eigenformen entspricht dabei der Anzahl an Nulldurchgängen der jeweilige Eigenform. Damit hat die erste elastische Eigenform einen Schwingungsknoten, der örtlich im mittleren Bereich $\xi = 50\%$ des Antriebsstrangs auftritt.

¹Mithilfe einer Längswelle (Antriebswelle zur Drehmomentverteilung längs zum Räderzug) wird bei einigen, meist älteren Druckmaschinen das Antriebsdrehmoment des Hauptantriebsmotors aufgeteilt und an verschiedenen Stellen in den Räderzug eingespeist. Damit wäre die vereinfachende Betrachtungsweise der Druckmaschine als Reihenschwinger unzulässig (vg. vermaschter Antrieb, [14, S. 234]).

Wird dagegen ein Modell mit örtlich konzentrierten homogenen Parametern angenommen, so gilt

$$\psi_{n,r} = \cos \left(\frac{\pi n}{2N} (2r - 1) \right), \quad n \in \{0, 1 \dots N - 1\} \quad (3.21)$$

für das r -te Element der n -ten Eigenformen und die zugehörige Kennkreisfrequenz ω_{0n} kann durch

$$\omega_{0n} = \omega_{0\infty} \mu_n \quad (3.22)$$

mit der mechanischen parameterabhängigen Kennkreisfrequenzkonstanten

$$\omega_{0\infty} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

und dem parameterunabhängigen Verhältnis zwischen den Kennkreisfrequenzen

$$\mu_n = 2 \sin \left(\frac{n \pi}{2N} \right)$$

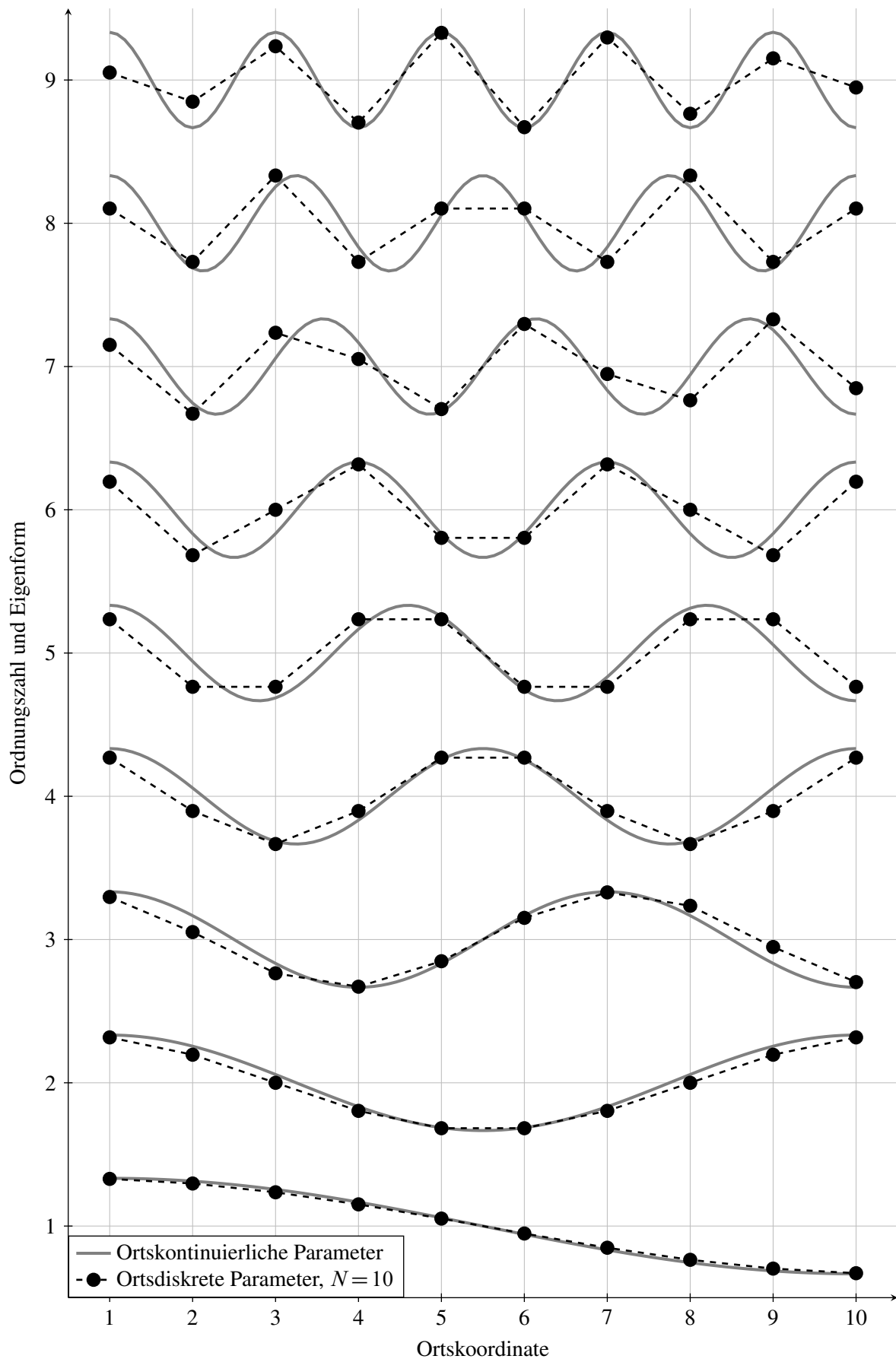
berechnet werden [14, S. 248]. Die 0-te Eigenform ψ_0 entspricht der Starrkörperbewegung und alle weiteren werden als elastische Eigenformen bezeichnet. Hierfür wird vorausgesetzt, dass kein mechanischer Freiheitsgrad mit dem Inertialsystem, jedoch alle untereinander direkt oder indirekt elastisch verbunden sind. Dies führt auf die Matrixeigenschaft

$$\text{rang}\{\mathbf{K}\} = N - 1$$

der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} . Ist der Matrixrang kleiner $N - 1$, so existieren mechanische Teilstrukturen, die nicht elastisch verbunden sind. Dies führt zu weiteren nicht elastischen Eigenformen. Ein Beispiel hierfür wären Zylinder, die nur reibschlüssig mit dem Antriebsstrang in Verbindung stehen wie beispielsweise direkt angetriebene Plattenzylinder.

Bei ausreichend großer Anzahl an mechanischen Koordinaten sind die Eigenformen mit vergleichsweise niedriger Ordnungsnummer mit denen des ortskontinuierlich parametrischen Systems vergleichbar. Charakteristisch sind auch hier die Schwingungsbüchel an den Rändern. Mit steigender Ordnungszahl weichen die Eigenformen jedoch voneinander ab und das Modell mit örtlich konzentrierten Parametern zeigt im Allgemeinen kleinere Schwingungsamplituden an den Rändern im Vergleich zu den maximalen Amplituden. Die Anzahl an Nulldurchgängen bleibt gleich der Ordnungszahl und die Schwingungsrichtung an den beiden Enden bleibt für ungerade Ordnungszahlen gegenphasig und für geradzahlige Ordnungszahlen gleichphasig.

Bild 3.2 zeigt die Eigenformen für ein kontinuierliches, homogenes System (Volllinie, grau) und einen homogenen Reihenschwinger mit 10 örtlich konzentrierten Massenträgheiten (Strichlinie, schwarz). Zu erkennen ist die mit der Ordnungszahl zunehmende Abweichung zwischen dem Modell mit konzentrierten und dem Modell mit ortskontinuierlichen Parametern. Insbesondere ist zu sehen, wie die Schwingungsamplituden an den Rändern beim Modell mit örtlich konzentrierten Parametern mit zunehmender Ordnungszahl abnehmen, was das Modell mit örtlich verteilten Parametern nicht zeigt.

**Bild 3.2:** Elastische Eigenformen des Reihenschwingers

Im Druckmaschinenbau können Winkelabweichungen benachbarter bogenführender Teile zu erheblichen Qualitätsproblemen führen, da in einem bestimmten Maschinenwinkelintervall der Druckbogen übergeben wird und variierende Winkeldifferenzen zu erheblichen Problemen wie Dublieren führen können (siehe Abschnitt 1.1.2 und 1.1.3). Aus diesem Grund werden die Winkeldifferenzen

$$\Delta q_n = q_{n+1} - q_n \quad n \in \{1, \dots, N-1\} \quad (3.23)$$

eingeführt. Diese Differenzen zwischen benachbarten Eigenformelementen können für das ortsdiskrete Modell aus (3.21)

$$\Delta \psi_{n,r} = \psi_{n,r+1} - \psi_{n,r} = \sin \left(\frac{\pi n}{N} r \right), \quad n \in \{0, 1 \dots N-1\}, \quad r \in \{1, 2 \dots N-1\}$$

gebildet werden. Im Fall eines ortskontinuierlichen Systems folgt entsprechend die Ableitung

$$\frac{\partial \psi_n(\xi)}{\partial \xi} = \sin(\pi n \xi)$$

von (3.20). Aufgrund der beliebigen Skalierbarkeit der Eigenformen sind auch die daraus gebildeten Differenzen (beziehungsweise Ableitungen) skalierbar.

Bild 3.3 zeigt für die neun elastischen Eigenformen die zugehörigen Differenzen. In der Nähe der Schwingungsknoten befinden sich nun die größten Amplituden und die erste elastische Eigenform mit den Schwingungsbäuchen an den Rändern zeigt die größten Winkeldifferenzen im mittleren Bereich der Schwingerkette. Die Problematik von zu hohen Winkeldifferenzen benachbarter bogenführender Teile während der Bogenübergabe (vgl. Abschnitt 1.1.3) tritt für den Fall der ersten elastischen Eigenform demzufolge insbesondere im mittleren Teil des Reihenschwingers beziehungsweise der Druckmaschine auf. Prinzipiell zeigt der Verlauf der Differenzen gegenüber der zugehörigen Eigenform einen Nulldurchgang weniger. Schwingt der homogene Reihenschwinger in einer elastischen Eigenform ψ_i , so liefern die Winkeldifferenzamplituden den qualitativen Verlauf der zugehörigen Schnittdrehmomente aufgrund der linearen Federelemente zwischen den benachbarten mechanischen Freiheitsgraden. Im Fall der ersten elastischen Eigenform treten somit die zugehörigen maximalen Drehmomente im mittleren Bereich des Reihenschwingers auf.

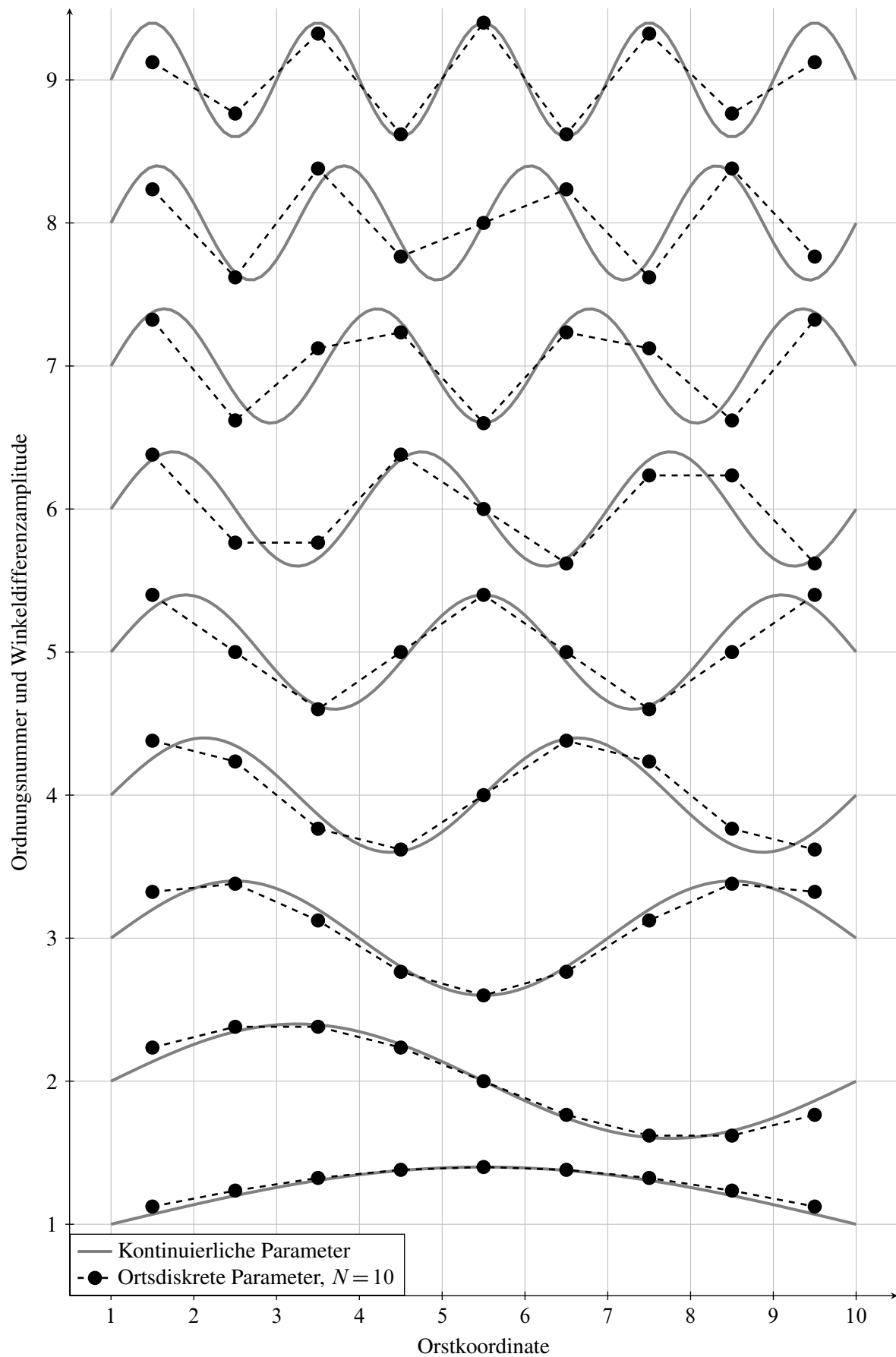


Bild 3.3: Winkeldifferenzamplituden infolge elastischer Eigenformen des Reihenschwingers

3.5 Invariante Nullstellen und Nulldynamik

Die Nulldynamik beschreibt eine systeminterne Zustandsbewegung, die dazu führt, dass trotz des Eingangssignals $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 e^{\mu_0 t}$ der Systemausgang stationär verschwindet, $\mathbf{y}_\infty = \mathbf{0}$, oder bei bestimmten Anfangszuständen gänzlich in Ruhe bleibt, $\mathbf{y} = \mathbf{0}$. Die Berechnung für ein allgemeines Zustandsraumssystem mit einer Durchgriffsmatrix \mathbf{D}

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}$$

kann mithilfe der Rosenbrockschen Systemmatrix

$$\mathbf{Z}_e(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - s\mathbf{I} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$$

erfolgen [16, S. 301 f.][48, S. 23 f.]. Zunächst werden die komplexen Frequenzen $s = \mu_m$, die die Ungleichung

$$\text{rang}\{\mathbf{Z}_e(\mu_m)\} < \max_s \text{rang}\{\mathbf{Z}_e(s)\}$$

erfüllen und somit zum Rangabfall der Rosenbrockschen Systemmatrix führen, berechnet und als invariante Nullstellen μ_m bezeichnet. Die invarianten Nullstellen, die nicht mit einem Eigenwert der Systemmatrix \mathbf{A} zusammenfallen, werden Übertragungsnullstellen μ_0 genannt [48, S. 52]. Ist die Steuer- und Beobachtbarkeit des Systems gegeben – was beim hier betrachteten Reihenschwinger in der Regel der Fall ist (siehe Abschnitt 3.8) – so sind alle invarianten Nullstellen auch Übertragungsnullstellen $\mu = \mu_0$. Invariante Nullstellen besitzen die Eigenschaft, dass diese nicht durch eine statische Zustandsrückführung verändert werden können [33, S. 12].

Die nicht triviale Lösung \mathbf{z}_{0m} der homogenen Gleichung

$$\mathbf{Z}_e(\mu_m) \mathbf{z}_{0m} = \mathbf{0}$$

wird Nullstellenrichtung

$$\mathbf{z}_{0m} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{0xm} \\ \mathbf{z}_{0um} \end{bmatrix}$$

genannt. Die Nullstellenrichtung ist beliebig skalierbar und besteht aus der zur Nullstelle μ_m gehörenden Zustandsnullstellenrichtung \mathbf{z}_{0xm} und der Eingangsnullstellenrichtung \mathbf{z}_{0um} . Damit der Systemausgang in Ruhe bleibt, muss das System den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{z}_{0xm}$ aufweisen und am Systemeingang die Amplitude $\mathbf{u} = \mathbf{z}_{0um}$ mit der komplexen Frequenz $s = \mu_m$ anliegen [33, S. 13][67, S. 270 f.].

Als einfaches Beispiel wird ein ungedämpftes System mit der Struktur wie im Bild 7.2 auf Seite 136 gezeigt herangezogen und ein einzelner Übertragungspfad (SISO-System) untersucht. Die

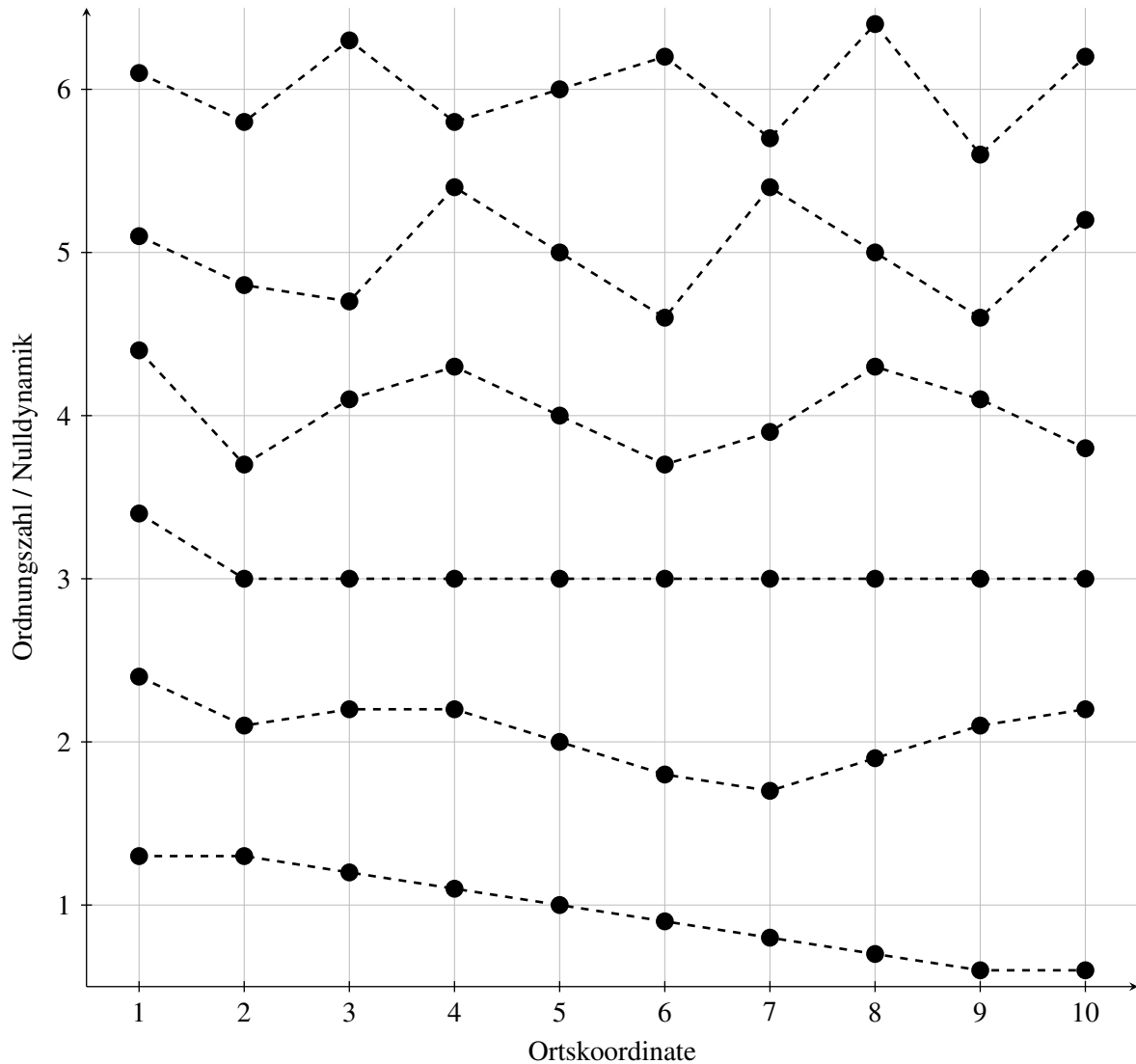


Bild 3.4: Nulldynamik Übertragungspfad ($q_5 \leftarrow u_2$)

Nullstellen treten hier paarweise konjugiert komplex auf. Analog zur Eigenform wird für die Nulldynamik nur der Winkel $\mathbf{q}_{0,r}$ dargestellt, der zweite Teil der Nullstellenrichtung im Zustandsraum – die Drehzahl $\dot{\mathbf{q}}_{0,r}$ – ergibt sich durch den Zusammenhang $\dot{\mathbf{q}}_{0,r} = \mu_r \mathbf{q}_{0,r}$ entsprechend und kann zur Übersichtlichkeit entfallen. Aufgrund der fehlenden Dämpfung liegen die Elemente der Nulldynamik in einer Ebene und können durch eine geeignete Skalierung zweidimensional dargestellt werden. Bild 3.4 zeigt beispielhaft die Nulldynamik zu den konjugiert komplexen Nullstellenpaaren des Übertragungspfads ($q_5 \leftarrow u_2$), wobei jedem Paar in aufsteigender Reihenfolge ihrer Frequenz eine Ordnungsnummer zugeordnet ist. Insgesamt existieren im betrachteten Übertragungspfad sechs konjugiert komplexe Nullstellenpaare. Damit die mechanische Koordinate q_5 in Ruhe bleibt, muss bei jeder Nulldynamik das fünfte Element Null sein. Wird beispielsweise die dritte Nullstelle μ_3 betrachtet, so ist zu erkennen, wie die erste Massenträgheit als Einmassentilger fungiert und die an der zweiten mechanischen Koordinate q_2 eingespeiste Erregung kompensiert wird (tilgt). Dadurch bleiben alle übrigen Koordinaten ebenfalls in Ruhe.

3.6 Nullstellenmigration

Aus der allgemeinen Reihenschwingerstruktur des Antriebsstrangs lassen sich Aussagen über die Nullstellen einzelner Übertragungspfade ableiten. Dies betrifft die Anzahl und die Lage der Nullstellen in der komplexen Ebene sowie den prinzipiellen Phasenverlauf und mögliche Risiken bezüglich Parameterabweichungen zwischen Modell und realer Strecke. Hierbei werden insbesondere Eigenschaften hervorgehoben, die gelten, wenn eine Messgröße vom Stellort verwendet wird (kollozierter Übertragungspfad).

3.6.1 Kollozierte und nicht kollozierte Frequenzgänge

Die kollozierten Frequenzgänge weisen bei den hier untersuchten schwach gedämpften mechanischen Strukturen über die Frequenz abwechselnd Resonanz- (konjugiert komplexe Polpaare) und Tilgungsstellen (konjugiert komplexe Nullstellenpaare, auch Antiresonanzen genannt) auf [29, S. 273 f.]. Das führt zu einem abwechselnden Anheben und Absenken des Phasengangs, was aus regelungstechnischer Sicht Vorteile hat. Beispielsweise bleibt der Phasengang des Kraft-Drehzahl-Frequenzgangs innerhalb des Wertebereichs von -90° und 90° . Ein verwendeter P-Regler würde für positive Verstärkungsfaktoren theoretisch immer zu einem stabilen Regelkreis führen, da immer eine Phasenreserve vorhanden wäre. Insgesamt weisen kollozierte Frequenzgänge $h_{rr}(\omega)$ für den ungefesselten Reihenschwinger $N - 1$ Resonanzüberhöhungen (ohne Starrkörperbewegung) und $N - 1$ Tilgungsstellen auf. Bild 3.6a zeigt für den Zehnmassen-Versuchsaufbau den gemessenen kollozierten Frequenzgang ($\dot{q}_1 \leftarrow f_1$). Deutlich zu erkennen sind die abwechselnd auftretenden Resonanzüberhöhungen und Tilgungsfrequenzen.

Sind der Systemein- und der Systemausgang nicht kolloziert, so weist der Frequenzgang mit zunehmender räumlicher Entfernung zwischen Erregerort und Messort immer weniger Nullstellen auf. Der Phasengang weist dadurch mit steigender Frequenz einen immer stärkeren Phasenabfall auf, bis der maximale Phasenabfall erreicht ist. Bild 3.6b zeigt beispielhaft zwei gemessene, nicht kollozierte Frequenzgänge mit der maximalen räumlichen Distanz zwischen Erregerort (Systemeingang) und Messort (Systemausgang). Deutlich ist der mit der Frequenz zunehmende Phasenabfall erkennbar. Wird die komplexe Lage der Nullstellen für einen Erregerort und verschiedene Messorte betrachtet, so sind die verbleibenden Nullstellen mit zunehmender Distanz hin zu höheren Frequenzen verschoben beziehungsweise nicht mehr vorhanden (Nullstellenmigration [29, S. 278 f.]). Damit einhergehend steigt die Differenzordnung (3.15) der jeweiligen Übertragungsfunktion und der Ausgang reagiert zunehmend träger auf eine Eingangsänderung. Bild 3.5 zeigt exemplarisch die Lage der Pole und Nullstellen in der komplexen Ebene für verschiedene Übertragungspfade einer Reihenschwingerstruktur mit homogen verteilten mechanischen Parametern (Struktur siehe Bild 7.2). Der Erregerort ist immer an der ersten mechanischen Koordinate und die räumliche Distanz zwischen Erreger- und Messort steigt vom linken zum rechten Diagramm. Zu erkennen ist das Wandern der Nullstellen zu höheren Frequenzen bis zum Verschwinden der Nullstellen mit zunehmender Distanz.

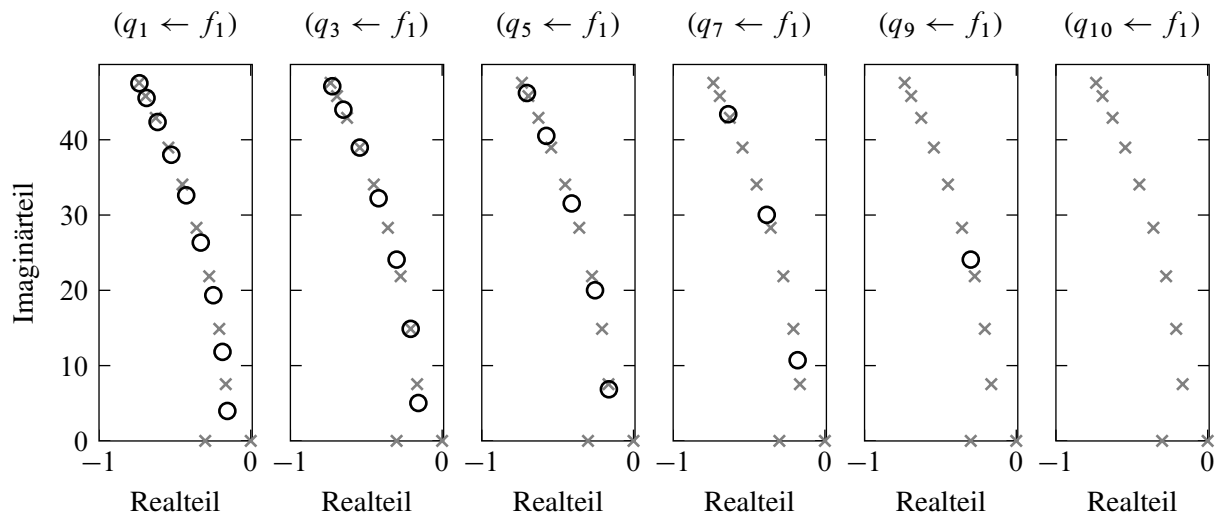
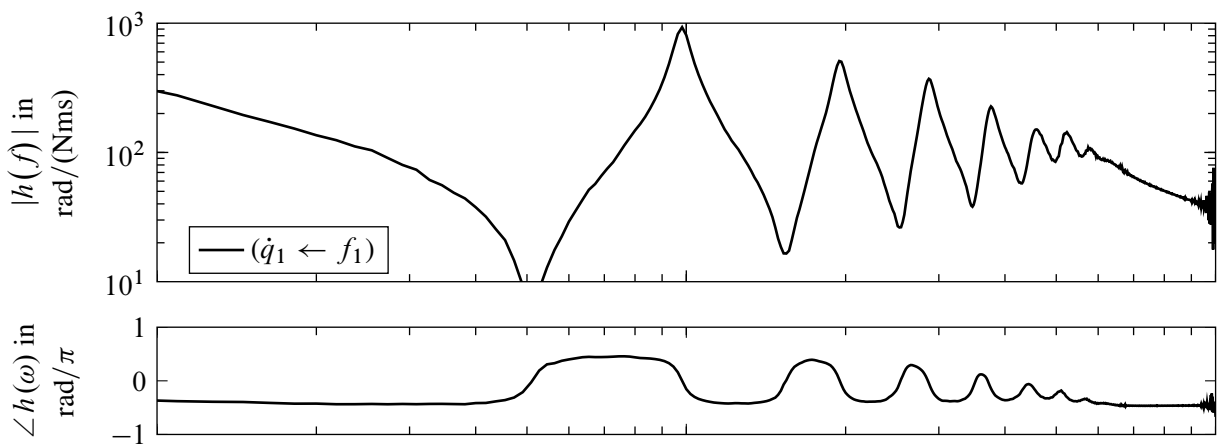


Bild 3.5: Lage der Pole \times und Nullstellen \circ für verschiedene Übertragungspfade

(a) Beispiel: kollozierter Frequenzgang



(b) Beispiel: Symmetrie der Frequenzgangsmatrix

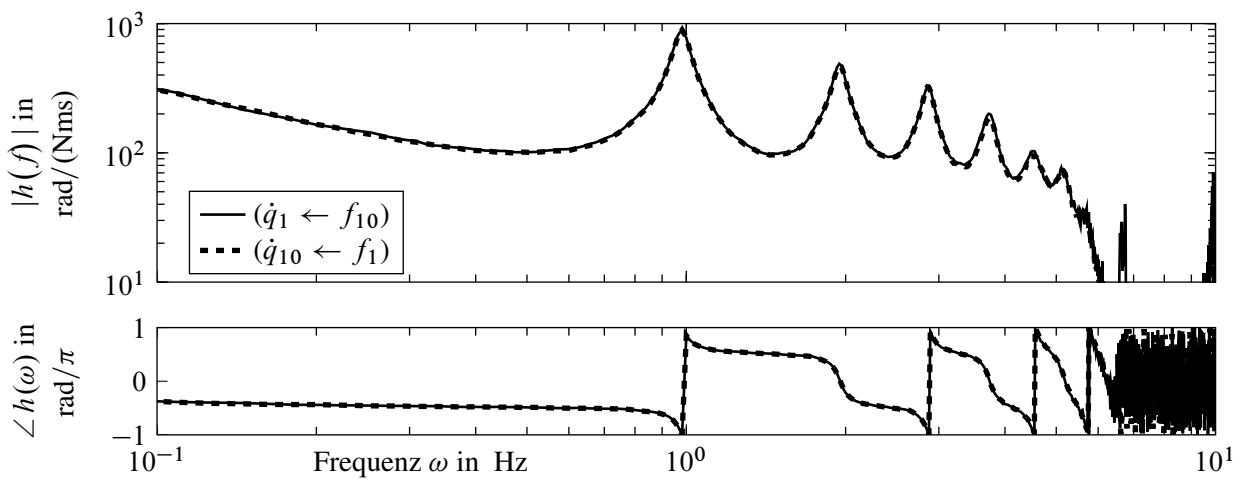


Bild 3.6: Gemessene Beispielfrequenzgänge des Reihenschwingers

3.6.2 Pol-Nullstellen-Kompensation und Pol-Nullstellen-Vertauschung

Einzelne Frequenzgänge können reelle oder komplexe Nullstellen aufweisen, die zur Kompensation von reellen oder komplexen Polen führen. In diesem Fall wäre der zugehörige Eigenwert für den betrachteten Übertragungspfad nicht beobachtbar und nicht steuerbar (Beobachtbarkeits- und Steuerbarkeitsdefekt [29, S. 279]). Frequenzgänge, in denen ein konjugiert komplexes Polpaar und ein konjugiert komplexes Nullstellenpaar relativ dicht beieinander liegen, sind aus regelungstechnischer Sicht kritisch einzustufen. Kleinere Abweichungen der realen Strecke vom theoretischen Modell können leicht zur Vertauschung der Pol-Nullstellenabfolge von nicht kollokierten Frequenzgängen führen, was gerade bei schwach gedämpften Systemen die Phase ändert. Dies kann leicht zu einem instabilen geregelten System führen, wie [29, S. 279 f.] ausführt (Pol-Nullstellenvertauschung). Der Übertragungspfad ($q_3 \leftarrow f_1$) im Bild 3.5 zeigt die Kompensation eines Pols beispielhaft.

3.7 Bewertung von Frequenzgängen

Zur Bewertung von Frequenzgängen – zum Beispiel für einen Vergleich des unregelmäßigen mit dem geregelten System – werden in diesem Abschnitt verschiedene Bewertungskriterien im Frequenzbereich vorgestellt. Zunächst sind aus drucktechnischer Sicht relevante Übertragungspfade zu wählen. Für die Druckmaschine könnten das bekannte Störeingriffsorte als Systemeingang und deren Auswirkungen auf drucktechnisch empfindliche Größen als Systemausgang, wie zum Beispiel die Differenzwinkel zwischen benachbarten bogenführenden Zylindern, sein. Eine einzelne Bewertung aller relevanten Frequenzgänge $h_r(\omega)$ ist aufwendig. Ein intuitives Vorgehen zur visuellen, zusammenfassenden Bewertung von relevanten Frequenzgängen $h_r(\omega)$ beziehungsweise einer relevanten Frequenzgangsmatrix $\mathbf{H}(\omega)$ ist das Addieren der quadrierten Frequenzgänge. Hierzu kann der Verlauf der Frobenius-Norm [72, S. 532]

$$\|\mathbf{H}(\omega)\|_F = \sqrt{\sum_{r=1}^R |h_r(\omega)|^2} = \sqrt{\sum_r \sigma_r^2\{\mathbf{H}(\omega)\}} \quad (3.24)$$

über der Frequenz ω verwendet werden. Die Frobenius-Norm kann auch über die Summe der quadrierten Singulärwerte σ_r^2 der Frequenzgangsmatrix $\mathbf{H}(\omega)$ gebildet werden [25, S. 342] und (3.24) charakterisiert somit auch den Verlauf der quadratisch aufsummierten Singulärwerte $\sum_r \sigma_r^2\{\mathbf{H}(\omega)\}$ über der Frequenz ω . Bild 3.7 zeigt beispielhaft drei quadrierte Amplitudengänge (schmale Linien) und den Verlauf der quadrierten Frobenius-Norm (breite Volllinie) über der Frequenz ω einer Reihenschwingerstruktur nach Bild 7.2. Alle wesentlichen Resonanzüberhöhungen sind im Verlauf der Frobenius-Norm visuell zu erkennen.

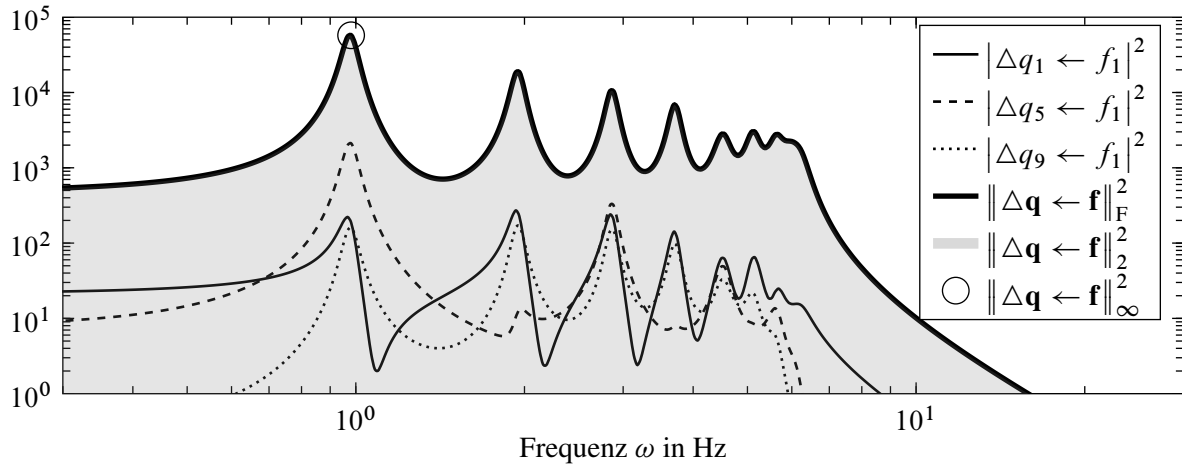


Bild 3.7: Gegenüberstellung von Amplitudengängen, Frobenius-Norm-Verlauf und Systemnormen

Aufbauend auf dem Verlauf der Frobenius-Norm (3.24) kann die \mathcal{H}_2 -Systemnorm

$$\|\mathbf{H}(\omega)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \|\mathbf{H}(\omega)\|_F^2 d\omega} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \sigma_r^2\{\mathbf{H}(\omega)\} d\omega} \quad (3.25)$$

zur qualitativen Bewertung herangezogen werden [72, S. 157 ff.]. Diese frequenzunabhängige Kennziffer bewertet die Fläche unter dem quadrierten Verlauf der Frobenius-Norm und wird in der Literatur häufig zum Reglerentwurf verwendet [72][43]. Im Bild 3.7 ist die quadrierte \mathcal{H}_2 -Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{f}\|_2^2$ als graue Fläche eingezeichnet. Diese Größe kann als Maß für die Dämpfung der betrachteten Übertragungspfade angesehen werden und wird später neben dem Vergleich verschiedener Systeme auch für den Reglerentwurf verwendet.

Ähnlich der \mathcal{H}_2 -Systemnorm kann auch die maximale Verstärkung der relevanten Frequenzgangmatrix, die \mathcal{H}_∞ -Systemnorm [16, S. 424]

$$\|\mathbf{H}(\omega)\|_\infty = \sup_{\omega} \sigma_{\max}\{\mathbf{H}(\omega)\} \quad (3.26)$$

als frequenzunabhängiges Bewertungsmaß zum Reglerentwurf verwendet werden [72, S. 357 ff.][43, S. 65 ff.]. Der größte Singulärwert σ_{\max} entspricht der maximal möglichen Verstärkung, welche sich über die Frequenz ω zwischen dem ungünstigsten Eingangsvektor und dem daraus resultierenden Ausgangsvektor einstellen kann [72, S. 158]. Im Bild 3.7 ist die quadrierte \mathcal{H}_∞ -Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{f}\|_\infty^2$ mit einem Kreis bei ca. 1 Hz markiert. Diese Kenngröße kann ebenfalls für den Reglerentwurf genutzt werden.

3.8 Strukturmaße

Im Folgenden werden verschiedene Strukturmaße vorgestellt und verglichen. Zunächst wird das in der Literatur bekannte Steuer- und Beobachtbarkeitskriterium nach Gilbert vorgestellt, welches eine Aussage über die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit einzelner Eigenwerte erlaubt [16, S. 292 ff.]. Für die Steuerbarkeit wird der i -te Zeilenvektor $\tilde{\mathbf{b}}_{uzi}^T$ der in Modalkoordinaten transformierten Stelleingangsmatrix $\tilde{\mathbf{B}}_u$ (3.7) untersucht. Der zugehörige i -te Eigenwert λ_i des diagonalisierbaren Systems ist genau dann steuerbar, wenn der modale Zeilenvektor

$$\tilde{\mathbf{b}}_{uzi}^T = \tilde{\Psi}_i^T \mathbf{P}_u \neq \mathbf{0}^T \quad \text{aus} \quad \tilde{\mathbf{B}}_u = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}_{uz1} & \dots & \tilde{\mathbf{b}}_{uzI} \end{bmatrix}^T = \tilde{\Psi}^T \mathbf{P}_u \quad (3.27)$$

mindestens ein von Null verschiedenes Element aufweist. Ebenso kann die Beobachtbarkeit anhand des i -ten Spalten-Vektors der modalen Ausgangsmatrix der Messgrößen $\tilde{\mathbf{C}}_m$ (3.7) ermittelt werden. Demnach ist der i -te Eigenwert λ_i beobachtbar, wenn mindestens ein Element des Spaltenvektors

$$\tilde{\mathbf{c}}_{mi} = \mathbf{P}_y^T \tilde{\Psi}_i \neq \mathbf{0} \quad \text{aus} \quad \tilde{\mathbf{C}}_m = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{c}}_{m1} & \dots & \tilde{\mathbf{c}}_{mI} \end{bmatrix} = \mathbf{P}_y^T \tilde{\Psi} \quad (3.28)$$

ungleich Null ist. Für die Betrachtung ist die absolute Länge des Eigenformvektors $\tilde{\Psi}_i$ nicht entscheidend und es kann ein beliebig normierter Eigenformvektor ψ_i verwendet werden. Die Gleichungen (3.27) und (3.28) zeigen, wie die i -te Eigenform Ψ_i den Einfluss der Systemeingänge auf den i -ten modalen Zustand (3.27) und gleichzeitig die Aufteilung des i -ten modalen Zustands auf die Systemausgänge (3.28) beschreibt. Treten in der Eigenform Elemente mit dem Wert Null auf, so wird von einem Schwingungsknoten an der Koordinate q_n für die i -te Schwingungsform gesprochen. An diesen mechanischen Koordinaten ist der zugehörige Eigenwert nicht steuer- und nicht beobachtbar. Die Elemente mit verhältnismäßig großen Werten kennzeichnen einen sogenannten Schwingungsbauch. An dem zugehörigen Ort ist somit eine bessere Steuer- und Beobachtbarkeit des jeweiligen Eigenwerts im Vergleich zu Orten in der Nähe von Schwingungsknoten mit geringen Werten gegeben. Aufgrund der symmetrischen, mechanischen Systemmatrizen des linearen passiven Mehrkörpersystems und dem daraus folgenden Aufbau der modalen Stelleingangs- und Ausgangsmatrizen aus den Eigenformen ist es möglich, die Steuer- und die Beobachtbarkeit eines Eigenwerts für verschiedene Mess- und Stellpositionen nur anhand der zugehörigen Eigenform Ψ_i zu bewerten (vgl. Abschnitt 3.4). Wird das mechanische System jedoch aktiv geregelt, so verliert das geregelte System allgemein die passiven und die symmetrischen Eigenschaften aus Abschnitt 3.1. Die Bewertung der Steuer- und der Beobachtbarkeit muss dann getrennt anhand der modalen Ein- $\tilde{\mathbf{b}}_{uzi}$ und Ausgangsvektoren $\tilde{\mathbf{c}}_{mi}$ des in die Modalkoordinaten transformierten Zustandssystems erfolgen.

Eine einfache Möglichkeit zur quantitativen Bewertung eines Mess- oder Stellortes an einer beliebigen, mechanischen Koordinate n bezüglich der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit eines einzelnen Eigenwerts λ_i kann nach (3.27) und (3.28) darin bestehen, dass das zum Ort gehörende Elemente der jeweiligen Eigenform im Vergleich zu den restlichen Elementen der Eigenform betrachtet wird. Solch ein Bewertungsmaß

$$\kappa_{Sin} = \frac{1}{\|\Psi_i\|_\infty} |\psi_{in}| \quad 0 \leq \kappa_{Sin} \leq 1 \quad (3.29)$$

wird beispielsweise von Strassberger [74, S. 85] eingeführt. Mithilfe der Normierung auf das betragsmäßig größte Eigenformelement $\|\boldsymbol{\psi}_i\|_\infty$ liegt das Bewertungsmaß κ_{sin} im Intervall von 0 % bis 100 %. Für MIMO-Systeme lässt sich die Bewertung zum Verwenden von mehreren Mess- oder Stellgrößen an R unterschiedlichen, mechanischen Koordinaten n_r ändern. Hierzu kann das Maß

$$\kappa_{Ki} = \frac{1}{\|\boldsymbol{\psi}_i\|_1} \left\| \mathbf{P}^T \boldsymbol{\psi}_i \right\|_1 \quad 0 \leq \kappa_{Ki} \leq 1$$

mithilfe der allgemeine Positionsmatrix \mathbf{P} berechnet werden. Die Normierung auf die Betragssumme der Eigenform führt wieder zu einem Bewertungsmaß, welches im gleichen Intervall liegt. Ein vollaktuiertes System $P=N$ beziehungsweise die Messung des Winkels aller mechanischen Koordinaten führt somit auf den maximal möglichen Wert von 100 %. Ein genereller Unterschied der Steuer- oder der Beobachtbarkeit zwischen den Eigenwerten hat keinen Einfluss auf die Bewertung, sondern der jeweilige Ort wird mit seinem Idealfall des vollaktuierten Antriebs beziehungsweise des besten Orts verglichen.

Ein anderes in der Regelungstechnik verbreitetes Maß zur Bewertung liefert Litz [44]. Hier wird ein Steuerbarkeitsmaß κ_{Bi} und ein Beobachtbarkeitsmaß κ_{Ci}

$$\kappa_{Bi} = \frac{\mathbf{w}_i^T \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{w}_i^*}{\mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_i^*} = \frac{1}{\|\mathbf{w}_i\|_2^2} \left\| \tilde{\mathbf{b}}_{zi} \right\|_2^2 \quad \text{bzw.} \quad \kappa_{Ci} = \frac{\mathbf{v}_i^T \mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{v}_i^*}{\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i^*} = \frac{1}{\|\mathbf{v}_i\|_2^2} \left\| \tilde{\mathbf{c}}_i \right\|_2^2$$

verwendet, welches wieder für jeden Eigenwert λ_i eine differenzierte Bewertung liefert. Werden als Systemausgang nur die Positionen der mechanischen Koordinaten \mathbf{q} betrachtet und der Zusammenhang $\mathbf{w}_i^T = \mathbf{v}_i^T = \begin{bmatrix} \lambda_i \tilde{\boldsymbol{\psi}}_i^T & \tilde{\boldsymbol{\psi}}_i^T \end{bmatrix}$ aus (3.18) berücksichtigt, so folgt daraus das Strukturmaß

$$\kappa_{Li} = \kappa_{Bi} = \kappa_{Ci} = \frac{1}{(|\lambda_i|^2 + 1) \|\boldsymbol{\psi}_i\|_2^2} \left\| \mathbf{P}^T \boldsymbol{\psi}_i \right\|_2^2 \quad 0 \leq \kappa_{Li} < 1, \quad (3.30)$$

welches zur Bewertung der Steuer- und Beobachtbarkeit die Eigenform $\boldsymbol{\psi}_i$ und den Eigenwert λ_i benötigt. Das Maß bezieht die Kennkreisfrequenz $\omega_{0i} = |\lambda_i|$ mit ein, wodurch das Strukturmaß für Eigenwerte mit höherwertigen Kennkreisfrequenzen prinzipiell geringer ausfällt.

Soll die Dominanz einzelner Eigenwerte in einen Übertragungspfad vom Krafteingang m zum Positionsausgang n bewertet werden, so folgt aus (3.19) und der Substitution $s = j\omega$ der Zusammenhang

$$h_{nm}(\omega) = \sum_{i=1}^I \frac{\tilde{\mathbf{c}}_{ni} \tilde{\mathbf{b}}_{im}}{j\omega - \lambda_i} = \sum_{i=1}^I \frac{\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{in} \tilde{\boldsymbol{\psi}}_{im}}{j\omega - \lambda_i}$$

für einen einzelnen Frequenzgang. Der maximale Einfluss eines schwingungsfähigen Eigenwertes $\lambda_i = -\zeta_i \omega_{0i} + j\omega_{ei}$ über die Frequenz ω liegt bei der Resonanzfrequenz ω_{ri}

$$\omega = \omega_{ri} = \omega_{0i} \sqrt{1 - 2\zeta_i^2} \approx \omega_{ei} = \omega_{0i} \sqrt{1 - \zeta_i^2},$$

die für kleine Dämpfungen ($\zeta < 10\%$) durch die Eigenkreisfrequenz ω_{ei} angenähert werden kann. Daraus kann ein Dominanzmaß bezüglich der i -ten Resonanzüberhöhung

$$\kappa_{Dinm} = \frac{1}{\zeta_i \omega_{0i}} \left| \tilde{\boldsymbol{\psi}}_{in} \tilde{\boldsymbol{\psi}}_{im} \right| = \frac{1}{\zeta_i \omega_{0i} \tilde{e}_{di}} \left| \boldsymbol{\psi}_{in} \boldsymbol{\psi}_{im} \right| \quad 0 \leq \kappa_{Dinm}$$

abgeleitet werden [16, S. 306 ff.]. Ist ein Eigenwert in dem gewählten Übertragungspfad dominant, so ist ebenfalls die Beeinflussung dieses Eigenwerts mit den zum Übertragungspfad gehörenden Stell- und Messort beziehungsweise die Steuer- und Beobachtbarkeit entsprechend gegeben.

Oftmals ist die modale Dämpfung der Eigenwerte ähnlich und kann als gleich $\zeta_i = \zeta$ angenommen werden. Für den Vergleich der Dominanzwerte untereinander sind die modalen Dämpfungen dann nicht mehr relevant und können entfallen. Der Einfluss der Dämpfung auf die Eigenform ist, für die hier betrachteten schwach gedämpften Systeme ($\zeta < 10\%$), in der Regel zu vernachlässigen. Damit ist der Betrag der normierten Eigenform $\|\tilde{\Psi}_i\|_2$ des ungefesselten, homogenen Reihenschwingers nur noch von der Massenmatrix $\mathbf{M} = m \mathbf{I}$ beziehungsweise nur noch von der Einzelmassenträgheit m abhängig (vgl. Abschnitt 2.4 und 3.1). Die normierte Eigenform $\tilde{\Psi}_i = \sqrt{m} \check{\Psi}_i$ lässt sich dann durch die massenbereinigte Eigenform $\check{\Psi}_i$ angeben. Eine weitere Vereinfachung lässt sich mit (3.22) zur Berechnung der Kennkreisfrequenzen $\omega_{0i} = \mu_i \omega_{0\infty}$ für homogene Reihenschwinger mithilfe der modellparameterabhängigen Kennkreisfrequenz $\omega_{0\infty}$ und der modellparameterunabhängigen Größe μ_i erreichen. Als letzte vereinfachende Annahme soll der Stelleingang und der Messausgang an derselben mechanischen Koordinate q_n liegen. Dies trifft für heutige moderne Antriebsmotoren mit integrierter Winkelsensorik und einschleifigen Regelungen häufig zu. Die aufgeführten vereinfachenden Annahmen führen auf

$$\kappa_{Din} = \frac{1}{\zeta \omega_{0\infty} m} \frac{1}{\mu_i} \left| \check{\Psi}_{in} \right|^2 \quad 0 \leq \kappa_{Din}$$

und zeigen, wie die Modellparameterwerte nur als konstanter Faktor eingehen. Eine Änderung des Dominanzmaßwerts aufgrund eines anderen Eigenwerts oder Orts hängt nur von den strukturellen Größen $\check{\Psi}_i$ und μ_i ab. Für einen relativen Vergleich der Dominanzwerte κ_{Din} eines Modells kann auf den absoluten Faktor verzichtet werden und es ist ausreichend, nur den proportionalen Zusammenhang

$$\kappa_{Din} \sim \frac{1}{\mu_i} \left| \check{\Psi}_{in} \right|^2 \quad 0 \leq \kappa_{Din}$$

zu betrachten. Dies erlaubt eine strukturelle Untersuchung ohne genau Modellparameterwerte. Für die Betrachtung mehrerer Stellein- beziehungsweise Messausgänge kann das Maß mithilfe der Positionsmatrix \mathbf{P}

$$\kappa_{Di} = \frac{1}{\zeta_i \omega_{0i} m} \left\| \mathbf{P}^T \check{\Psi}_i \right\|_2^2 \sim \frac{1}{\mu_i} \left\| \mathbf{P}^T \check{\Psi}_i \right\|_2^2 \quad 0 \leq \kappa_{Di} \quad (3.31)$$

erweitert werden.

Zur kombinierten Bewertung mehrerer Eigenwerte zur Beurteilung eines oder mehrere Stell- oder Messorte können die Bewertungsmaße zu den verschiedenen Eigenwerten κ_i jeweils in Anlehnung an [74, S. 84 ff.] als gewichtetes geometrisches Mittel

$$\kappa_{\Pi} = o \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \kappa_i^{w_i}} \quad \text{mit} \quad o = \sum_{i=1}^N w_i \quad 0 \leq \kappa_{\Pi} \quad (3.32)$$

multiplikativ zusammengefasst werden. Mithilfe der Parameter $w_i \geq 0$ kann jedem konjugiert komplexen Eigenwertpaar eine individuelle Gewichtung zugewiesen werden [26, S. 372 f.]. Je Eigenwertpaar $\lambda_i = \lambda_{N+i}^*$ wird nur eine Eigenform $\psi_i = \psi_{N+i}^*$ berücksichtigt. Ein Vorteil der multiplikativen Verknüpfung liegt darin, dass das Bewertungsmaß gegen Null läuft umso näher einer der ausgewählten mechanischen Koordinaten an einem Schwingungsknoten einer elastischen Eigenform liegt und sich somit die vollständige Steuer- beziehungsweise Beobachtbarkeit praktisch verschlechtert oder sogar verloren geht. Liegen alle ausgewählten mechanischen Koordinaten exakt auf vorhandenen Schwingungsknoten einer Schwingungsform, so ist der zugehörige Eigenwert nicht steuer- und beobachtbar und als Maß ergibt sich entsprechend der Wert Null.

Alternativ können die Bewertungsmaße mithilfe des gewichteten arithmetischen Mittels

$$\kappa_{\Sigma} = \frac{1}{o} \sum_{i=1}^N w_i \kappa_i \quad 0 \leq \kappa_{\Sigma} \quad (3.33)$$

summiert werden. Dies stellt ein natürlicheres Maß zur Bewertung des Einflusses der Eigenwerte dar, da die einzelnen modalen Anteile sich wie im linearen System additiv überlagern und so die Steuer- und Beobachtbarkeit der dominanten Eigenwerte bewertet werden.

Zum Vergleich mehrerer kombinierter Bewertungsmaße $\kappa_r = \kappa_{\Pi r}$ oder $\kappa_r = \kappa_{\Sigma r}$ für R verschiedene Orte oder Ortskombinationen untereinander

$$\bar{\kappa}_r = \kappa_r / \kappa_{\max}, \quad \kappa_{\max} = \max_r \kappa_r, \quad 0 \leq \bar{\kappa}_r \leq 1$$

eignet sich die Normierung mit dem Maximalwert κ_{\max} . Dies vereinfacht die Darstellung durch ein festes Intervall und das Maß (3.31) hängt nicht mehr von den mechanischen Parametern des homogenen Reihenschwingers m und k ab. Dadurch können geeignete Stell- und Messorte in Hinblick auf die Minimierung der Systemnormen durch die Wahl möglichst großer kombinierter Bewertungsmaße gefunden werden. Dies erfolgt lediglich mithilfe der Systemstruktur (homogener Reihenschwinger) aus Abschnitt 3.4 und die Kenntnis von quantitativen Werten mechanischer Parameter ist nicht notwendig.

Bild 3.8 zeigt den Verlauf vom relativen, geometrisch kombinierten Strukturmaß κ_{Π} zur Bewertung unterschiedlicher Stell- oder Messorte über alle möglichen mechanischen Koordinaten $r = 1 \dots N$. Werden alle Eigenwerte betrachtet, so zeigt sich, dass mit Ausnahme der Orte drei und acht alle gleich geeignet erscheinen. Nur der dritte und achte Ort ergeben aufgrund der Schwingungsknoten an diesen mechanischen Koordinaten eine geringere Bewertung. Werden nur die relevanten, schwingungsfähigen Eigenwerte eins bis vier berücksichtigt, so zeigen sich die beiden Ränder als besser geeignet. Wird hingegen das relative, arithmetisch kombinierte Maß in Bild 3.9 untersucht, erscheinen insbesondere die Randbereiche als vorteilhaft, unabhängig davon, ob alle Eigenwerte oder nur die ersten relevanten schwingungsfähigen Eigenwerte betrachtet werden. Daraus lassen sich die Randbereiche des Reihenschwingers als günstige Stellorte ableiten.

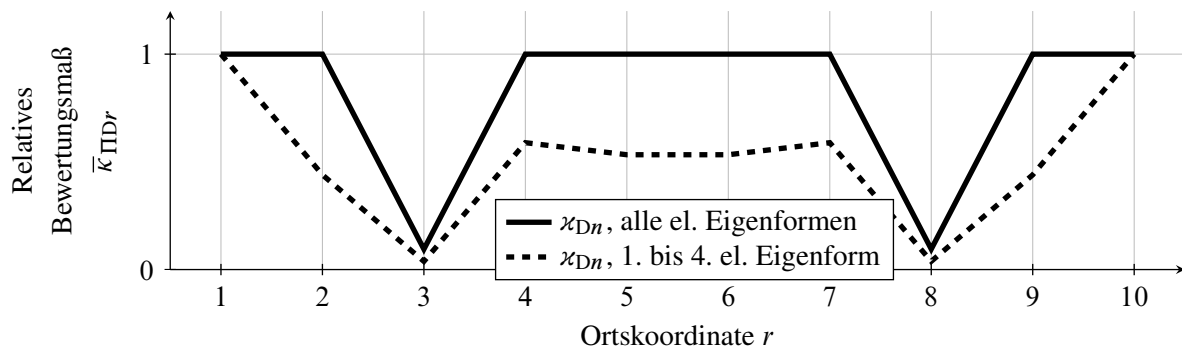


Bild 3.8: Geometrisch kombinierte Strukturmaß κ_{Di}

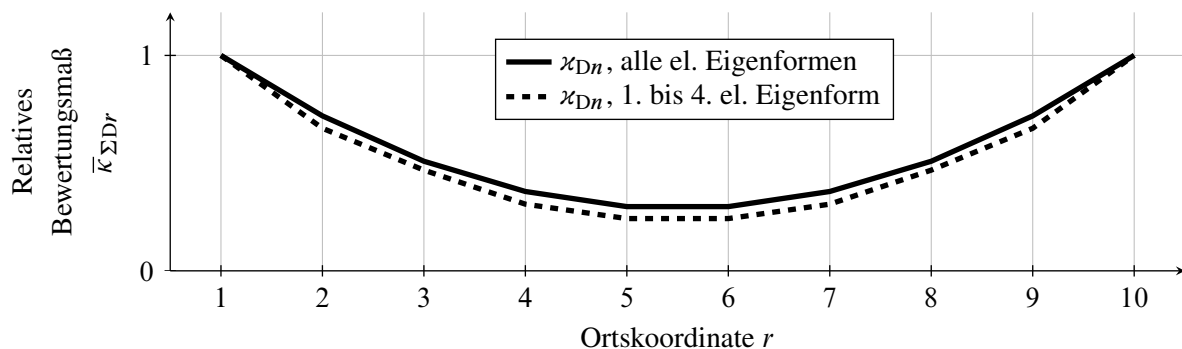


Bild 3.9: Arithmetisch kombiniertes Strukturmaß κ_{Di}

3.9 Ordnungsreduktion

Das Entfernen von nicht benötigten Zuständen aus dem mathematischen Modell wird als Ordnungsreduktion verstanden. Dabei darf die Ordnungsreduktion des Modells das relevante Modellverhalten, wie die Lage der dominanten Eigenwerte, nicht nennenswert ändern. Die Reduktion kann zunächst aus physikalischen Überlegungen heraus erfolgen, wie zum Beispiel durch das Zusammenfassen von Massenträgheiten eines Moduls zu einer mechanischen Koordinate, worauf im Abschnitt 2.3 zurückgegriffen wurde. Eine weitere Reduktion ist durch das Entfernen von nicht benötigten Zuständen, welche sich nicht auf die interessierenden Systemgrößen auswirken, zu erreichen. In dem hier betrachteten Fall des Antriebsstrangs handelt es sich um absolute Lagezustände, die im Allgemeinen nicht benötigt werden und die ohne Verlust der Modellgüte bezüglich der relevanten Systemgrößen, wie Geschwindigkeits- und Differenzpositionen zwischen mechanischen Koordinaten, entfernt werden können. Darüber hinaus ist häufig eine starke Reduktion durch die Annäherung des Modellverhaltens durch Modelle mit reduzierter Anzahl an Zuständen möglich, solange die damit einhergehende Abweichung zum Originalmodell vertretbar ist. Die Literatur gibt eine Vielzahl solcher Ordnungsreduktionsverfahren an. Aus der Strukturdynamik stammende Verfahren, wie nach Guyan, nach Röhrle oder nach Rivin, reduzieren die Anzahl mechanischer Freiheitsgrade eines vollständig bekannten mechanischen Modells häufig unter der Berücksichtigung von physikalischen Randbedingungen wie der Energieäquivalenz oder dem Erhalten der Steifigkeit [13, S. 161 ff.]. In der Regelungstechnik wurden Verfahren entwickelt, welche von einem allgemeineren Zustandsraumssystem ausgehen und Gesichtspunkte wie das Beibehalten dominanter Eigenwerte oder der stationären Verstärkung des Systems berücksichtigen [16, S. 305 ff.].

Durch die vorgenommenen Vereinfachungen bei der physikalischen Modellbildung ist die Modellordnung bereits stark reduziert. Als weitere Ordnungsreduktion bietet sich das Entfernen von Eigenwerten an, die das interessierende Modellverhalten nicht beeinflussen. In dem hier betrachteten Fall werden Eigenwerte entfernt, die einer Starrkörperlage entsprechen. Zur Entfernung dieser nicht benötigten Zustände wird von der Zustandsraumdarstellung (2.6) mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^T & \mathbf{q}^T \end{bmatrix}^T$ und der Systemmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

ausgegangen. Aufgrund des mechanisch ungefesselten Systems und möglicher weiterer elastisch nicht gekoppelter mechanischer Teile hat die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} keinen vollen Rang,

$$\text{rang}\{\mathbf{K}\} < N.$$

Dieser Defekt der Matrix \mathbf{K} bleibt im Matrizenprodukt $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}$

$$\text{def}\{\mathbf{K}\} = \text{def}\{\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}\} = I_{\text{def}}$$

erhalten und sorgt im Zusammenspiel mit der Nullmatrix $\mathbf{A}_{22} = \mathbf{0}$ in (3.34) für den gleichen Defekt der Systemmatrix \mathbf{A} . Hieraus ergeben sich insgesamt I_{def} Eigenwerte der Systemmatrix mit dem Wert Null, welche der absoluten Lage einer oder mehrerer ungefesselten Starrkörper entsprechen. Ein mehrfaches Auftreten kann entstehen, wenn mehrere ungefesselte mechanische Teilsysteme untereinander nicht elastisch gekoppelt sind. Wird der Verschiebungsvektor \mathbf{q} mithilfe der Matrix \mathbf{T}_q in die interessierenden Differenzpositionen $\Delta \mathbf{q}$ aus (3.23) und in die uninteressante absolute Lage q_1

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{q}^T & q_1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_q \mathbf{q}$$

transformiert, so folgt mit der Koordinatentransformation

$$\mathbf{x}_\Delta = \mathbf{T} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \Delta \mathbf{q} \\ q_1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_q \end{pmatrix}$$

die transformierte Systemmatrix

$$\mathbf{A}_\Delta = \mathbf{T} \mathbf{A} \mathbf{T}^{-1} = \begin{pmatrix} -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_\Delta \\ \mathbf{T}_q & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

mit der transformierten Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_\Delta = \mathbf{K} \mathbf{T}_q^{-1}$. Diese neue Matrix \mathbf{K}_Δ weist beim ungefesselten System mindestens eine Nullvektorspalte auf, wodurch auch die Systemmatrix \mathbf{A}_Δ entsprechend viele Nullvektorspalten besitzt. Die zugehörigen Zustände – im einfachsten Fall der Positionszustand q_1 – beeinflussen jeweils keine anderen Zustände und damit auch nicht interessierende Ausgangsgrößen wie die Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{q}}$ oder die Differenzpositionen $\Delta \mathbf{q}$ und

können, wenn nicht weiter von Interesse, gelöscht werden. Dazu werden die zugehörigen Spalten und Zeilen aus der Systemmatrix, der Kraftein- und der Ausgangsmatrix entfernt. Im einfachsten Fall des ungefesselten Reihenschwingers mit $\text{rang}\{\mathbf{K}\} = N - 1$ folgt daraus die reduzierte Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{f}$$

mit den verbleibenden Zuständen $\mathbf{x}_r^T = [\dot{\mathbf{q}}^T \Delta \mathbf{q}^T]$. Die so gewonnene reduzierte Systemmatrix \mathbf{A}_r ist nun regulär und vereinfacht dadurch häufig den regelungstechnischen Umgang mit dem reduzierten Modell.

Eine weitere Modellreduktion ist meist nicht notwendig und die verschiedenen Regelungsentwurfverfahren können ohne großen Rechenaufwand durchgeführt und die Systeme simuliert werden. Ist dennoch eine weitere Ordnungsreduktion nötig, zum Beispiel zur Laufzeitoptimierung von Beobachterstrukturen, so kann dies mit Ordnungsreduktionsverfahren erfolgen, die das interessierende Modellverhalten beeinflussen. Der Autor hat hier gute Erfahrungen mit der modalen Ordnungsreduktion zum Beispiel mithilfe von Litzschen Dominanzmaßen [45] erzielt, bei der die dominanten Eigenwerte erhalten bleiben. Ein weiteres weit verbreitetes Verfahren ist das Balancieren und Abschneiden (engl. *balanced truncation model reduction*), bei dem ein schlecht steuer- und beobachtbarer Teil des Modells abgeschnitten wird [16, S. 310 ff.][72, S. 457 ff.].

4 Parameteridentifikation

Für die mechanischen Modelle aus dem Kapitel 2 werden die physikalischen Parameter benötigt, die teilweise nur sehr ungenau oder gar nicht bekannt sind. Die zum Parametervektor $\boldsymbol{\theta}$ zusammengefassten physikalischen Parameter gehen affin in die Systemmatrizen $\mathbf{E}_d = \mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta})$ und $\mathbf{A}_d = \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})$ ein (4.1), jedoch ist der Zusammenhang beispielsweise zum Kraft-Weg-Frequenzgang $\mathbf{H}(\omega) \sim (\mathbf{j}\omega \mathbf{E}_d - \mathbf{A}_d)^{-1}$ nichtlinear, wie (3.10) zeigt. Dies führt auf nicht konvexe Optimierungsprobleme zur Identifikation der physikalischen Parameter, deren Lösung gegenüber konvexen Problemen erschwert ist. So besteht die Gefahr von suboptimalen Lösungen des Optimierungsproblems und die identifizierten Parameterwerte können stark von physikalisch sinnvollen Werten abweichen.

Zur Lösung des Problems wird ein schrittweises Vorgehen vorgeschlagen, an dessen Ende die Identifikation der unbekannten mechanischen Parameter steht. Durch das mehrschrittige Vorgehen können die Zwischenergebnisse bereits auf Plausibilität überprüft werden und frühzeitig Messfehler erkannt werden. Die Zwischenergebnisse können zudem genutzt werden, um Störungen zu erkennen und gegebenenfalls zu korrigieren. Theoretische Eigenschaften, wie das physikalisch sinnvolle modale Schwingungsverhalten, kann identifiziert und weiterverarbeitet werden, womit sich gemessene Störungen unterdrückt lassen, die zu einem physikalisch unrealistischen modalen Schwingungsverhalten führen. Das prinzipiell nichtlineare Schätzproblem kann dabei schrittweise in kleinere, einfachere Probleme unterteilt werden.

Zunächst wird der Einfluss der einzelnen mechanischen Parameter auf mögliche Messgrößen hergeleitet und diskutiert. Die Bedeutung einzelner Parameter im Frequenzbereich kann untersucht werden und liefert Hinweise zur Auswahl eines Erregersignals. Darauf aufbauend wird die strukturelle Identifizierbarkeit einzelner Parameter mithilfe der Singulärwertzerlegung untersucht. Dies erlaubt eine Optimierung des Modells und irrelevante, nicht eindeutige Parameter können entfernt oder zusammengefasst werden.

Als erster Schritt zur experimentellen Identifizierung folgt die Ermittlung von nicht parametrischen Frequenzgängen. Bestimmte Systemeigenschaften wie Linearität, Symmetrie (mechanische Passivität) und Nullstellenmigration können bereits hier überprüft werden. Weiterhin erlaubt die Betrachtung im Frequenzbereich druckmaschinentypische Störungen zu erkennen und gegebenenfalls zu entfernen. Zusätzlich können weitere a priori Kenntnisse wie zum Beispiel ein erfahrungsmäßig glatter Frequenzgangsverlauf durch eine Frequenzgangsglättung einfließen.

Es folgt die Experimentelle Modalanalyse mit deren Hilfe die modalen Parameter wie Eigenwerte und Eigenformen ermittelt werden. Hierfür existiert eine Vielzahl an entwickelten Methoden. In dieser Arbeit werden die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale genannt und geeignete Methoden in Hinblick auf den Antriebsstrang hervorgehoben. Die modalen Parameter können wieder auf Plausibilität überprüft und Erfahrungswerte, wie typische modale Dämpfungswerte etc., bei der Schätzung berücksichtigt werden.

Am Ende des Kapitels folgt die Identifizierung der mechanischen Parameter, welche wiederum in zwei Schritte unterteilt werden kann. Zunächst werden die wesentlichen Steifigkeitsparameter aus modifizierten Modalparametern ermittelt. Danach erfolgt die Identifikation der Dämpfungen, während die Steifigkeitsparameter konstant sind. Im letzten Schritt können die gewonnenen Dämpfungs- und Steifigkeitsparameter als gute Startwerte für eine weitere, genauere Schätzung aller mechanischen Parameter verwendet werden.

4.1 Parametersensitivität

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der zu identifizierenden Parameter auf die verwendeten Daten untersucht, die Parametersensitivität. Die Untersuchung kann das gewählte Erregersignal mit einschließen, wenn beispielsweise Ein- und Ausgangssignale im Zeit- oder Frequenzbereich als Daten verwendet werden, die mit dem gewählten Erregersignal berechnet wurden. Wird beispielsweise der Einfluss auf eine Ausgangsgröße $y(\omega) = h(\omega) u(\omega)$ untersucht, so schließt das die Systemeingänge mit den verwendeten Erregersignalen $u(\omega)$ in die Bewertung mit ein. Im Weiteren werden jedoch als Daten einzelne Frequenzgänge $h_r(\omega)$ für ein gewähltes Frequenzintervall analysiert. Diese Daten sind vom Erregersignal unabhängig und eine Betrachtung geeigneter Erregersignale erfolgt später.

Zunächst werden die K zu identifizierenden Parameter wie Massenträgheiten m_r , Dämpfungen b_r und Steifigkeiten k_r im Parametervektor $\boldsymbol{\theta}^T = [m_1 \ m_2 \ \dots \ b_1 \ b_2 \ \dots \ k_1 \ k_2 \ \dots]$ zusammengefasst. Die Systemmatrizen $\mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta})$ und $\mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})$ aus (2.5) sind Funktionen des Parametervektors $\boldsymbol{\theta}$

$$\mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{E}_{d0} + \sum_{k=1}^K \mathbf{E}_{\theta k} \theta_k \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{A}_{d0} + \sum_{k=1}^K \mathbf{A}_{\theta k} \theta_k \quad (4.1)$$

und können aus den Submatrizen $\mathbf{E}_{\theta k}$ und $\mathbf{A}_{\theta k}$ und aus den parameterunabhängigen Teilen \mathbf{E}_{d0} und \mathbf{A}_{d0} aufgebaut werden (vgl. [58, S. 378]). Für die relative Parameteränderung

$$\theta_k = \theta_{0k} \alpha_k \quad (4.2)$$

eines Bezugsparameters θ_{0k} mit dem relativen Parameter α_k folgt aus (4.1)

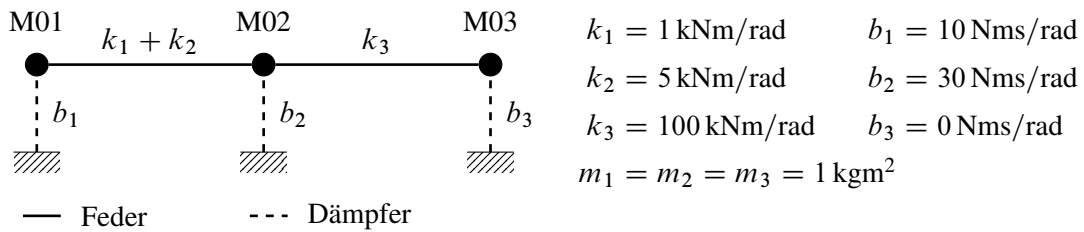
$$\mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{E}_{d0} + \sum_{k=1}^K \mathbf{E}_{\theta k} \theta_{0k} \alpha_k \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{A}_{d0} + \sum_{k=1}^K \mathbf{A}_{\theta k} \theta_{0k} \alpha_k. \quad (4.3)$$

Die Ableitung des Frequenzgangs $h_r(\omega) = h_r(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}, \omega)$ nach dem relativen Parameter ergibt die relative Sensitivität

$$s_{r,k}(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}, \omega) = \frac{\partial h_r(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}, \omega)}{\partial \alpha_k}$$

der Modellparameter θ_k , die lokal für die Bezugsparameter $\boldsymbol{\theta}_0$ gilt. Mithilfe der Submatrizen $\mathbf{E}_{\theta k}$, $\mathbf{A}_{\theta k}$ und des impliziten Zustandsraumsystems (4.3) kann die Sensitivität

$$s_{r,k} = \frac{\partial h_r}{\partial \alpha_k} = -\mathbf{c}_{drr}^T (\mathbf{j}\omega \mathbf{E}_d - \mathbf{A}_d)^{-1} (\mathbf{j}\omega \mathbf{E}_{\theta k} - \mathbf{A}_{\theta k}) (\mathbf{j}\omega \mathbf{E}_d - \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{b}_{dr} \theta_{0k} \quad (4.4)$$

**Bild 4.1:** Mechanisches Beispielmodell

für alle Frequenzen die ungleich den rein imaginären Eigenwerten des Matrizenpaars $\mathbf{E}_d, \mathbf{A}_d$ sind ($j\omega \neq \lambda$) analytisch angegeben werden (siehe Anhang A.4). Dies erlaubt die Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf gewählte Frequenzgänge. Eine visuelle Bewertung kann zum Beispiel durch die Darstellung der aufsummierten absoluten Sensitivitäten

$$s_k(\omega, \theta) = \sum_{r=1}^R |s_{r,k}(\omega, \theta)|$$

erfolgen. Damit können geeignete Frequenzgänge oder Frequenzgangskombinationen und Frequenzintervalle zur Identifikation gewählt werden. Auf eine jeweilige Skalierung der verwendeten Frequenzgänge kann häufig verzichtet werden, da die Rausch-Nutzsignalverhältnisse der Sensorik untereinander vergleichbar und die physikalische Dimension der verwendeten Ein- und Ausgangssignale identisch sind.

Das Prinzip soll am ungefesselten mechanischen System aus Bild 4.1 veranschaulicht werden. Zur Identifikation wird nur der Kraft-Geschwindigkeits-Frequenzgang $h_{1,1}(\omega)$ verwendet. Bild 4.2 oben zeigt den zugehörigen Amplituden- und Phasengang mit einer Tilgungsfrequenz bei ca. 2,7 Hz, einer Resonanz bei ca. 12,5 Hz und einer Tilgungs-Resonanz-Kombination bei ca. 22,7 Hz. Die Sensitivität ist im Bild 4.2 unten für die drei Federparameter k_1, k_2 und k_3 gezeigt. Zu erkennen ist, dass die beiden Parameter k_1 und k_2 zwischen 10 Hz und 15 Hz großen Einfluss haben. Dagegen hat k_3 hier kaum Einfluss sondern vielmehr im Bereich um 22,7 Hz. Sollen alle drei Federparameter identifiziert werden, so sollte der verwendete Frequenzbereich beide Bereiche umfassen.

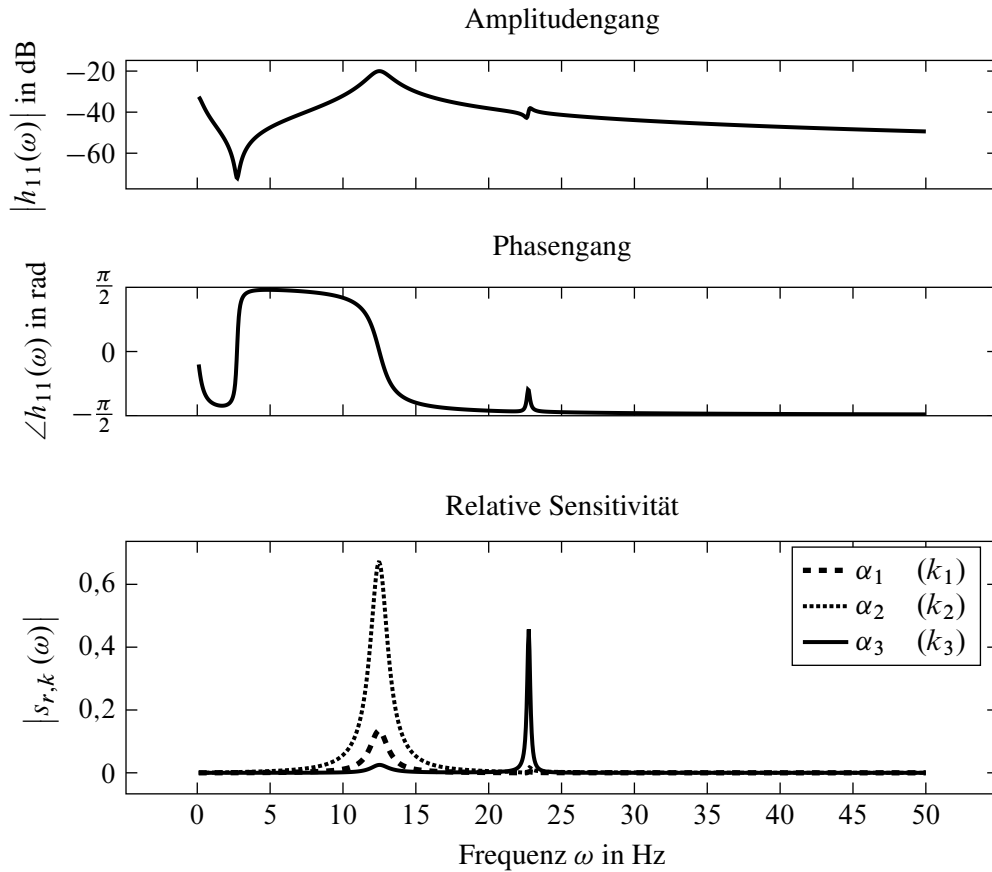


Bild 4.2: Parametersensitivität

4.2 Identifizierbarkeit

Die Modellparameter eines System sind genau dann lokal identifizierbar, wenn nur ein eindeutiger Parametersatz θ existiert, mit dem die verwendeten Daten erzeugt werden können [63, S. 191]. Eine Grundvoraussetzung hierfür ist eine vorhandene Sensitivität der Parameter bezüglich der Daten. Umso größer der Parametereinfluss auf die Daten ist, desto besser sind die Voraussetzungen, diesen Parameter zu identifizieren. Daneben spielt die Eindeutigkeit bei der Identifizierbarkeit eine weitere wichtige Rolle. Hat ein Parameter großen Einfluss auf die zur Identifikation verwendeten Daten, lässt sich jedoch nicht von anderen zu identifizierenden Parametern unterscheiden, so geht die Identifizierbarkeit für den Parameter ebenfalls verloren.

4.2.1 Untersuchung mithilfe der Singulärwertzerlegung

Für die Identifikation werden im Weiteren Frequenzgänge $h_r(\omega)$ verwendet. Die Untersuchung der lokalen Identifizierbarkeit von K Modellparametern erfolgt mithilfe der relativen Parametersensitivitäten $s_{r,k}$ für den r -ten Frequenzgang $h_r(\omega)$, die zur Vektorfunktion

$$\mathbf{s}_r^T(\omega, \theta) = [s_{r,1}(\omega, \theta) \cdots s_{r,K}(\omega, \theta)]$$

zusammengefasst werden. Zur Berücksichtigung von R verschiedenen Frequenzgängen mit J Frequenzstützstellen wird aus der Parametersensitivitätsfunktion s_r die Sensitivitätsmatrix (Jacobi-Matrix)

$$\mathbf{S} = \left[\mathbf{s}_1(\omega_1, \boldsymbol{\theta}) \cdots \mathbf{s}_1(\omega_J, \boldsymbol{\theta}) \ , \ \mathbf{s}_2(\omega_1, \boldsymbol{\theta}) \cdots \mathbf{s}_R(\omega_J, \boldsymbol{\theta}) \right]^T$$

gebildet. Diese komplexwertige Sensitivitätsmatrix lässt sich mit der Singulärwertzerlegung

$$\mathbf{S} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^{*T} \quad (4.5)$$

als Multiplikation der unitären Links-Singulärvektormatrix $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_K]$, der Diagonalmatrix $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}\{\sigma_1 \cdots \sigma_K\}$ mit den nicht negativen Singulärwerten $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_K \geq 0$ und der unitären Rechts-Singulärvektormatrix $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_K]$ darstellen [63, S. 548 f.]. Die folgende Untersuchung mittels der Singulärwertzerlegung wurde im Wesentlichen aus [70] entnommen.

4.2.2 Auswertung der Singulärwertzerlegung

Zunächst kann überprüft werden, ob der kleinste Singulärwert $\sigma_K > 0$ ist. Ist das nicht der Fall, so ist mindestens ein Parameter oder ein Parameterzusammenhang nicht identifizierbar. Sind alle Singulärwerte größer Null, so kann die Matrixkondition κ

$$\kappa(\mathbf{S}) = \sigma_1 / \sigma_K \quad (4.6)$$

überprüft werden. Ist die Kondition sehr groß $\kappa(\mathbf{S}) \gg 1$, so ist aus praktischer Sicht mindestens ein Parameter oder mindestens ein Parameterzusammenhang nicht identifizierbar. Bei ausreichend kleiner Kondition kann für jeden Parameter ein Identifizierbarkeitsmaß ϑ_k

$$\vartheta_k^2 = \mathbf{e}_k^T \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma}^T \mathbf{V}^T \mathbf{e}_k \quad (4.7)$$

definiert werden. Nicht identifizierbare Parameterzusammenhänge werden dabei vernachlässigt und fließen nicht in das Identifizierbarkeitsmaß ein. Dies kann zu Fehlinterpretationen führen, wenn die Kondition (4.6) nicht ausreichend klein ist [70, S. 80].

Treten Singulärwerte mit Null oder eine schlechte Matrixkondition auf, so kann mithilfe der Rechts-Singulärvektoren die Nicht-Identifizierbarkeit weiter untersucht werden [70, S. 78 ff.]. Handelt es sich um einen nicht identifizierbaren, relativen Parameter α_k , welcher keinen oder nur einen sehr geringen Einfluss auf die verwendeten Daten hat, so weist der zum Singulärwert $\sigma_K \approx 0$ zugehörige Rechts-Singulärvektor \mathbf{v}_K nur an der k -ten Stelle einen von Null verschiedenen Wert auf. Existiert dagegen ein nicht identifizierbarer Parameterzusammenhang, so weisen die Elemente im Rechts-Singulärvektor, die zu den beteiligten Parametern gehören, einen von Null verschiedenen Wert auf. Damit lässt sich ein nicht identifizierbarer Parameter oder eine nicht unterscheidbare Parameterkombination feststellen und Gegenmaßnahmen, wie das Verwenden anderer Daten zur Identifikation der Modellparameter oder eine Änderung der Modellstruktur, ergreifen. Es kann auch vorkommen, dass mehrere oder alle Parameter zu einem nicht identifizierbaren Parameterzusammenhang gehören.

Treten mehrere nicht oder schlecht identifizierbare Parameter oder Parameterzusammenhänge auf, so kann es sein, dass alle beteiligten Parameter zwar in den einzelnen Rechts-Singulärvektoren gekennzeichnet werden, jedoch nicht gleich die Zuordnung zum jeweiligen nicht identifizierbaren Parameter oder Parameterzusammenhang ersichtlich ist, da hier Freiheitsgrade im Unterraum entstehen, wenn die zugehörigen Singulärwerte gleich oder praktisch sehr dicht benachbart sind. Für die weitere Parameterzuordnung können in diesem Fall die jeweiligen Rechts-Singulärvektoren weiter transformiert werden, um zwischen verschiedenen Parameterzusammenhängen und den beteiligten Parametern weiter zu differenzieren.

4.2.3 Erläuterung am Beispiel

Am Beispielsystem aus Bild 4.1 soll das Vorgehen verdeutlicht werden. Tabelle 4.1 zeigt dazu die Singulärwerte σ_1 bis σ_K , die sich aus (4.5) ergeben. Zunächst fällt auf, dass der letzte Singulärwert σ_K Null ist und somit die Matrix Σ nicht vollen Rang beziehungsweise die Matrix \mathbf{S} nicht Maximalrang besitzt. Das heißt, dass die Informationen in den verwendeten Daten nicht ausreichen, um alle Parameter eindeutig zu ermitteln. Unter den Singulärwerten stehen in der Tabelle 4.1 die zugehörigen Rechts-Singulärvektoren, die die Aufteilung der einzelnen Parameter auf die Singulärwerte wiedergeben. Hier ist zu erkennen, dass nur der relative Parameter α_6 – welcher zum mechanischen Parameter b_3 gehört – an dem Singulärwert σ_K beteiligt ist und folglich dieser nicht identifiziert werden kann. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da der physikalische Wert des Parameters 0 beträgt und eine prozentuale Änderung des Parameters um den Faktor α_6 den physikalischen Wert nicht ändert und somit der relative Parameter α hier keinen Einfluss auf die verwendeten Daten hat. Der vorletzte Singulärwert $\sigma_{K-1} = 5,3 \cdot 10^{-17}$ ist aus praktischer Sicht ebenfalls gleich Null und weist auf einen weiteren nicht zu identifizierenden Zusammenhang hin. Der zugehörige Rechts-Singulärvektor \mathbf{v}_{K-1} zeigt, dass nur die ersten beiden Parameter α_1 und α_2 an diesem Singulärwert beteiligt sind. Demnach existiert ein Zusammenhang zwischen den beiden Parametern, der nicht aus den Daten identifiziert werden kann. Die Parameter sind nicht eindeutig voneinander unterscheidbar. Im Modell wirken beide zugehörigen physikalischen Parameter k_1 und k_2 strukturell gleich, was die Ursache für diesen nicht identifizierbaren Zusammenhang ist. Es existiert demnach mehr als eine Parameterkombination, die das gleiche Ein-Ausgangsverhalten bewirkt.

Die Tabelle 4.1 zeigt auf der rechten Seite die berechneten Identifikationsmaße zu den jeweiligen relativen Parametern. Ein niedriger Wert steht dabei für eine schlechte Identifizierbarkeit oder wie hier im Fall des letzten relativen Parameters α_6 für die gänzliche Nicht-Identifizierbarkeit. Aufgrund der relativ hohen Sensitivität der beiden ersten Parameter berechnet sich hier ein gutes Identifizierbarkeitsmaß, obwohl die Parameter nicht identifiziert werden können, da die fehlende Unterscheidbarkeit der ersten beiden Parameter nicht in das Maß eingeht. Die untersuchte Identifizierbarkeit gilt nur in der Umgebung des gewählten Parametervektors $\boldsymbol{\theta}$. Wird beispielsweise der Parameter $b_3 > 0$ gewählt, so ergibt sich die Identifizierbarkeit $\vartheta_6 > 0$ dieses Parameters.

Tabelle 4.1: Beispiel Identifizierbarkeit

Singulärwerte $\sigma_1 \dots \sigma_K$:							
1,0	$1,5 \cdot 10^{-1}$	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-17}$	0,0		
Rechts-Singulärvektoren $v_1 \dots v_K$:						Parameter	ϑ_k:
-0,196	+0,000	+0,008	-0,000	-0,981	+0,000	$k_1 \alpha_1$	$2,1 \cdot 10^{-1}$
-0,980	+0,002	+0,038	-0,000	+0,196	+0,000	$k_2 \alpha_2$	$1,0 \cdot 10^{+0}$
-0,039	-0,039	-0,998	+0,000	+0,000	+0,000	$k_3 \alpha_3$	$1,5 \cdot 10^{-1}$
-0,000	-0,999	+0,039	+0,003	-0,000	+0,000	$b_1 \alpha_4$	$1,5 \cdot 10^{-1}$
+0,000	-0,003	+0,000	-1,000	-0,000	+0,000	$b_2 \alpha_5$	$5,6 \cdot 10^{-3}$
+0,000	+0,000	-0,000	+0,000	-0,000	+1,000	$b_3 \alpha_6$	$0,0 \cdot 10^{+0}$

4.3 Ermittlung nicht parametrischer Frequenzgänge

Der Frequenzgang soll hier aus gemessenen Ein- und Ausgangszeitensignalen ermittelt werden. Hierfür sind geeignete Erreger- und Messorte auszuwählen, was im Abschnitt 3.8 behandelt wurde. In besonderen Fällen kann es sinnvoll sein, das System an mehreren Orten gleichzeitig zu erregen (Mehrpunkterregung). Dadurch können beispielsweise nichtlineare Effekte aufgrund hoher Erregerkräfte vermieden werden, oder es können mehrere verhältnismäßig kleine Erregermotoren verwendet werden. Weitere Aspekte zur Mehrpunkterregung finden sich in [36] und [39].

Zunächst wird auf die Erregung des Systems eingegangen. In dieser Arbeit werden im Wesentlichen Elektromotoren mit modernen Frequenzumrichtern eingesetzt, die ein Vorgeben von reproduzierbaren Erregersignalen erlauben. Die Auswahl eines geeigneten Erregersignals wird im Abschnitt 4.3.1 behandelt. Es folgen im Abschnitt 4.3.2 verschiedenen Frequenzgangschätzverfahren. Abschließend werden im Abschnitt 4.3.4 Plausibilisierungen der ermittelten Frequenzgänge und im Abschnitt 4.3.3 Möglichkeiten zur Unterdrückung von Störungen aufgeführt.

4.3.1 Erregersignale

Zur Erregung des Systems stehen eine Vielzahl an verschiedenen stochastischen oder deterministischen Signalarten zur Verfügung. Die deterministischen Signale können weiter in periodische und transiente Signale unterteilt werden. Bild 4.3 gibt einen Überblick über wichtige Erregersignalarten und deren Zuordnung zu den genannten Eigenschaften [63, 58, 28, 15]. Zunächst erfolgt eine Eingrenzung der möglichen Erregersignale aufgrund der genannten Eigenschaften. Darauf folgt der Vergleich einiger Signale und die Wahl des im Weiteren verwendeten Erregersignals.

Zur Reduzierung von Störungen werden häufig mehrere Messungen durchgeführt und diese anschließend gemittelt. In der Praxis wird dazu angenommen, dass die Mittelung von mehreren zeitgleichen Signalen (Ensemble-Mittelung) durch die zeitliche Mittelung eines Signals ersetzt werden kann (ergodischer Prozess) und einzelne Störungen untereinander oder mit den Erregersignalen unkorreliert sind [58, S. 71][28]. Stochastische Signale können nicht ohne Weiteres im Zeit-

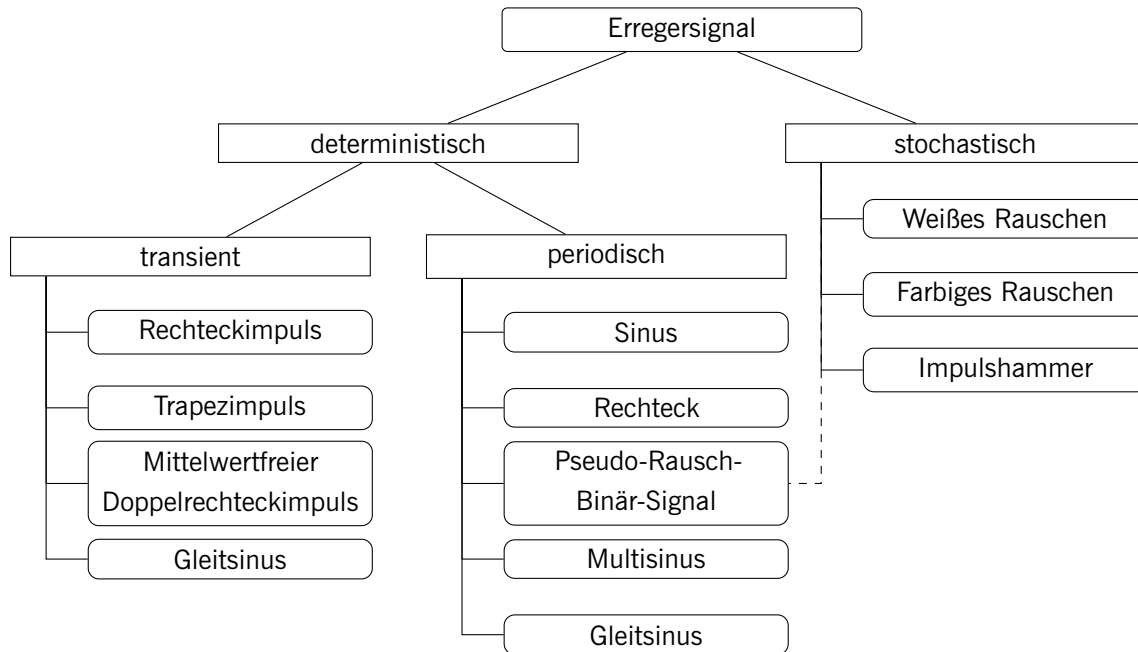


Bild 4.3: Aufteilung ausgewählter Erregersignalformen nach Signaleigenschaften

oder Frequenzbereich gemittelt werden, da es hier in der Regel zu Auslöscheffekten der einzelnen Signale kommt. Um dieses Problem zu umgehen, werden die Frequenzgänge häufig über gemittelte Auto- und Kreuzleistungsdichten, zum Beispiel durch eine H1- oder H2-Schätzung (Abschnitt 4.3.2), geschätzt [23, A.2.26][21, S. 198 ff.]. Dagegen lassen deterministische Signale auch die Mittelung im Zeitbereich oder im Frequenzbereich zu, wenn diese sich reproduzieren und in Bezug zur einzelnen Messzeit sich zeitlich synchronisieren lassen. Diese Methode wird im Abschnitt 4.3.2 als H0-Schätzung eingeführt und hat im Vergleich zur H1- und H2-Schätzung Vorteile (erwartungstreue Schätzung). Darüber hinaus lassen sich durch die Vorgabe deterministischer Erregersignale, wie dem Gleitsinussignals, der zu erregende Frequenzbereich vergleichsweise einfach und genau vorgeben. Aus diesen Gründen wurde ein deterministisches Erregersignal gewählt.

Die Erregung mit einer monofrequenten Sinusschwingung liefert, beispielsweise durch die orthogonale Korrelation [28, S. 134 ff.], ein vergleichsweise genaues Messergebnis für einen einzelnen Frequenzstützpunkt im Frequenzgang. Das Ermitteln eines Frequenzgangs mit vielen Frequenzstützpunkten ist jedoch zeitaufwändig, da jeder einzelne Frequenzstützpunkt einzeln mit einer Messung ermittelt werden muss. Liegt ein Frequenzstützpunkt dicht an einer periodischen Störfrequenz, so können die Messergebnisse bei nur einer Messung je Frequenzstützstelle mit einer hohen Störung versehen sein. Aus den genannten Gründen wird von monofrequenten Erregersignalen abgesehen.

Bei einfachen transienten Signalen, wie beispielsweise dem Rechteckimpuls, dem mittelwertfreien Doppelrechteckimpuls oder dem Trapezimpuls, lässt sich der zu erregende Frequenzbereich nur schlecht einstellen. Impulssignale weisen in der Regel im Frequenzbereich keinen gleichmäßigen Verlauf der Amplitudendichte auf. [28, S. 99 ff.]

Das Gleitsinussignal

$$u(t) = a \sin \left(\frac{\omega_b - \omega_a}{2t_{GS}} t^2 + \omega_a t + \varphi_a \right)$$

weist dahingegen eine relativ gleichmäßige und hohe Amplitudendichte in einem vergleichsweise einfach einzustellenden Frequenzband auf. Der größte Teil des Stellaufwands wird im eingestellten Frequenzband zwischen der Anfangs- ω_a und der Endfrequenz ω_b während der Gleitsinusdauer t_{GS} eingebracht. Ein weiterer Vorteil gegenüber beispielsweise dem Multisinus [63, S. 119 ff.] ist die ungefähre Zuordnung einer erregten Frequenz zu einem Zeitpunkt innerhalb der Gleitsinussdauer t_{GS} , womit ein erster visueller Eindruck über das dynamische Systemverhalten bereits am Verlauf der Systemantwort gewonnen werden kann. Einfache Signalgeneratoren besitzen häufig die Möglichkeit, Gleitsinussignalverläufe zu erzeugen und diese mit einer Messung zeitlich zu synchronisieren. Aufgrund der genannten Vorteile wird der Gleitsinus als Erregersignalform weiter verfolgt.

Die Erregung lässt sich in transient oder periodisch unterteilen. Bei der transienten Erregung soll nach dem Ende des Erregersignals bei jeder Messung ein ausreichend großer Anteil des Ausschwingvorgangs der Systemantwort mit aufgezeichnet werden, um Abschneideeffekte bei einer anschließenden Fourier-Transformation zu reduzieren. Treten dennoch Abschneideeffekte auf, ist die Gewichtung der Zeitsignale mit entsprechenden Fensterfunktionen möglich [58, S. 139 ff.]. Eine andere Möglichkeit besteht in der periodischen Erregung. Hierbei wird das Erregersignal mehrfach hintereinander wiederholt und es entstehen viele gleichlange Messabschnitte (Einzelmessungen) mit identischer Erregung hintereinander [42, S. 202 ff.]. Nach dem Abwarten des einmaligen Einschwingvorgangs des Systems zum Beginn der gesamten Messung, beispielsweise einer Einzelmessdauer t_m , wird die Messung in die verbleibenden Einzelmessungen zerschnitten. Eine Fourier-Reihenentwicklung des periodischen Signals weist keine Abschneideeffekte aufgrund einer noch nicht abgeklungenen Systemantwort mehr auf. Die Frequenzauflösung der gewonnenen Frequenzbereichsdaten kann mit der gewählten Einzelmessdauer t_m

$$\Delta f = \frac{1}{t_m}$$

gewählt werden. Für die Reduzierung von Störungen ist im Allgemeinen das Verwenden von vielen kurzen Einzelmessungen günstiger als wenige lange Einzelmessungen [42][63, S. 49 f.]. Treten zum Nutzsignal vergleichsweise hohe periodische Störungen auf – was im Antriebsstrang von Druckmaschinen häufig der Fall ist – so können weitere Maßnahmen zur Reduzierung der Störung ergriffen werden (vgl. Abschnitt 4.3.4).

In der Praxis ist häufig eine weitere Filterung des Gleitsinussignals sinnvoll. So kann ein Ausblenden des Gleitsinussignals unstetige Stellen im Erregersignal vermeiden und den Verlauf des Amplitudenspektrums glätten. Durch eine Hochpassfilterung mit beispielsweise dem Hochpass-Frequenzgang

$$h_{HP}(\omega) = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + j 2 \zeta_{HP} \omega_g \omega + \omega_g^2} \quad (4.8)$$

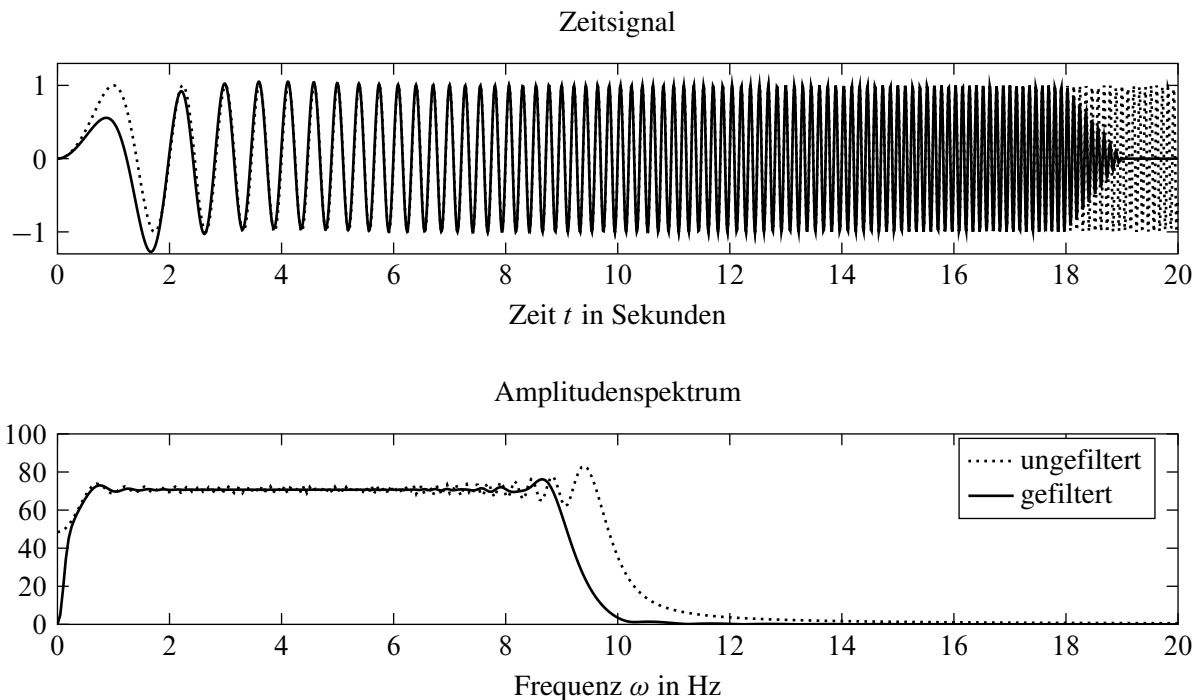


Bild 4.4: Beispiel eines Gleitsinussignals

und den zugehörigen Parametern: Grenzfrequenz ω_g und Dämpfung $\zeta_{HP} = 1/\sqrt{2}$ kann eine maschinenwinkel- und maschinendrehzahlneutrale Erregung erfolgen. Das integrierte Erregersignal ist nach dem Einschwingprozess mittelwertfrei und das Erregersignal verursacht keinen bleibenden Winkelversatz (vgl. Abschnitt 4.3.4).

Zur Vermeidung von Überlappungsfehlern (engl. aliasing), bei dem im Signal enthaltene Frequenzanteile einem falschen Frequenzbereich zugeordnet werden, ist die Abtastfrequenz f_s entsprechend der am höchsten auftretenden Frequenz $f_s > 2 f_{\max}$ zu wählen (Abtasttheorem) [58, S. 125 ff.][27, S. 2-89]. Zur Wahl der Abtastfrequenz kann das Tiefpassverhalten des Systems und der damit verbundenen Grenzfrequenz $f_s > 2 f_g$ herangezogen werden.

Bild 4.4 zeigt das Zeitsignal (oben) und das Amplitudenspektrum (unten) eines gefilterten und eines ungefilterten Gleitsinussignals. Das gefilterte Signal wurde durch ein lineares Ausblenden des ungefilterten Signals ab der Messzeit 18 s und einer anschließenden Hochpassfilterung (4.8) erzeugt. Zu erkennen ist die Glättung des Amplitudenspektrums durch das Ausblenden des Gleitsinussignals und die fehlende Erregung tiefer Frequenzen durch die Hochpassfilterung.

4.3.2 Frequenzgangschätzverfahren

Gesucht ist die nicht parametrische Frequenzgangsmatrix

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} h_{11}(\omega) & \dots & h_{1P}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{Q1}(\omega) & \dots & h_{QP}(\omega) \end{bmatrix},$$

die mithilfe der Gleichung (3.11) den Zusammenhang

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{u}$$

zwischen den P Stelleingängen

$$\mathbf{u} = [u_1 \dots u_P]^T$$

und den Q gewählten mechanischen Messgrößen

$$\mathbf{y} = [y_1 \dots y_Q]^T,$$

wie beispielsweise den Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ als Systemausgang, beschreibt.

Für das Ermitteln der nicht parametrischen Frequenzgangsmatrix werden häufig die geschätzten spektralen Autoleistungsdichtematrizen

$$\hat{\mathbf{S}}_{uu}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\mathbf{u}}_m^*(\omega) \hat{\mathbf{u}}_m^T(\omega) = \hat{\mathbf{S}}_{uu}^{*T}(\omega), \quad \hat{\mathbf{S}}_{yy}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\mathbf{y}}_m^*(\omega) \hat{\mathbf{y}}_m^T(\omega) = \hat{\mathbf{S}}_{yy}^{*T}(\omega)$$

und die spektralen Kreuzleistungsdichtematrizen

$$\hat{\mathbf{S}}_{uy}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\mathbf{u}}_m^*(\omega) \hat{\mathbf{y}}_m^T(\omega) = \hat{\mathbf{S}}_{yu}^{*T}(\omega), \quad \hat{\mathbf{S}}_{yu}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\mathbf{y}}_m^*(\omega) \hat{\mathbf{u}}_m^T(\omega) = \hat{\mathbf{S}}_{uy}^{*T}(\omega)$$

aus M -fach gemessenen Systemeingängen und Systemausgängen

$$\hat{\mathbf{u}}_m(\omega) = \mathfrak{F} \{ \hat{\mathbf{u}}_m(t) \}, \quad \hat{\mathbf{y}}_m(\omega) = \mathfrak{F} \{ \hat{\mathbf{y}}_m(t) \}$$

verwendet, welche anschließend mit der H1-Schätzmethode

$$\mathbf{H}_1^*(\omega) = \hat{\mathbf{S}}_{yu} \hat{\mathbf{S}}_{uu}^{-1}$$

oder der H2-Schätzmethode

$$\mathbf{H}_2^*(\omega) = \hat{\mathbf{S}}_{yy} \hat{\mathbf{S}}_{uy}^+$$

berechnet werden [49, S. 102 ff.][21, S. 198 ff.].

Bei der gleichzeitigen Verwendung von mehreren Eingängen zur Systemerregung je Messung (Mehrpunkterregung) ist darauf zu achten, dass die einzelnen Erregersignale untereinander unkorreliert sind oder mehrere Messungen mit geänderten Phasenlagen und Amplituden der einzelnen Erregersignale verwendet werden, um einen maximalen Rang der geschätzten Leistungsdichtematrizen zu erreichen [38][36]. Ein Vorteil der H1- und H2-Schätzmethode besteht darin, dass Einzelmessungen mit unterschiedlichen Erregersignalverläufen durch die Verwendung der Leistungsdichten gemittelt werden können. Ein Nachteil besteht in der systematischen Unterschätzung $|h_1(\omega)| \leq |h(\omega)|$ mit der H1-Schätzmethode beziehungsweise der Überschätzung $|h_2(\omega)| \geq |h(\omega)|$ mit der H2-Schätzmethode des wahren Amplitudengangs $|h(\omega)|$ bei vorhandenen mittelwertfreien unkorrelierten Störungen in den gemessenen Ein- oder Ausgangsgrößen. Die Schätzmethoden sind somit für den Amplitudengang nicht erwartungstreu. Dies trifft nicht für den Phasengang zu, dessen Schätzung sich mit zunehmender Anzahl an verwendeten Messungen dem wahren Phasengang annähert [38][42].

Unter der Voraussetzung, dass der Erregersignalverlauf jeder Einzelmessung m einer Messreihe r identisch ist, kann auch eine Mittelung über die M_r Messungen je Messreihe im Zeitbereich

$$\bar{\mathbf{u}}_r(t) = \frac{1}{M_r} \sum_{m=1}^{M_r} \hat{\mathbf{u}}_{rm}(t) \quad , \quad \bar{\mathbf{y}}_r(t) = \frac{1}{M_r} \sum_{m=1}^{M_r} \hat{\mathbf{y}}_{rm}(t) \quad (4.9)$$

oder im Frequenzbereich

$$\bar{\mathbf{u}}_r(\omega) = \frac{1}{M_r} \sum_{m=1}^{M_r} \hat{\mathbf{u}}_{rm}(\omega) \quad , \quad \bar{\mathbf{y}}_r(\omega) = \frac{1}{M_r} \sum_{m=1}^{M_r} \hat{\mathbf{y}}_{rm}(\omega) \quad (4.10)$$

erwartungstreu erfolgen. Die Frequenzgangsmatrix kann anschließend mithilfe der H0-Methode

$$\mathbf{H}_0 = \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{U}}^+ \quad (4.11)$$

mit der Ein- und Ausgangssignalmatrix

$$\bar{\mathbf{U}}(\omega) = [\bar{\mathbf{u}}_1 \dots \bar{\mathbf{u}}_R] \quad \bar{\mathbf{Y}}(\omega) = [\bar{\mathbf{y}}_1 \dots \bar{\mathbf{y}}_R]$$

geschätzt werden, wobei R die Anzahl an Messreihen ist. Zur Berechnung muss $\text{rang}\{\bar{\mathbf{U}}\} = P$ gelten, das heißt die Eingangssignalmatrix $\bar{\mathbf{U}}$ muss maximalen Rang haben. Daraus folgt, dass mindestens $R \geq P$ Messreihen mit linear unabhängigen Erregervektorverläufen benötigt werden. Wird je Messreihe immer nur ein Systemeingang verwendet (Einpunkterregung), so ist der maximale Rang automatisch gegeben.

Zur Beurteilung der Qualität eines ermittelten Frequenzgangs wird häufig die Kohärenzfunktion

$$\gamma^2(\omega) = \frac{\hat{\mathbf{S}}_{uy}(\omega) \hat{\mathbf{S}}_{yu}(\omega)}{\hat{\mathbf{S}}_{uu}(\omega) \hat{\mathbf{S}}_{yy}(\omega)} = \frac{\mathbf{H}_1}{\mathbf{H}_2} \quad \text{mit} \quad 0 \leq \gamma^2 \leq 1 \quad (4.12)$$

verwendet [51, S. 149]. Im Fall einer Mehrpunkterregung kann auch eine Kohärenzfunktion je Systemausgang berechnet werden [21, S. 203 f.]. Bild 7.4 auf Seite 139 zeigt beispielhaft zwei ermittelte Frequenzgänge mit den zugehörigen Kohärenzfunktionen.

4.3.3 Plausibilisierung ermittelter Frequenzgänge

Die aus einzelnen Messungen ermittelten nicht parametrischen Frequenzgänge können verschiedenen Plausibilitätsprüfungen unterzogen werden. Dadurch können mögliche Messfehler oder fehlerhafte Systemannahmen aufgedeckt werden.

Linearität Die Linearität lässt sich überprüfen, indem die ermittelten Frequenzgänge aus mindestens zwei Messungen mit unterschiedlichen Erregeramplituden verglichen werden. Die ermittelten Frequenzgänge gleicher Übertragungspfade müssen im Rahmen der Schätzgenauigkeit identisch sein. Ist das nicht der Fall, so kann das zum Beispiel auf eine fehlerhafte Messung, einen nichtlinearen Zusammenhang oder eine Zeitvarianz des Systems hindeuten.

Symmetrie Die Symmetrieeigenschaften des Systems (vgl. Abschnitt 3.2 und 3.4) lassen sich ebenfalls überprüfen, indem ein gemessener Übertragungspfad auch für die umgekehrte Richtung, das heißt durch Vertauschen der Erreger- mit der Messstelle gemessen wird. Die sich daraus ergebenden Frequenzgänge müssen ebenfalls einen vergleichbaren Verlauf zeigen.

Nullstellenmigration Weiterhin kann die strukturelle Eigenschaft der Nullstellenmigration überprüft werden (vgl. Abschnitt 3.6). Bei kollokierten Frequenzgängen müssen die Resonanz- und Tilgungsstellen über die Frequenz abwechselnd auftreten. Mit zunehmender Entfernung zwischen Erreger- und Messstelle sollte der jeweilige Frequenzgang eine geringere Anzahl an Tilgungsstellen aufweisen.

Kohärenzfunktion Zur Überprüfung der Qualität der Frequenzgänge wird häufig die Kohärenzfunktion (4.12) verwendet. Sie ist ein Maß für den inneren Zusammenhang zwischen dem Ein- und dem Ausgangssignal. Der Wert der Kohärenzfunktion liegt zwischen Null und Eins. Je näher der Funktionswert an der Eins liegt, desto geringer wird die Störung des zugehörigen Frequenzstützpunkts eingeschätzt. Die deutliche Abweichung aller Funktionswerte kann aufgrund stark gestörter Messungen auftreten, woraufhin die Messung an sich überprüft werden sollte.

Zeitinvarianz Ermittelte Frequenzgänge aus Messungen, die an verschiedenen Zeitpunkten aufgezeichnet wurden, können verglichen werden. Unter der Annahme eines zeitinvarianten Modells sollten die ermittelten Frequenzgänge vergleichbare Verläufe zeigen. Werden nicht tolerierbare Abweichungen festgestellt, so ist die Verwendung von einem zeitinvarianten Modell zu überprüfen.

Betriebszustandsabhängigkeit Ebenso kann die Abhängigkeit der Frequenzgänge von Betriebszuständen der Druckmaschine, wie beispielsweise der Produktionsdrehzahl, überprüft werden. Sind hier größere Abhängigkeiten zu erkennen, ist möglicherweise eine betriebszustandsabhängige Modellierung nötig.

Individualstreuung Es können Frequenzgänge von identisch aufgebauten Druckmaschinen mit identischen Betriebszuständen verglichen werden. Treten relevante Bauteilstreuungen auf, so können die Verläufe der Frequenzgänge voneinander abweichen.

4.3.4 Unterdrückung von Störungen

Die Reduzierung des Einflusses von stochastischen Störungen lässt sich in der Regel durch eine Mittelung von vielen Einzelmessungen erreichen. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass eine mittelwertfreie Störung statistisch unabhängig von der zur Identifizierung eingebrachten Erregung beziehungsweise der daraus resultierenden Systemantwort ist und die zufälligen Störungen sich mit der Anzahl an Messungen zunehmend kompensieren. Die Standardabweichung der Störung in der gemittelten Messungen reduziert sich mit zunehmender Anzahl M gemittelter Einzelmessungen um den Faktor $1/\sqrt{M}$ gegenüber der Einzelmessung [42, S. 120 ff.][63, S. 49 f.].

In der Druckmaschine treten prozessbedingt hauptsächlich periodische Erregerkräfte auf, die gegenüber nicht periodischen Erregungen wesentlich höhere Amplituden aufweisen (vgl. Abschnitt 2.2). Diese können die Messungen von Systemantworten und die daraus ermittelten Frequenzgänge erheblich stören. Durch die Mittelung von mehreren Einzelmessungen lassen sich auch periodische Störungen unterdrücken, wenn die Phasenlagen der Störungen in den einzelnen Messungen zufällig ist. Jedoch ist häufig eine hohe Anzahl an Einzelmessungen nötig, um eine befriedigende Unterdrückung der periodischen Störungen zu erreichen.

Es ist bekannt, dass die Periodendauer der Störungen mit der Maschinenperiode verknüpft ist. Dies kann unter gewissen Voraussetzungen genutzt werden, um die Reduzierung der Störungen durch die Mittelung von Einzelmessungen effizienter durchzuführen. Theoretisch lässt sich bereits ab zwei Messungen ein Teil der periodischen Störungen vollständig kompensieren. Dazu werden im Folgenden zwei Methoden vorgestellt, die die Verknüpfung der Störung mit dem Maschinenwinkel nutzen. Eine experimentelle Überprüfung der Methoden erfolgt im Abschnitt 7.2.4.

Bei beiden Methoden sollte zunächst die minimal geforderte Frequenzauflösung der zu schätzenden Frequenzgänge festgelegt werden. Daraus ergibt sich die minimal mögliche Einzelmessdauer. Für die Unterdrückung von Störungen ist es im Allgemeinen vorteilhaft, möglichst viele Einzelmessungen während der zur Verfügung stehenden gesamten Messzeit t_{ges} durchzuführen, um eine effiziente Störunterdrückung zu erreichen. Aus diesem Grund sollte die Einzelmessdauer t_m nicht viel größer als die minimal mögliche Einzelmessdauer sein.

Als nächstes wird das Erregersignal gewählt. Die periodische Erregung hat gegenüber der transienten Erregung den Vorteil, dass in den Einzelmessungen die Ausschwingzeit nicht enthalten sein muss, sondern lediglich zum Beginn der gesamten Messung der einmalige Einschwingvorgang abgewartet werden muss und die restliche Zeit für möglichst viele Einzelmessungen verwandt wird. Die gesamte Messung der periodischen Erregung wird anschließend in $x + M$ Einzelmessungen mit identischen Erregersignalen zerschnitten. Die ersten x Einzelmessungen, die den Einschwingvorgang beinhalten, werden verworfen. Die restlichen M Einzelmessungen ohne Einschwingvorgang werden zur Mittelung verwendet. Hierfür wird angenommen, dass die zur Identifikation eingebrachte Erregung für jede Einzelmessung immer gleich verlief. Zum Entfernen von periodischen Störungen aus einer periodischen oder transienten Messung kann die Einzelmessdauer als ein ganzzahliges Vielfaches $t_m = n t_z$ (Methode A) oder als ein nicht ganzzahliges Vielfaches $t_m = (n \pm 1/M) t_z$ mit einem $1/M$ -Offset der Störsignalperiode t_z (Methode B) gewählt werden, wie Bild 4.5 beispielhaft zeigt.

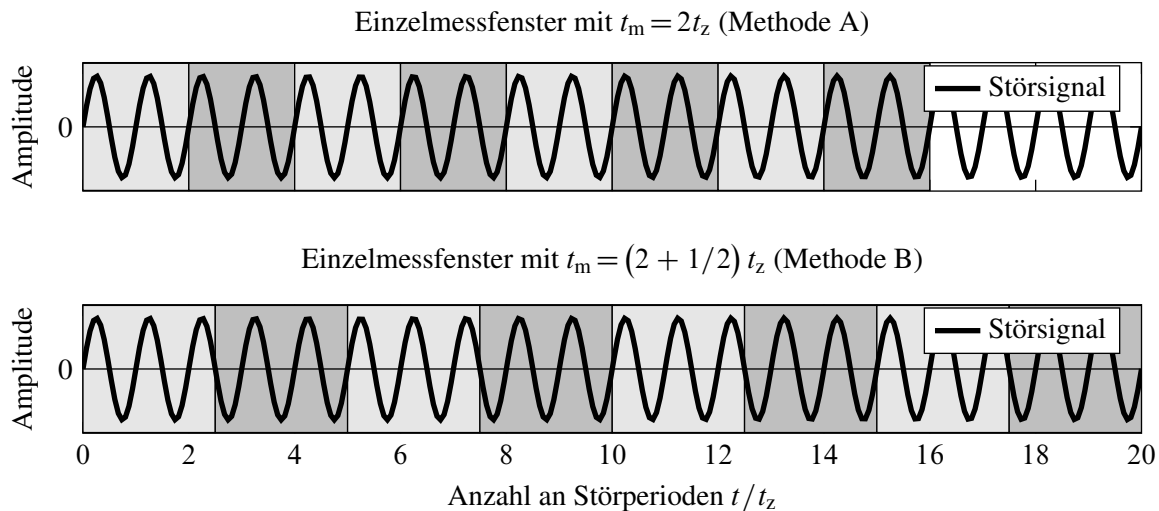


Bild 4.5: Vergleichsbeispiel zwischen Methode A und Methode B

Die Methode A konzentriert die periodischen Störungen im Frequenzspektrum auf einzelne Frequenzstützstellen, die ein ganzzahliges Vielfaches der Störgrundfrequenz betragen. Die einzelnen gestörten Stützstellen in den ermittelten Frequenzgängen können anschließend entfernt und gegebenenfalls durch Interpolation mithilfe benachbarter ungestörter Frequenzstützstellen ersetzt werden. Dabei können bekannte störungsgefährdete Frequenzstützstellen (ganzzahlige Vielfache der bekannten Störgrundfrequenz) vorbeugend einer möglichen Störung entfernt werden. Alternativ oder ergänzend deutet auch ein markantes Absinken der Kohärenzfunktion (4.12) einer Frequenzstützstelle auf eine Störung hin, worauf diese Stützstelle entfernt werden kann. Aufgrund der mit der Störperiode harmonisierten Einzelmessdauer kann das Erkennen von gestörten harmonischen Frequenzstützstellen mithilfe der Kohärenzfunktion insbesondere bei einer geringen Anzahl an Einzelmessungen versagen, da die Gefahr einer sehr ähnlichen Phasenlage der Störung in allen Einzelmessung besteht und so zu keinem markanten Absinken der Kohärenzfunktion führt.

Die Methode B kompensiert harmonische Störungen, deren Ordnung kein ganzzahliges Vielfaches der Anzahl an gemittelten Einzelmessungen M ist. Werden beispielsweise zwei Messungen mit der jeweiligen Messlänge von $t_m = 1,5 t_z$ hintereinander durchgeführt, so ist die periodische Störung mit der Störgrundfrequenz $1/t_z$ um 180° verschoben in beiden Messungen enthalten und die harmonischen Störanteile mit einem ungeradzahligem Vielfachen der Störfrequenz $1/t_z$ werden bei der Mittelung (4.9) respektive (4.10) kompensiert und die geradzahligem Vielfachen verstärkt. Durch die Mittelung von M Einzelmessungen können so unter anderem die ersten $M - 1$ harmonischen Ordnungen der Störung entfernt werden. Die verallgemeinerte mathematische Herleitung ist dem Anhang A.2 zu entnehmen. Nicht berücksichtigte oder unzureichend kompensierte, periodische Störungen können analog zur Methode A vorbeugend oder mithilfe der Kohärenzfunktion entfernt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Kohärenzfunktion auch bei kompensierten, harmonischen Störungen – also nicht mehr gestörten Frequenzstützstellen – abfällt und diese fälschlicherweise als gestört markiert. Beim vorbeugenden Entfernen störungsgefährdeter Stützstellen ist zu beachten, dass aufgrund der nicht mit der Störperiode harmonisierten Einzelmessdauer sich die harmonischen Störungen auch auf benachbarte Stützstellen auswirken können und eventuell mehrere Stützstellen um eine harmonische Störfrequenz herum entfernt werden müssen.

In der Praxis treten Abweichungen der mittleren Starrkörperdrehzahl und einhergehende Abweichungen der durchgeführten Umdrehungen während jeder Einzelmessung auf. Werden diese Abweichungen größer, so verlieren die beiden Methoden A und B an Wirksamkeit. Die Methoden funktionieren insbesondere bei niedrigen, harmonischen Störordnungen und kurzer Dauer der Einzelmessungen. Wird die Einzelmessdauer größer, so haben zufällige Störungen einen größeren Einfluss auf den Maschinenwinkel zum Ende einer Einzelmessung und der gewünschte Kompensationseffekt (Methode B) oder die Konzentration der harmonischen Störungen auf einzelne Frequenzstützstellen (Methode A) geht verloren.

Damit die gewünschte Phasenlage des Maschinenwinkels zum Messbeginn einer Einzelmessung nicht durch das gewählte Erregersignal beeinflusst wird, kann es hilfreich sein, ein Erregersignal zu verwenden, dessen Integration zu einem mittelwertfreien Signal führt. Dadurch ist die Erregung zum Ende jeder Einzelmessung maschinenwinkelneutral. Diese Eigenschaft kann während der Messung durch einen doppelt differenzierenden Hochpass (4.8) erreicht werden (Abschnitt 4.3.1).

Die gewonnenen Frequenzstützstellen weisen neben den periodischen noch weitere stochastische Störungen auf. Häufig ist bekannt, dass der gesuchte Frequenzgang mit der gegebenen Frequenzauflösung glatt ist und nur kleinere Änderungen zwischen benachbarten Frequenzstützstellen aufweist. Dieses a-priori Wissen kann genutzt werden, indem die ermittelten Frequenzgänge nachträglich geglättet werden [46, S. 178 ff.]. Das Glätten kann zur visuellen Darstellung hilfreich sein. Für die Identifikation der modalen oder mechanischen Parameter ist das Glätten der Frequenzgänge nebensächlich und wird hier nicht weiter ausgeführt, da kleinere Fehler von den Identifikationsmethoden bereits ausgeglichen werden und nur markante Ausreißer problematisch sind.

Wird keine periodische Erregung durchgeführt, sondern Einzelmessungen inklusive des Ausschwingvorgangs aufgezeichnet, so müssen die Einzelmessungen nicht unmittelbar hintereinander erfolgen. Die Einzelmessungen sind aufgrund des Ausschwingvorgangs gegenüber der periodischen Erregung tendenziell länger und es empfiehlt sich, die Einzelmessungen nicht direkt hintereinander durchzuführen, sondern in Abhängigkeit des Maschinenwinkels zu starten (vgl. Anhang A.2). Analog zur periodischen Erregung kann beispielsweise eine Kompensation von periodischen Störungen, deren Frequenz ein ungeradzahlig Vielfaches der Maschinendrehzahl ist, durch zwei Einzelmessungen erfolgen, dessen Startzeitpunkt so gewählt wird, dass der Maschinenwinkel beim Start zwischen den beiden Messungen um 180° verschoben ist. Damit wird einer möglichen Maschinenwinkeldrift über die Einzelmessungen hinweg entgegengewirkt.

Soll das unregelmäßige, dynamische Verhalten der Strecke aufgezeichnet werden, so empfiehlt es sich, den Arbeitspunkt der Maschinendrehzahl durch einen trägen Drehzahlregler einzustellen, der das interessierende, dynamische Verhalten der Strecke nur unwesentlich beeinflusst. Idealerweise besteht der verwendete träge Drehzahlregler nur aus einem Integrator mit dem Verstärkungsfaktor k_I . Wird der Antriebsstrang als starrer, ungedämpfter und ungefesselter Körper mit der Gesamtmasse m_{ges} angesehen, so kann die Kennkreisfrequenz des drehzahlgeregelten Systems mit $\omega_{0R}^2 = k_I / m_{\text{ges}}$ berechnet werden. Damit die Regelung praktisch keinen Einfluss auf das interessierende dynamische Verhalten des Antriebsstrangs hat, sollte k_I so gewählt werden, dass ein genügend großer Abstand $k_I \ll m_{\text{ges}} \omega_{01}^2$ zur ersten Kennkreisfrequenz des Antriebsstrangs ω_{01} besteht.

4.4 Experimentelle Modalanalyse

Bei der Experimentellen Modalanalyse werden aus gemessenen Daten eines als linear angenommenen Systems dessen charakterisierende Eigenschwingungsgrößen wie Eigenwerte und Eigenschwingungsformen ermittelt. Die Geschichte der Experimentellen Modalanalyse reicht zeitlich weit zurück und begann Mitte des 20. Jahrhunderts mit der Untersuchung von Flatterschwingungen an Flugzeugen. Seitdem wurden viele Methoden entwickelt und der rasante Fortschritt der Computertechnik hat zu den heute bekannten modernen Methoden der Experimentellen Modalanalyse für mechanische Systeme geführt [4, Kap. 1, S. 1]. Einen Überblick über die verschiedenen Methoden gibt [49, S. 188 u. S. 218] [23] [4, S. 6-22]. Viele Methoden sind speziell auf die Identifikation von konjugiert komplexen Eigenwertpaaren unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften von passiven mechanischen Systemen ausgelegt. In der Regel sind die rechnergestützten Methoden nicht iterativ und lösen das Schätzproblem unter Anwendung der Methodik der kleinsten Fehlerquadrate (engl. least squares). Im Folgenden wird ein kurzer Überblick der verschiedenen Methoden gegeben.

Zunächst können die modernen Methoden in Zeit- und Frequenzbereichsmethoden unterschieden werden. Einige einfache Methoden unterstellen, dass ein einzelner, modaler Anteil isoliert von den Übrigen betrachtet werden kann, wodurch die zugehörigen modalen Parameter durch eine sequenzielle Schätzung von mechanischen Einfreiheitsgradschwingern (SDOF, engl. single degree of freedom) möglich ist. Zu den SDOF-Methoden zählen zum Beispiel die Auswertung von markanten Punkten aus dem Frequenzgang oder die Anpassung von Kreisgleichungen an den Verlauf eines Frequenzgangs in der komplexen Ebene (engl. circle fitting method). Dem gegenüber stehen Methoden, die ein Modell mit mehreren mechanischen Freiheitsgraden schätzen, die MDOF-Methoden (MDOF, engl. multi degree of freedom). Diese ermöglichen auch die Schätzung von dicht benachbarten oder sogar mehrfachen Eigenwerten. Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist die Anzahl an Frequenzgängen, die zur Schätzung verwendet werden können. Ist bei einfachen Methoden nur ein einzelner Frequenzgang verwendbar (SISO, engl. single input single output), so erlauben andere die Angabe von mehreren Frequenzgängen. Dabei wird in SIMO-Methoden (SIMO, engl. single input multiple output), welche nur Frequenzgänge mit demselben Erregerort zulassen, in MISO-Methoden (MISO, engl. multiple input single output), die mehrere Frequenzgänge mit dem gleichen Messort erlauben und in MIMO-Methoden (MIMO, engl. multiple input multiple output), die Frequenzgänge mit beliebigen Übertragungspfaden verarbeiten können, unterschieden.

4.4.1 SDOF-Methoden

Eine einfache, manuell durchführbare Methode ist das visuelle Ablesen von markanten Punkten aus einem Frequenzgang und der anschließenden Abschätzung von Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen (PP, engl. peak-picking). Dabei wird angenommen, dass die Eigenschwingungen im Frequenzbereich im Resonanzbereich gut voneinander separiert sind und der Einfluss der Dämpfung gering ist. Als vorteilhaft zeigt sich die Darstellung des Frequenzgangs als Real- und Imaginärteil, insbesondere wenn mechanische Größen ohne weitere nennenswerte Beeinflussung der Messwerte

Tabelle 4.2: Durch markante Punkte abgeschätzte Modalparameter

Nr.	$\hat{\omega}_r$ Hz	$\hat{\omega}_u$ Hz	$\hat{\omega}_o$ Hz	$\hat{\omega}_0$ Hz	$\hat{\zeta}$ %
1	0,96	0,92	1,00	0,96	4,2
2	1,92	1,84	1,96	1,91	3,1
3	2,84	2,72	2,88	2,82	2,8
4	3,68	3,56	3,76	3,67	2,7
5	4,48	4,32	4,68	4,49	4,0
6	5,04	4,92	5,24	5,06	3,2

wie zum Beispiel durch Tiefpassfilter oder Totzeiten vorliegen. Bild 4.6 zeigt beispielhaft einen ermittelten Frequenzgang ($\Delta q_1 \leftarrow f_1$), dem die in Tabelle 4.2 aufgeführten markanten Punkte entnommen wurden. Im Imaginärteil können als markante Punkte die lokalen Extremwerte an den Resonanzüberhöhungen $\hat{\omega}_r$ abgelesen werden. Im Vergleich zum Amplitudengang zeigt sich im Imaginärteil eine Resonanzüberhöhung schmalbandiger und die Resonanzfrequenz kann visuell besser abgelesen werden. Dem Realteil lassen sich die Extremwerte $\hat{\omega}_u$ und $\hat{\omega}_o$ entnehmen. Zwischen der Kennkreisfrequenz ω_0 , der Eigenkreisfrequenz ω_e und der Resonanzkreisfrequenz ω_r gilt allgemein der Zusammenhang

$$\omega_0 = |\lambda| > \omega_e = \text{Im}\{\lambda\} = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} > \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

und für geringe Dämpfungen ($\zeta < 10\%$) können die Frequenzen näherungsweise als gleich $\hat{\omega}_0 \approx \hat{\omega}_e \approx \hat{\omega}_r$ angenommen werden. Durch eine Mittelung wie zum Beispiel

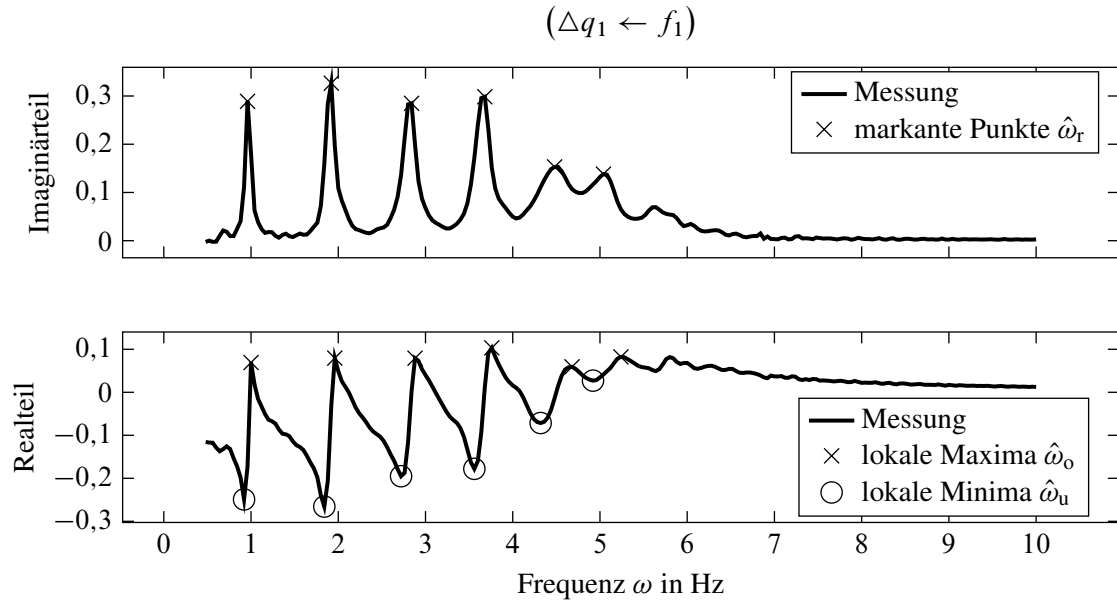
$$\hat{\omega}_0 \approx (2\hat{\omega}_r + \hat{\omega}_u + \hat{\omega}_o) / 4$$

kann die Robustheit gegenüber Störungen bei der Schätzung der Kennkreisfrequenz $\hat{\omega}_0$ erhöht werden. Die zugehörige modale Dämpfung kann anschließend mit

$$\hat{\zeta} \approx \frac{\hat{\omega}_o^2 - \hat{\omega}_u^2}{4\hat{\omega}_0^2}$$

abgeschätzt werden [50, S. 153 ff.]. Die Tabelle 4.2 zeigt die so aus dem Frequenzgang 4.6 abgeschätzten modalen Parameter. Weiterhin kann die zum Eigenwert gehörende Eigenform mit den Extremwerten des Imaginärteils über verschiedene Messstellen abgeschätzt werden. Werden Frequenzgänge mit anderen physikalischen Ein- und Ausgangsgrößen untersucht, wie beispielsweise ein Kraft-Geschwindigkeits-Pfad ($\Delta \dot{q} \leftarrow u$), muss zum Ablesen der markanten Punkte gegebenenfalls $\hat{\omega}_r$ aus dem Realteil und $\hat{\omega}_u$ und $\hat{\omega}_o$ aus den Imaginärteil abgelesen werden.

Zum visuellen Erkennen von verschiedenen Eigenwerten kommen in der Praxis unterschiedliche Funktionen zur Verarbeitung der Messdaten zum Einsatz. Als geeignete Funktion zeigt sich die CMIF (engl. complex-mode-indicator function), welche den Verlauf der geschätzten Singulärwerte

**Bild 4.6:** Beispielfrequenzgang mit markanten Punkten

$\hat{\sigma}_r(\omega)$ der Frequenzgangsmatrix

$$\hat{\mathbf{H}}(\omega) = \hat{\mathbf{U}}(\omega) \hat{\mathbf{\Sigma}}(\omega) \hat{\mathbf{V}}^{*T}(\omega) \quad \text{mit} \quad \hat{\mathbf{\Sigma}}(\omega) = \bigoplus_{r=1}^R \hat{\sigma}_r(\omega)$$

über die Frequenz ω wiedergibt [5, S. 207]. Sie erlaubt auch das Unterscheiden von ähnlichen oder gleichen Eigenwerten, die verschiedene Eigenformen besitzen. Die Anzahl an dargestellten Singulärwerten je Frequenzstützstelle entspricht dem Höchststrang der verwendeten Frequenzgangsmatrix. Die lokalen Maxima der Singulärwertverläufe deuten jeweils auf eine eigenständige Eigenform hin. Damit lässt sich eine Überlagerung von dicht benachbarter Eigenwerte erkennen, da hier nicht nur ein Singulärwert, sondern je nach Anzahl an überlagerten Eigenwerten mehrere Singulärwerte ein lokales Maxima zeigen. Bild 4.7 auf Seite 80 zeigt beispielhaft den Verlauf von Singulärwerten für eine Messung mit drei Erregerorten und zehn Messorten am Versuchsaufbau (vgl. Abschnitt 7.1). Die verwendeten Messdaten wurden am Versuchsaufbau gewonnen. Aufgrund der Reihenschwingerstruktur treten hier keine gleichen oder dicht benachbarten Eigenwerte auf.

Stehen statt Frequenzgängen nur Messungen von Betriebsschwingungen zur Verfügung, so kann eine grobe Abschätzungen der Resonanzfrequenzen aus einem Wasserfalldiagramm wie im Bild 1.8 auf Seite 10 abgelesen werden. Die maschinenwinkelsynchronen Störeregungen erzeugen im Amplitudenspektrum diskrete maschinendrehzahlabhängige Amplitudenspitzen. Im Wasserfalldiagramm entstehen dabei über die verschiedenen Maschinendrehzahlen verschiedene Ordnungsstrahlen, die in der Nähe von einer Resonanzfrequenz Amplitudenspitzen hervorrufen und so Resonanzfrequenzen erkennen lassen [9]. Dabei wird angenommen, dass im Frequenzbereich einer schmalbandigen Resonanzüberhöhung die Störerregeramplitude näherungsweise konstant bleibt. Etwas genauer lässt sich die Eigenfrequenz mit der zugehörigen Dämpfung durch Auswertung der Phasenlage der Frequenzstützpunkte eines Ordnungsstrahls um den Resonanzbereich ermitteln. Hierbei wird eine feste Phasenlage der Störeregung bezüglich des Maschinenwinkels unterstellt und die verwendeten Einzelmessungen beginnen immer zum gleichen Maschinenwinkel.

4.4.2 MDOF-Methoden

Das Verwenden von einem Modell mit mehreren mechanischen Freiheitsgraden (MDOF-Modell) liefert allgemein genauere Schätzergebnisse und ermöglicht die Schätzung von stark gedämpften Systemen mit stark überlagerten Resonanzüberhöhungen. Das Anwenden der rechnergestützten modernen Methoden ist auf heute handelsüblichen Computern kein Problem und die rechnergestützten MDOF-Methoden finden einen verbreiteten Einsatz. Meist arbeiten die Methoden nicht iterativ und lösen das Optimierungsproblem mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

Die LSCE-Methode (LSCE, engl. least squares complex exponential) als SIMO-Methode im Zeitbereich und deren Erweiterung auf eine MIMO-Methode, die häufig als PRCE-Methode (PRCE, engl. poly reference complex exponents) bezeichnet wird, haben eine starke Verbreitung in der Experimentellen Modalanalyse gefunden. Zur Identifikation wird in der Regel zunächst ein Frequenzintervall aus ermittelten Frequenzgängen gewählt, welches mit der inversen Fourier-Transformation in den Zeitbereich transformiert wird. Anschließend wird das MDOF-Modell an die so gewonnene Impulsantwort angepasst. Zur Überprüfung der Modellordnung werden meist mehrere Schätzungen mit unterschiedlicher Modellordnung durchgeführt und die ermittelten Eigenwerte über die Modellordnung in einem sogenannten Stabilisierungsdiagramm dargestellt [5, S. 208 ff.]. In diesem Zusammenhang wird ein Eigenwert als stabil bezeichnet, wenn der Eigenwert in der vorherigen Schätzung mit geringerer Modellordnung innerhalb einer Toleranz bereits geschätzt wurde. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass physikalische Eigenwerte ab einer bestimmten Modellordnung in diesem Sinn stabil sind – also unabhängig einer weiter aufsteigenden Modellordnung immer wieder geschätzt werden – und so von nicht physikalischen Eigenwerten, die zufällig im Stabilitätsdiagramm erscheinen, unterschieden werden können.

Bild 4.7 zeigt beispielhaft ein Stabilisierungsdiagramm, welches nach der PRCE-Methode mithilfe der Softwarefunktion `Modalfit` aus dem Programmpaket Matlab erzeugt wurde. Die hier verwendeten Frequenzgänge

$$(\Delta \mathbf{q} \leftarrow u_1), (\Delta \mathbf{q} \leftarrow u_6) \text{ und } (\Delta \mathbf{q} \leftarrow u_{10})$$

wurden aus Messungen am Versuchsaufbau gewonnen. Die Stabilität der geschätzten Eigenwerte wird häufig nochmal in frequenz-, dämpfungs-, vektorstabil und entsprechende Kombinationen unterteilt. Im gezeigten Diagramm wurden folgende Definitionen verwendet:

- **Pol, nicht stabil** Wird ein realistischer Eigenwert ($0 < \hat{\xi} < 1$) gefunden, so wird dieser zunächst als nicht stabil bezüglich der wiederholten Schätzung im Diagramm dargestellt.
- × **Frequenzstabil** Der Eigenwert ist stabil bezüglich seiner Frequenz, wenn die Eigenfrequenz $\hat{\omega}_e$ innerhalb einer vorgebbaren Toleranz ($\Delta \hat{\omega}_e < 1\%$) bereits in der vorherigen Schätzung mit kleinerer Modellordnung ermittelt wurde.
- * **Dämpfungsstabil** Wurde in der vorherigen Schätzung neben der Eigenfrequenz auch die modale Dämpfung innerhalb einer Toleranz ($\Delta \hat{\xi} < 5\%$) geschätzt, wird der Eigenwert stabil bezüglich seiner Dämpfung gekennzeichnet.

- ▽ **Eigenformstabil** Stimmt neben der Eigenfrequenz auch die ermittelte Eigenform überein, wird der Eigenwert als stabil bezüglich der Eigenform markiert. Hierzu wird die Funktion (4.13) verwendet ($\text{mac} > 98 \%$).
- ◆ **Stabil** Sind alle zuvor genannten Kriterien (Frequenz-, Dämpfungs und Eigenformstabilität) erfüllt, so wird der Eigenwert als allgemein stabil hervorgehoben.

Zum visuellen Abgleich wird häufig zusätzlich eine berechnete Funktion zum Erkennen der Eigenwerte mit dargestellt, welche hier der CMIF entspricht (vgl. Abschnitt 4.4.1). Die als stabil geschätzten Eigenwerte mit der Modellordnung 13 (mechanische Freiheitsgrade) sind beispielhaft in der Tabelle 4.3 aufgeführt. Ein Vergleich mit Tabelle 4.2 zeigt, dass bereits die Schätzung mithilfe der abgelesenen, markanten Punkte für die ersten sechs Eigenwerte gute Näherungswerte für das hier gewählte Beispiel mit separierten Resonanzüberhöhungen lieferte. Zusätzlich wurden mithilfe der PRCE-Methode noch zwei weitere Eigenwerte mit zugehöriger Eigenform ermittelt. Theoretisch existieren am schwach gedämpften Zehnmassenschwinger neben der Starrkörperbewegung neun weitere schwingungsfähige Eigenwerte.

Mit der Annahme eines homogenen Reihenschwingers können aus mindestens einer Kennkreisfrequenz die restlichen Kennkreisfrequenzen mithilfe des Zusammenhangs (3.22) abgeschätzt werden, wie im Abschnitt 4.5.1 gezeigt wird. Die so abgeschätzten Kennkreisfrequenzen $\hat{\omega}_{01}$ bis $\hat{\omega}_{09}$ sind ebenfalls im Stabilitätsdiagramm 4.7 und in der Tabelle 4.3 eingetragen. Ein Vergleich der Kennkreisfrequenzen zeigt, dass offenbar eine Frequenz mit knapp 6 Hz nicht gefunden wurde. Bei den als frequenzstabil geschätzten Eigenwerten bei 7 Hz handelt es sich nicht um tatsächliche Eigenwerte, sondern um Störungen, die aufgrund der mittleren Drehzahl von ca. 7 Hz während der Messungen in diesem Bereich hervorgerufen wurden.

Es existiert eine Vielzahl weiterer Kriterien, um die gefundenen Eigenwerte zu überprüfen. Zum Beispiel können die identifizierten Eigenformen auf physikalische Plausibilität überprüft werden. Häufig werden auch Orthogonalitätseigenschaften der Eigenformen zueinander untersucht. Hierfür wurde beispielsweise der MAC-Wert (engl. modal assurance criterion)

$$\text{mac}(\psi_i, \psi_j) = \frac{|\psi_i^T \psi_j^*|^2}{\|\psi_i\|_2^2 \|\psi_j\|_2^2} \quad (4.13)$$

oder verschiedene Abwandlungen hiervon entwickelt [3]. Diese Funktion liefert einen Wert zwischen 0 und 100 % und entspricht der Korrelation der Eigenformen. Unter der Annahme, dass eine ausreichende Anzahl an Elementen einer Eigenform an geeigneten Stellen aus der tatsächlichen kompletten Eigenformen verwendet werden, deutet ein Wert nahe 100 % auf die Ähnlichkeit der beiden Eigenformen hin. Die gefundenen Eigenformen können beispielsweise mit denen des theoretischen Modells verglichen werden. Auch der Vergleich untereinander kann sinnvoll sein, wenn eine angenommene Orthogonalität der ermittelten Eigenformen überprüft werden soll.

Die Betrachtung der modalen Dämpfung aller gefundenen Eigenwerte zur Identifikation physikalischer Eigenwerte ist eine weitere Möglichkeit zur Überprüfung der Eigenwerte. Bild 4.8

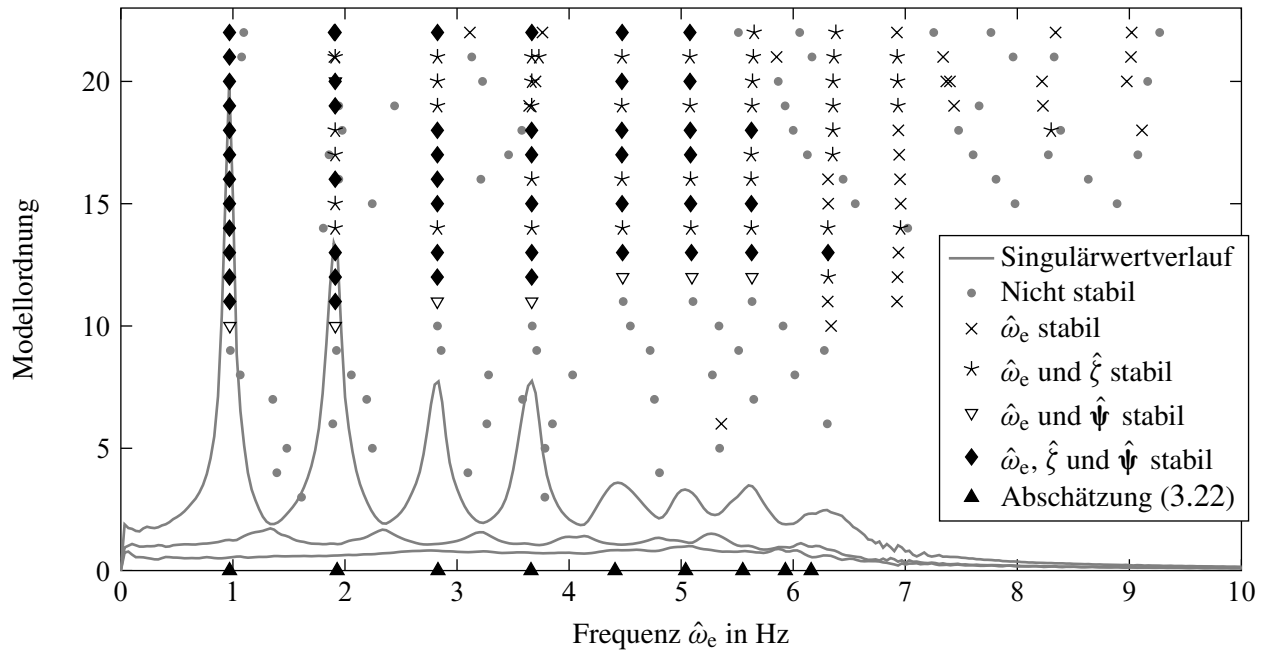


Bild 4.7: Stabilitätsdiagramm

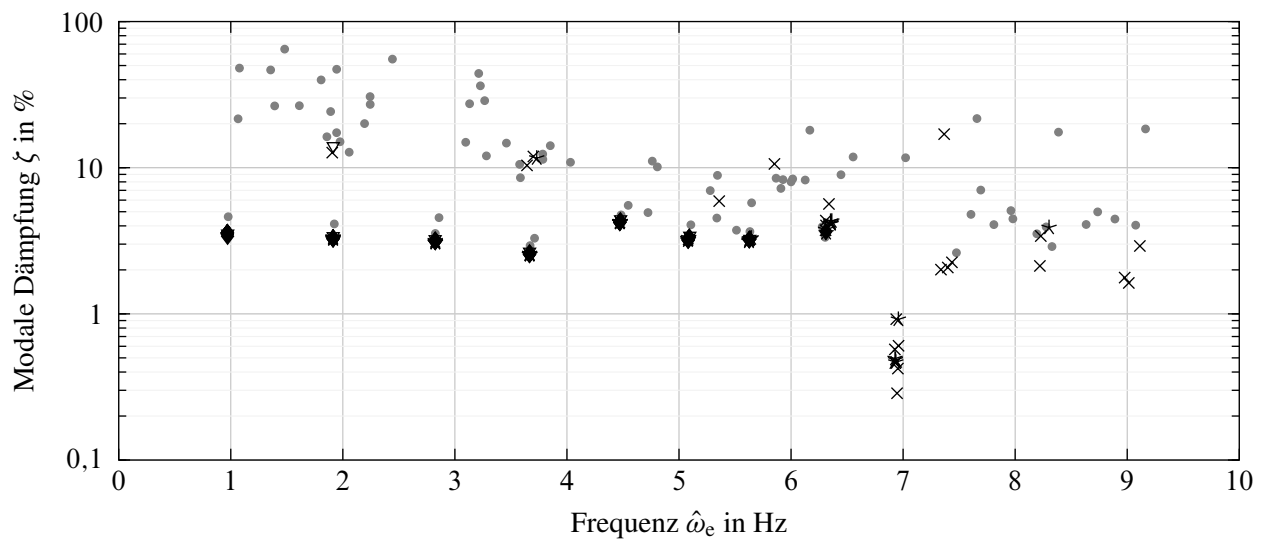


Bild 4.8: Modale Dämpfungen der identifizierten Eigenwerte aller Modellordnungen

zeigt hierfür die modalen Dämpfungen über die Kennkreisfrequenz aller gefundenen Eigenwerte. Deutlich zu erkennen sind die als stabil identifizierten Eigenwerte mit einer – aus physikalischer Sicht für den Zehnmassenschwinger sinnvollen – modalen Dämpfung um die 4 %. Die geringen modalen Dämpfungen von kleiner 1 % der gefundenen Eigenwerte bei ca. 7 Hz sind ein weiterer Hinweis auf deren nicht physikalischen Ursprung.

Tabelle 4.3: Geschätzte Eigenwerte mithilfe der LSCE-Methode und der Abschätzgleichung

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Methode
$\hat{\omega}_0$ in Hz	0,97	1,91	2,82	3,67	4,48	5,09	5,63	–	6,31	LSCE
$\hat{\xi}$ in %	3,57	3,30	3,18	2,59	4,34	3,36	3,24	–	3,66	LSCE
$\hat{\hat{\omega}}_0$ in Hz	0,97	1,93	2,83	3,66	4,41	5,04	5,55	5,93	6,16	nach (4.14)

Neben den Zeitbereichsverfahren existieren auch verschiedene Frequenzbereichsverfahren, die eingesetzt werden können. Hier ist die als PolyMAX oder polyreference least-squares complex frequency-domain method bezeichnete MIMO-Methode hervorzuheben. Seit der Einführung Anfang des Jahrtausends [20][62] erfährt die Methode zunehmend an Aufmerksamkeit [5, S. 210 ff.]. Ein Vorteil ist der Verzicht der Rücktransformation vom Frequenzbereich in den Zeitbereich, wodurch unter anderem Abschneidefehler vermieden werden. Die Methode zeichnet sich durch ein vergleichsweise klares Stabilitätsdiagramm aus, ist insbesondere für stark gedämpfte Systeme geeignet und verspricht den Aufwand zur Ermittlung von modalen Parameter aus nicht parametrischen Frequenzgängen zu reduzieren [5, S. 356 f.].

4.5 Identifikation mechanischer Parameter

Im Allgemeinen führt das Identifizieren von mechanischen Parametern eines Modells auf ein nicht konvexes Schätzproblem. Mit wachsender Anzahl gesuchter Parameter steigt überproportional der Lösungsaufwand und damit die Gefahr, keine physikalisch sinnvollen Ergebnisse zu finden. Aus diesem Grund wird im Weiteren die Identifikation der mechanischen Parameter in zwei Schritte unterteilt [37]. In einem ersten Schritt werden nur die Parameter des ungedämpften Modells geschätzt und so die Anzahl gesuchter Parameter reduziert. Dabei werden die bereits identifizierten, modalen Parameter verwendet, die eine Abschätzung der modalen Parameter des ungedämpften Systems erlauben. Im zweiten Schritt werden die Parameter des gedämpften Modells identifiziert und dabei die bereits gewonnenen Werte für das ungedämpfte Modell als Startwerte verwendet. Hierfür werden die ermittelten Frequenzgänge direkt genutzt. Die grundsätzliche Gefahr, bei der numerischen Optimierung von nicht konvexen Funktionen nur ein lokales Optima zu finden, kann durch das zweischrittige Vorgehen wesentlich reduziert werden.

4.5.1 Identifikation des ungedämpften Systems

Der geringe Einfluss der Dämpfung ($\zeta < 10\%$) auf die Kennkreisfrequenz und die Eigenformen erlaubt die Schätzung der mechanischen Parameter des ungedämpften Systems aus den bereits ermittelten modalen Parametern. Die Kennkreisfrequenzen des ungedämpften Systems können näherungsweise gleich denen des gedämpften Systems angenommen werden. Die Massenträgheiten lassen sich mithilfe heutiger CAD-Programme mit hoher Genauigkeit berechnen und werden aus diesem Grund im Weiteren als bekannt angenommen. Damit sind zunächst nur die mechanischen Steifigkeiten zu schätzen.

Aufgrund der anzunehmenden geringen Unterschiede der Steifigkeiten zwischen den mechanischen Freiheitsgraden können diese in einem ersten Schritt als identisch $k = k_r$ angesetzt werden, womit die Schätzung auf lediglich einen Parameter reduziert wird. Gleichfalls werden die Massenträgheiten $m = m_n$ zunächst als identisch angenommen, womit der in (3.22) bereits erwähnte Zusammenhang

$$\omega_{0n}^2 = \frac{k}{m} \mu_n^2 \quad \text{mit} \quad \mu_n = 2 \sin \left(\frac{n \pi}{2N} \right) \quad \text{und} \quad n = 1, \dots, N-1 \quad (4.14)$$

zwischen den Kennkreisfrequenzen ω_0 und den mechanischen Parametern eines ungefesselten homogenen Torsionsschwingerkette besteht (vgl. Abschnitt 3.4). Wird für die Massenträgheit der Mittelwert $m = \bar{m}$ aus den bekannten Massenträgheiten m_n angesetzt, kann die Steifigkeit \hat{k} durch

$$\hat{k} = \begin{bmatrix} \mu_1^2 \\ \vdots \\ \mu_v^2 \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{01}^2 \\ \vdots \\ \hat{\omega}_{0v}^2 \end{bmatrix} \bar{m} \quad (4.15)$$

abgeschätzt werden. Anschließend lassen sich alle Kennkreisfrequenzen mit

$$\hat{\omega}_{0n} = \sqrt{\frac{\hat{k}}{m}} \mu_n \quad (4.16)$$

abschätzen. Als Beispiel wurde aus den ersten vier abgelesenen Kennkreisfrequenzen $\hat{\omega}_{01}$ bis $\hat{\omega}_{04}$ aus Tabelle 4.2 die Steifigkeit \hat{k} abgeschätzt und mit (4.16) allen theoretisch vorhandenen Kennkreisfrequenzen $\hat{\omega}_{01}$ bis $\hat{\omega}_{09}$ des homogenen, ungefesselten Reihenschwingers mit 10 Freiheitsgraden berechnet. Die so erhaltenen Kennkreisfrequenzen $\hat{\omega}_{0n}$ sind in das Stabilitätsdiagramm 4.7 mit der Modellordnung Null und in die Tabelle 4.3 eingetragen.

Sind die Annahmen von identischen Steifigkeiten und Massenträgheiten nicht zulässig oder sollen für eine detailliertere Modellierung entfallen, so kann die Schätzung als Optimierungsproblem formuliert werden. Hierbei können neben den geschätzten Kennkreisfrequenzen $\hat{\omega}_0$ auch die ungedämpften Eigenformen $\hat{\Psi}_0$ eingehen. Eine einfache Möglichkeit, aus den ermittelten Eigenformen $\hat{\Psi} \in \mathbb{C}^{1 \times Q}$ die des ungedämpften Systems $\hat{\Psi}_0 \in \mathbb{R}^{1 \times Q}$ abzuschätzen, besteht darin, die Eigenform zunächst mit dem betragsmäßig höchsten Element zu normieren

$$\hat{\Psi}_n = \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{n1} \\ \vdots \\ \hat{\Psi}_{nQ} \end{bmatrix}^T = \hat{\Psi}_n / \|\hat{\Psi}_n\|_\infty$$

und anschließend aus dem Betrag und dem Vorzeichen des Realteils

$$\hat{\Psi}_{0n} = \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{0n1} \\ \vdots \\ \hat{\Psi}_{0nQ} \end{bmatrix}^T \quad \text{mit} \quad \hat{\Psi}_{0nq} = |\hat{\Psi}_{nq}| \operatorname{sign} \left(\operatorname{Re} \{ \hat{\Psi}_{nq} \} \right)$$

zu berechnen. Damit kann der Fehlervektor

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{01} - \omega_{01} \\ \vdots \\ \hat{\omega}_{0R} - \omega_{0R} \\ \hat{\psi}_{01} - \psi_{01} \\ \vdots \\ \hat{\psi}_{0R} - \psi_{0R} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

definiert werden, der die Abweichung zwischen den ermittelten modalen Parametern $\hat{\omega}_{0r}$, $\hat{\psi}_{0r}$ und denen des ungedämpften Modells ω_{0n} , ψ_{0n} beschreibt [58, S. 443]. Zur Optimierung wird die quadratische Verlustfunktion

$$V = \mathbf{e}^T \mathbf{G} \mathbf{e} \quad (4.18)$$

mit der positiv-definiten Gewichtsmatrix \mathbf{G} formuliert [58, S. 432], welche mit iterativen Optimierungsmethoden minimiert werden kann.

Zur Berechnung des Fehlervektors (4.17) müssen die R gemessenen Eigenwerte den N berechneten des Modells zugeordnet werden. Hierfür kann die Fehlermatrix

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & \dots & f_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{R1} & \dots & f_{RN} \end{bmatrix}$$

mit den Elementen

$$f_{rn} = \alpha_r (\omega_{0n} - \hat{\omega}_{0r})^2 + \beta_r (\psi_{0n} - \hat{\psi}_{0r})^T (\psi_{0n} - \hat{\psi}_{0r})$$

und den zu wählenden Gewichten α_r und β_r verwendet werden. Mithilfe der Ungarischen Methode kann aus der Fehlermatrix \mathbf{F} die günstigste Zuordnung der Eigenwerte zur Berechnung des Fehlervektors \mathbf{e} ermittelt werden [52]. Ein Praxisbeispiel und weitere Details zum Optimieren einer Verlustfunktion analog (4.18) gibt der Autor in [37]. Die dort untersuchte Bogenoffsetdruckmaschine konnte aufgrund der mechanischen Struktur (Längswelle zur Verteilung der Eintriebsleistung in den Räderzug auf mehrere Eintriebsstellen) nicht als Torsionsschwingerkette behandelt werden und die Annahme von näherungsweise gleichgroßen Massenträgheiten und Steifigkeiten ist hier ebenfalls nicht zulässig. Weitere Varianten und vertiefende Untersuchungen zur Anpassung von Parameter allgemeiner mechanischer Modelle (engl. model updating) mithilfe identifizierter, modaler Parameter können aus [58] entnommen werden.

4.5.2 Identifikation der Dämpfung

Zur Identifikation der mechanischen Parameter werden R gemessene Frequenzgänge $\hat{h}_r(\omega)$ mit denen des Modells $h_r(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}, \omega)$ verglichen. Zum Finden der mechanischen Parameter ist es vorteilhaft, auf den Wert eins normierte Parameter $\boldsymbol{\alpha}$ nach

$$\boldsymbol{\theta} = \text{diag}\{\boldsymbol{\theta}_0\} \boldsymbol{\alpha}$$

für die Optimierung zu verwenden (vgl. (4.2)). Dabei können die bereits ermittelten mechanischen Parameter des ungedämpften Modells (Steifigkeitswerte) in die Startparameter $\boldsymbol{\theta}_0$ einfließen. Für die Optimierung

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}} f(\boldsymbol{\alpha})$$

wird die Verlustfunktion

$$f(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R \left| h_r(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}, \omega_j) - \hat{h}_r(\omega_j) \right|^2 \quad (4.19)$$

für das gewählte Frequenzintervall von ω_1 bis ω_J angesetzt. Zur Absicherung der geschätzten Parameter können weitere Optimierungsläufe durchgeführt und die Ergebnisse verglichen werden. Dazu haben im ersten Lauf die relativen Startparameter $\boldsymbol{\alpha}_0$ alle den Wert eins und werden für weitere Läufe variiert, was einer relativen Abweichung der Startparameter $\boldsymbol{\theta}_0$ entspricht.

Die Optimierung kann wiederum zweischrittig durchgeführt werden und in einem ersten Schritt die zuvor gewonnen Parameter des ungedämpften Systems als konstant vorgegeben und nur die Dämpfungsparameter angepasst werden. Dies kann hilfreich sein, wenn viele Dämpfungsparameter geschätzt werden sollen, um die Anzahl zu identifizierender Parameter zu reduzieren. In einem zweiten Schritt können dann alle Parameter mit verbesserten Startparametern geschätzt werden.

Der Zusammenhang zwischen den zu identifizierenden Parametern und der Verlustfunktion ist wieder nichtlinear und zur iterativen Optimierung wird hier das Innere-Punkte-Verfahren (engl. interior-point method) aus dem Optimierungspaket (engl. optimization toolbox) des Programmpakets Matlab verwendet. Dabei kann der Optimierungslauf durch die Verwendung des analytisch berechneten Gradienten $\partial f(\boldsymbol{\theta}) / \partial \boldsymbol{\theta}$ beschleunigt werden. Die Herleitung der Berechnungsvorschrift des Gradienten für allgemeine implizite Zustandsraumssysteme ist im Anhang A.3 angegeben.

Nicht konvexe Verlustfunktionen können lokale Optima aufweisen, wodurch prinzipiell die Gefahr besteht, dass die verwendeten Optimierungsverfahren nur eine suboptimale Lösung findet und die optimierten mechanischen Parameterwerte nicht der besten Lösung entspricht oder physikalisch sogar unrealistisch sind. Diese Gefahr lässt sich reduzieren, indem der Lösungsraum durch Vorgabe von physikalisch sinnvollen, minimalen und maximalen Grenzen für die einzelnen mechanischen Parameter vorgegeben und mehrere Optimierungsläufe mit variierten Startparametern durchgeführt werden. Ein mehrfaches Finden der Parameterwerte, die den kleinsten Verlustfunktionswert ergeben, bestätigt die gefundenen Werte. Im günstigsten Fall werden immer die gleichen (richtigen) Parameterwerte identifiziert. Weitere Methoden zur Identifikation der mechanischen Parameter aus gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen im Frequenzbereich finden sich in [58, S. 426 ff.].

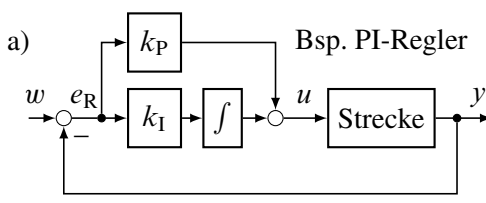
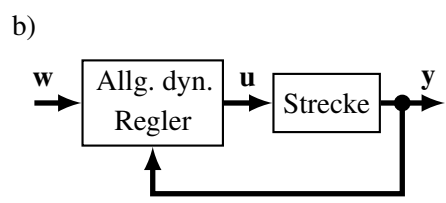
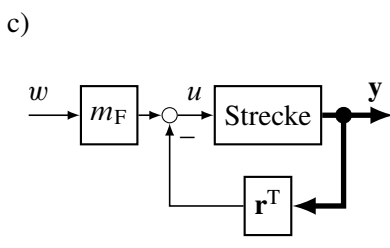
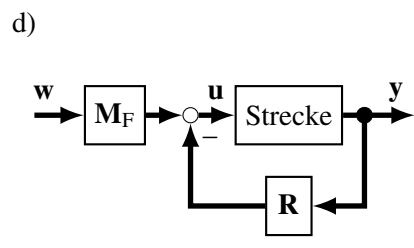
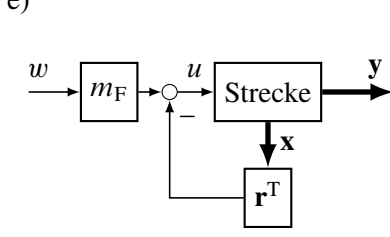
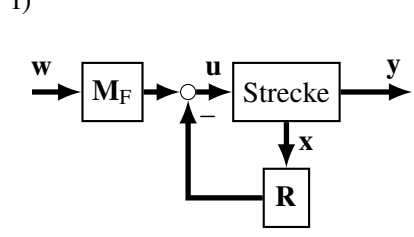
5 Regelungsstruktur

Aufgabe der Regelung ist es, die für den Druckprozess gewünschte Produktionsdrehzahl mithilfe einem oder mehrerer Antriebsmotoren einzustellen. Dabei sollen die verschiedenen rotierenden Teile innerhalb des Antriebsstrangs möglichst konstante Differenzwinkel zueinander aufweisen. Dies gilt insbesondere für bedruckstoffführende wie auch druckbildübertragende Teile, um mit variierenden Differenzwinkeln einhergehende Druckqualitätsprobleme zu vermeiden (vgl. Abschnitt 1.1.3). Das Verzahnungsspiel als nichtlinearer Effekt in der Kopplung zwischen einzelnen mechanischen Freiheitsgraden stellt eine weitere Herausforderung für die Regelung dar. Während des Druckprozesses ist ein Abheben der Zahnflanken im Räderzug oder sogar ein Zahnflankenwechsel unbedingt zu vermeiden. Es entstünden unzulässig hohe Differenzlagenabweichungen, die letztendlich die Druckqualität der produzierten Druckbögen unbrauchbar machen.

Für die Regelung des Antriebsstrangs werden in diesem Kapitel zwei Reglerstrukturen erarbeitet, die neben der Regelung der Produktionsdrehzahl eine Beeinflussung der Aufteilung des mittleren Gesamtdrehmoments zum Antreiben der Druckmaschine erlauben. Dazu können entweder die Drehmomentdifferenzen zwischen den Hauptantriebsmotoren geregelt oder die prozentuale Aufteilung des gesamten Antriebsdrehmoments auf die Antriebsmotoren vorgegeben werden. Die vorgeschlagenen Mehrgrößenreglerstrukturen erlauben, weit über die Grenzen der heutzutage eingesetzten einschleifigen Reglerstrukturen hinaus, Einfluss auf das Schwingungsverhalten der geregelten Druckmaschine zu nehmen und Resonanzüberhöhungen aktiv zu dämpfen. Die Gefahr eines Abhebens der Zahnflanken durch das Verwenden von mehreren Hauptantriebsmotoren wird bei der Reglerstruktur und beim Reglerentwurf berücksichtigt. Hinzu kommt die Möglichkeit, prinzipbedingte Verschiebungen innerhalb des Antriebsstrangs aufgrund eines geänderten Drehmomentbedarfs der Druckmaschine zu reduzieren. So kann beispielsweise die Druckqualität während einer Änderung der Produktionsdrehzahl gegenüber heutigen Druckmaschinen erhöht werden.

Zunächst wird aufbauend auf dem heutigen Stand der Technik der Einfluss von Rückführungen mechanischer Messgrößen auf das mechanische System untersucht und die Reglerstruktur sukzessive erweitert. Dazu werden strukturelle Überlegungen zur stationären Genauigkeit des Regelkreises behandelt, mögliche Regelgrößen diskutiert und mögliche Strukturbeschränkungen zur Steigerung der robusten Stabilität gegeben. Abgeschlossen wird das Kapitel mit der Kompensation von deterministischen Störungen und der Einführung von Beobachter- und Störbeobachterstrukturen. Der quantitative Entwurf der Reglerparameter wird im nachfolgenden 6. Kapitel behandelt.

Tabelle 5.1: Einordnung verschiedener Regelungsstrukturen

	Eingrößenregler	Mehrgrößenregler
Regler mit interner Dynamik	a) 	b) 
Ausgangsrückführung (statisch)	c) 	d) 
Zustandsrückführung (statisch)	e) 	f) 

5.1 Einordnung verschiedener Regelungsstrukturen

Einen Überblick über verschiedene Regelungsstrukturen und deren Einordnung anhand allgemeiner Merkmale gibt Tabelle 5.1. Zunächst ist eine Unterscheidung anhand der Anzahl unabhängiger Stelleingänge möglich. Werden mehrere unabhängige Eingänge zur Regelung verwendet, so können mehrere Regelgrößen definiert werden und es wird von einer Mehrgrößenregelung (MGR) gesprochen. Andernfalls handelt es sich um eine Eingrößenregelung (EGR) die nur eine Regelgröße erlaubt. Eine weitere Unterscheidung ist anhand einer internen Zeitabhängigkeit des Reglers möglich (interne Dynamik). Ist eine interne Dynamik im Regler vorhanden, so wird der Regler als dynamisch bezeichnet andernfalls als statisch. Eine Differenzierung anhand der Anzahl an zurückgeführten Größen ist ebenfalls üblich. Werden alle Zustandsgrößen der Strecke zurückgeführt, wird der Regler den Zustandsrückführungen, ansonsten den Ausgangsrückführungen, zugeordnet. Der einschleifige PI-Regler in Tabelle 5.1(a) hat eine einfache Struktur und besitzt mit seinen zwei Reglerparametern eine vergleichsweise geringe Anzahl an Freiheitsgraden (Reglerparameter) zur Regleroptimierung, welche häufig auch manuell an der Maschine selbst eingestellt werden können. Die Anzahl an Freiheitsgraden zur Regleroptimierung und die Komplexität der Reglerstruktur steigt mit der Anzahl an zurückgeführten Systemausgängen, der Hinzunahme von weiteren unabhängigen Stelleingängen bis hin zum allgemeinen, dynamischen Mehrgrößenregler in Tabelle 5.1(b).

5.2 Einschleifiger PI-Drehzahlregler

Stand der Technik ist es, die Produktionsdrehzahl mit einem einschleifigen PI-Drehzahlregler einzustellen. Das Bild (a) in der Tabelle 5.1 zeigt beispielhaft einen PI-Regler in Parallelstruktur mit den beiden Reglerparameter k_P und k_I . Der integrierend wirkende Teil mit dem Reglerparameter k_I sorgt für die stationäre Genauigkeit gegenüber sprunghaften Störungen. Der proportional wirkende Teil mit dem Reglerparameter k_P beeinflusst im Wesentlichen die Reaktionszeit des Reglers.

Häufig sind Mess- und Stelleinrichtung am gleichen Ort positioniert. Dieser Fall wird in der Fachliteratur als kollokierte Mess- und Stellanordnung bezeichnet und hat aus regelungstechnischer Sicht günstige strukturelle Eigenschaften. Werden zusätzliche Phasenverschiebungen im Regelkreis, zum Beispiel Totzeiten, Aktor- oder Sensordynamiken, vernachlässigt, so besitzt das geregelte, lineare und passive Mehrkörpersystem im Fall einer Drehzahlrückführung nur stabile Eigenwerte für beliebig positive Werte der Reglerparameter k_P und k_I [29, S. 275]. Darüber hinaus gibt es auch Modifikationen der Mess- und Stellanordnung zur Regelung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen, bei denen beispielsweise die Geschwindigkeitsmessung und die Positionsmessung nicht am selben Ort erhoben werden [57].

Die PI-Reglerparameter können als mechanische Parameter interpretiert werden. Hierzu wird das geregelte lineare System am Arbeitspunkt betrachtet. Aufgrund der angenommenen Linearität ist das Eigenverhalten unabhängig von der Führungsgröße und zur weiteren Untersuchung kann der Geschwindigkeitssollwert ohne Einschränkung der Allgemeinheit zu Null gewählt werden, $w = 0$. Damit besteht der Regelfehler nur noch aus der gemessenen und negativ zurückgeführten Geschwindigkeit $e_R = y = \dot{q} = \dot{q}_R$, woraus der PI-Regler die skalare Stellgröße

$$u = -k_P \dot{q}_R - k_I \int \dot{q}_R dt \quad (5.1)$$

berechnet. Mit der Rückführung der Geschwindigkeit \dot{q}_R am Geschwindigkeitsmessort j

$$\dot{q}_R = \mathbf{e}_j^T \dot{\mathbf{q}}$$

beziehungsweise der Position q_R am Positionsmessorts i

$$q_R = \int \dot{q} dt = \mathbf{e}_i^T \mathbf{q} + q_{R0} ,$$

mit der Integrationskonstanten $q_{R0} = \text{const.}$ Aus (5.1) folgt für den Krafteingangsvektor $\mathbf{f} = \mathbf{e}_m u$ des mechanischen Systems am Stellort m

$$\mathbf{f} = -k_P \mathbf{B}_{f1} \dot{\mathbf{q}} - k_I \mathbf{B}_{f0} \mathbf{q} - k_I \mathbf{e}_m q_{R0}$$

mit den Eingangsmatrizen $\mathbf{B}_{f0} = \mathbf{e}_m \mathbf{e}_i^T$ und $\mathbf{B}_{f1} = \mathbf{e}_m \mathbf{e}_j^T$. Bis auf ein Element je Matrix sind die Eingangsmatrizen nur mit Nullen besetzt. Für die Untersuchung des dynamischen Verhaltens kann der statische Term $k_I \mathbf{e}_m q_{R0}$ vernachlässigt werden. Das Einsetzen in die Bewegungsgleichung (2.4) ergibt damit

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D} + k_P \mathbf{B}_{f1}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + k_I \mathbf{B}_{f0}) \mathbf{q} = \mathbf{0}$$

und lässt erkennen, wie die Verstärkung des Proportionalglieds k_P ausschließlich in die resultierende Dämpfungsmatrix $(\mathbf{D} + k_P \mathbf{B}_{f1})$ und die Verstärkung des Integratorglieds k_I nur in die resultierende Steifigkeitsmatrix $(\mathbf{K} + k_I \mathbf{B}_{f0})$ eingeht. Die Eingangsmatrizen \mathbf{B}_{f1} und \mathbf{B}_{f0} legen dabei fest, welches Element der mechanischen Dämpfungsmatrix beziehungsweise der Steifigkeitsmatrix beeinflusst wird.

Bei dem häufigen Fall einer kollokierten Stell- und Messgröße ($i = j = m$) befindet sich das einzige von Null verschiedene Element auf der Hauptdiagonalen der Eingangsmatrizen. Der Proportionalteil des PI-Reglers entspricht somit einer mechanisch viskosen Dämpfung am Stellort gegenüber dem Inertialsystem (absolute Dämpfung) bzw. gegenüber der gewählten Solldrehzahl (Produktionsdrehzahl). Der integrierende Teil entspricht in analoger Weise einer mechanischen Steifigkeit, die das System an den gewünschten Drehzahlsollwert fesselt.

Aus der physikalischen Interpretation der Reglerparameter k_P und k_I kann bereits geschlussfolgert werden, dass der geschlossene Regelkreis mit einer angenommenen linearen und stabilen mechanischen Strecke und einer kollokierten Stell-Messanordnung aus theoretischer Sicht mit beliebig positiven Reglerparametern nicht instabil werden kann, da lediglich eine mechanische Ersatzdämpfung und eine mechanische Ersatzsteifigkeit zum Mehrkörpersystem hinzukommt. Damit entspricht das geregelte System wieder einem mechanisch passiven System. Dieser Grundgedanke wird im Abschnitt 5.8 zur Sicherstellung von stabilen Regelkreisen genutzt.

5.3 Ausgangsrückführung

Die auf die Dämpfungsmatrix wirkende Proportionalverstärkung k_P der einschleifigen PI-Regelung lässt sich auf die Verwendung von mehreren $Q > 1$ Messgrößen \mathbf{y} verallgemeinern. Bild (c) in der Tabelle 5.1 zeigt solch eine statische Ausgangsrückführung bei der anstatt der skalaren Proportionalverstärkung ein liegender Vektor $\mathbf{r}^T \in \mathbb{R}^{1 \times Q}$ steht. Gegenüber den beiden Reglerparametern des einschleifigen PI-Reglers sind im Fall einer statischen Ausgangsrückführung mit einem Stelleingang nun Q Freiheitsgrade für den Reglerentwurf vorhanden.

Stehen für die Regelung mehrere $P > 1$ unabhängige Stellgrößen zur Verfügung, so kann die statische Ausgangsrückführung auch auf den Mehrgrößenfall verallgemeinert werden. Bild (d) in der Tabelle 5.1 zeigt diesen Fall. Anstatt des liegenden Reglervektors \mathbf{r}^T steht nun die Reglermatrix $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{P \times Q}$ mit $P \cdot Q$ Freiheitsgraden für den Reglerentwurf zur Verfügung.

Werden die gemessenen Ausgangsgrößen $\mathbf{y}^T = [\mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_0^T]$ in den Geschwindigkeitsteil $\mathbf{y}_1 = \mathbf{P}_{y1} \dot{\mathbf{q}}$ und in den Positionsteil $\mathbf{y}_0 = \mathbf{P}_{y0} \mathbf{q}$ mit den Sensorpositionsmatrizen \mathbf{P}_{y1} und \mathbf{P}_{y0} aufgeteilt, so ergibt sich der Stellvektor

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}_1 \mathbf{P}_{y1} \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{R}_0 \mathbf{P}_{y0} \mathbf{q} + \mathbf{M}_F \mathbf{w} = -\mathbf{R} \mathbf{y} + \mathbf{M}_F \mathbf{w}$$

mit der Rückführungsmatrix $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_0]$ und dem Vorfilter \mathbf{M}_F . Auf das Eigenverhalten des geschlossenen Regelkreises hat der Führungsgrößenvektor keinen Einfluss und kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit entfallen, $\mathbf{w} = \mathbf{0}$. Mit dem Krafteingangsvektor $\mathbf{f} = \mathbf{P}_u \mathbf{u}$ folgt dann

aus der mechanischen Bewegungsgleichung (2.4) die Bewegungsgleichung des geregelten Systems

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D} + \mathbf{D}_R) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_R) \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (5.2)$$

mit der zusätzlichen Dämpfungsmatrix $\mathbf{D}_R = \mathbf{P}_u \mathbf{R}_1 \mathbf{P}_{y1}$ und Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_R = \mathbf{P}_u \mathbf{R}_0 \mathbf{P}_{y0}$. Analog zum PI-Eingrößenregler geht der geschwindigkeitsproportionale Teil \mathbf{R}_1 in die resultierende Dämpfungsmatrix und der positionsabhängige Teil \mathbf{R}_0 in die resultierende Steifigkeitsmatrix ein. Für die Dämpfung des Systems ist somit im Wesentlichen die Rückführung von Drehzahlgrößen relevant, da damit analog zum PI-Drehzahlregler direkt die resultierende Dämpfungsmatrix beeinflusst werden kann. Mit der Positionsrückführung können hauptsächlich die Resonanzfrequenzen und die Eigenformen des schwach gedämpften Systems beeinflusst werden. Die Zustandsraumdarstellung (2.9) ergibt für das geregelte System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_R \mathbf{x} + \mathbf{B}_w \mathbf{w} + \mathbf{B}_z \mathbf{z} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (5.3)$$

mit der Systemmatrix, der Ausgangsmatrix und der Eingangsmatrix für die Führungsgrößen:

$$\mathbf{A}_R = (\mathbf{A} - \mathbf{B}_u \mathbf{R} \mathbf{C}) , \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{y1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{y0} \end{pmatrix} , \quad \mathbf{B}_w = \mathbf{B}_u \mathbf{M}_F .$$

5.4 Zustandsrückführung

Stehen alle Zustandsgrößen für die Regelung zur Verfügung, so handelt es sich um einen Zustandsregler, welcher in der Tabelle 5.1 im Bild (e) für den Eingrößenregler und im Bild (f) für den Mehrgrößenregler gezeigt ist. Mit dem Reglervektor $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^I$ bzw. der Reglermatrix $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{P \times I}$ im Mehrgrößenfall stehen insgesamt I bzw. $P \times I$ Freiheitsgrade für den Reglerentwurf zur Verfügung.

Unter der Annahme, dass alle Eigenwerte steuer- und beobachtbar sind, können alle Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bereits im Eingrößenfall (eine Stellgröße) vorgegeben werden. Die vorhandenen Freiheitsgrade für den Reglerentwurf werden bei der Vorgabe aller Eigenwerte aufgebraucht. Im Mehrgrößenfall verbleiben nach der Vorgabe aller Eigenwerte noch Freiheitsgrade, welche zur Optimierung weiterer Regelziele genutzt werden können. Die Vollständige Modale Synthese (siehe Abschnitt 6.4) liefert diese verbleibenden Freiheitsgrade bei gleichzeitiger Vorgabe aller Eigenwerte für die weitere Nutzung [66][67].

Die Zustandsrückführung im Mehrgrößenfall besitzt im Vergleich zu den übrigen vorgestellten Reglern ohne interne Dynamik die meisten Freiheitsgrade für den Reglerentwurf. In der Praxis werden selten alle Zustandsgrößen gemessen, jedoch können fehlende Zustandsgrößen mit einem Beobachter geschätzt werden. Auf Beobachterstrukturen und deren Entwurf wird im Abschnitt 5.10 und 6.5 eingegangen. Das gedankliche Hinzunehmen eines Beobachters zu einem statischen Regler ergibt einen dynamischen Regler, welcher für den allgemeinen Mehrgrößenfall in der Tabelle 5.1 im Bild (b) gezeigt ist. Mit Aufgabe der ursprünglichen Forderung, dass der Beobachter die Systemzustände schätzt, stehen die Beobachterparameter für die Regelung zur Verfügung und erhöhen somit die Anzahl der Freiheitsgrade für den Reglerentwurf.

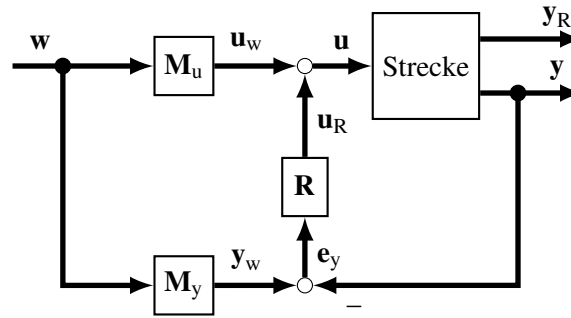


Bild 5.1: Proportionale Ausgangsrückführung mit statischer Vorsteuerung

5.5 Vorfilter

Zur besseren Lesbarkeit wird im Weiteren der allgemeine Fall einer statischen Ausgangsrückführung im Mehrgrößenfall 5.1(d) betrachtet, welche den speziellen Fall einer Zustandsrückführung $\mathbf{y} = \mathbf{x}$ oder den Eingrößenfall $\mathbf{u} = u$ mit einschließt. Wird die Struktur mit der des PI-Reglers verglichen, so entspricht die statische Ausgangsrückführung einer verallgemeinerten Form des P-Anteils vom PI-Regler mit einer Vorsteuerung. Das statische Vorfilter \mathbf{M}_F aus der Tabelle 5.1 Bild (d) kann in zwei Vorsteuerermatrizen \mathbf{M}_u und \mathbf{M}_y aufgeteilt werden, welche zum Erreichen der stationäre Genauigkeit im ungestörten Fall unabhängig von der gewählten Reglermatrix \mathbf{R} ausgelegt werden kann, wie [16, S. 322 ff.] für den Fall einer Zustandsrückführung ausführt.

Bild 5.1 zeigt die Struktur für eine statische Ausgangsrückführung mit entsprechend aufgeteilter Vorsteuerermatrix. Neben den zurückgeführten Messgrößen \mathbf{y} sind die Regelgrößen $\mathbf{y}_R = \mathbf{C}_R \mathbf{x}$ dargestellt, die sich von den Messgrößen unterscheiden können. Der Ausgangsfehler \mathbf{e}_y kann als Fehler zwischen den zurückgeführten Systemausgängen \mathbf{y} und den stationären Endwerten des Entwurfsmodells aufgefasst werden. Mithilfe der Vorsteuerermatrix \mathbf{M}_y lassen sich die benötigten stationären Endwerte des Entwurfsmodells für stationäre Führungsgrößen berechnen und Abweichungen zu den gemessenen Ausgangsgrößen \mathbf{e}_y bewirken eine entsprechende Stellgröße \mathbf{u}_R . Die Vorsteuerermatrix \mathbf{M}_u kann für das Erreichen des Sollwertes sorgen, wenn keine Modellfehler und keine Störungen vorliegen. Für stabile Systeme – wie der hier behandelte Reihenschwinger – können die Vorsteuerermatrizen beispielsweise mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_y \\ \mathbf{M}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_R & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

berechnet werden, was in Abwesenheit sämtlicher Störungen zum stationären Erreichen der Sollwerte führt. Die Herleitung und weitere Details kann dem Anhang A.7 entnommen werden. Alternativ kann die Vorsteuerermatrix \mathbf{M}_u zur Optimierung des dynamischen Führungsverhaltens genutzt werden oder aufgrund der geringen dynamischen Anforderungen an das Führungsverhalten der Festsollwertregelung entfallen, $\mathbf{M}_u = \mathbf{0}$.

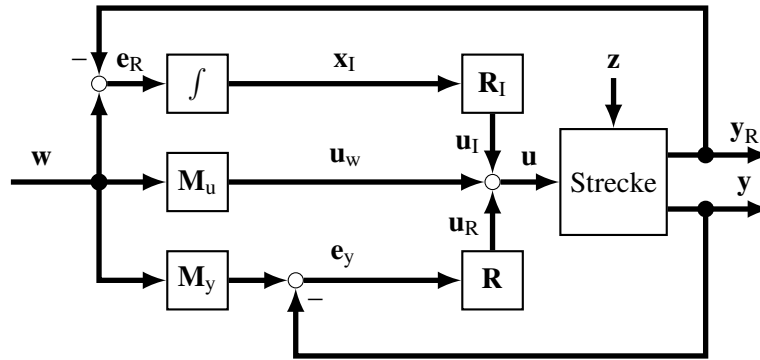


Bild 5.2: Regelungsstruktur der PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung

5.6 Stationäre Genauigkeit

Der einschleifige PI-Regler ist nach dem Abklingen von Einschwingvorgängen und Anfangsstörungen aufgrund des integrierend wirkenden Reglerteils auch bei vorhandenen Modellfehlern und sprungförmigen Störungen stationär genau, was eine statische Ausgangsrückführung zunächst nicht ist. Jedoch kann der proportional wirkende Teil um einen integrierend wirkenden Teil in Anlehnung des einschleifigen PI-Reglers erweitert werden, sodass ebenfalls stationäre Genauigkeit bei Modellfehlern und stationären Störgrößen erreicht wird. Bild 5.2 zeigt die Struktur einer PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung (vgl. [16, S. 373]). Mithilfe der Ausgangsgrößen y_R und den Führungsgrößen w wird der Ausgangsfehlervektor e_R berechnet, integriert und über die Matrix R_I zurückgeführt. Die Reglermatrix R_I entspricht dem integrierend wirkenden Teil k_I des PI-Reglers im Eingrößenfall. Mit dieser Struktur kann stationäre Genauigkeit für stationäre Führungsgrößen gegenüber Modellfehlern und stationären Störungen z erreicht werden. Ist die geforderte Dynamik des Führungsverhaltens wesentlich langsamer als das Eigenverhalten der Strecke, so kann die Reglerstruktur in einen hochfrequenten Teil mit der proportional wirkenden Reglermatrix R und einen niederfrequenten Teil mit der Reglermatrix R_I für die integrierten Regelfehler, welche indirekt über einen Tiefpass (Integrator) wirken, gedanklich zerlegt werden.

Zur weiteren dynamischen Betrachtung des geregelten Systems können die Führungsgrößen w wieder zu Null gewählt und die integrierten Regelfehler x_I zur Strecke hinzugenommen werden (vgl. Abschnitt 5.2). So kann die PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung wieder in eine statische Ausgangsrückführung überführt werden, wie Bild 5.3 zeigt. Die beiden Rückführungen y und x_I und die Reglermatrizen R und R_I lassen sich zu

$$R_e = [R \ R_I] \quad \text{und} \quad y_e^T = [y^T \ x_I^T]$$

zusammenfassen und ergeben wieder eine Regelungsstruktur analog Bild 5.1.

Stationäre Genauigkeit lässt sich auch für periodische Führungs- und Störgrößen erreichen. Insbesondere periodische Störungen treten in Druckmaschinen auf. Prinzipiell kann stationäre Genauigkeit durch Hinzunahme weiterer schwingungsfähiger Eigenwerte im Regler oder durch Aufschaltung der Störgrößen über die Stelleingänge erreicht werden. Ist die Störgröße unbekannt,

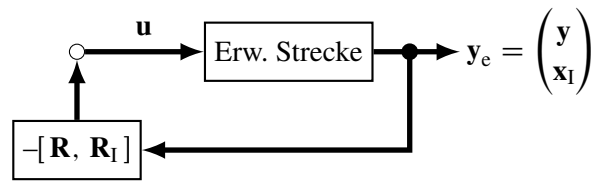


Bild 5.3: Struktur des Zustandsreglers mit erweiterter Strecke ohne Führungsgröße

wird für beide Möglichkeiten zunächst ein Störmodell benötigt, welches der Strecke zugerechnet wird. Eine Möglichkeit besteht nun darin, einen Störbeobachter zu entwerfen und die geschätzten Störgrößen mittels einer Störgrößenaufschaltung zu kompensieren (Abschnitt 5.10 und 6.5)[16, S. 371 ff.][48, S. 181 ff.]. Alternativ kann auch auf einen Störbeobachter verzichtet und der Regler P -mal mit den Eigenwerten des Störmodells versehen und anschließend ausgelegt werden [33, S. 72 ff.]. Nach dem Einschwingen des Reglers ergibt sich ein Stellgrößenverlauf, der den Einfluss der Störungen auf die Regelgrößen stationär kompensiert.

5.7 Regelgrößen

Zunächst stellt sich die Frage, welche Regelgröße für das Regeln der Produktionsdrehzahl Ω geeignet ist. Stand der Technik ist, die Drehzahl einer einzelnen mechanischen Koordinate q_x zu messen und als Regelgröße $\Omega = \dot{q}_x$ zu verwenden. Stehen mehrere Drehzahlmessgrößen zur Verfügung, so kann beispielsweise auch das arithmetische Mittel als Regelgröße verwendet werden. Mithilfe eines Beobachters wäre der Mittelwert auch auf weitere, nicht gemessene Drehzahlen erweiterbar. Stehen alle Zustände zur Verfügung, so kann der modale Zustand des zur Starrkörperdrehzahl gehörenden Eigenwerts als Regelgröße verwendet werden. Dieser wäre gegenüber der restlichen Dynamik der Strecke (Eigenwerten) orthogonal und käme der Regelung der Produktionsdrehzahl wohl am nächsten. Soll die Struktur einfach bleiben, so kann ein gewichtetes arithmetisches Mittel der Drehzahlmessgrößen verwendet werden, welche möglichst orthogonal zu den dominantesten Eigenwerten ist. Stehen die Drehzahlen aller mechanischer Koordinaten zur Verfügung, so eignet sich die Gewichtung jeder Drehzahlgröße mit der zugehörigen Massenträgheit

$$\Omega = \frac{1}{\sum_{n=1}^N m_n} \sum_{n=1}^N m_n \dot{q}_n .$$

Diese Größe stellt gleichzeitig ein Maß für den gesamten Drehimpuls $\sum_{n=1}^N m_n \dot{q}_n$ des Antriebsstrangs dar.

Ist die Regelgröße zur Regelung der Produktionsdrehzahl ausgewählt, können bei der Verwendung von mehreren unabhängigen Stelleingängen noch weitere Regelgrößen gewählt werden. Eine Möglichkeit bestünde in der Regelung des Differenzwinkels zwischen den Hauptantriebsmotoren. Hierdurch könnten unerwünschten Änderungen der Differenzwinkel zwischen den Druckmodulen, an denen die Hauptmotoren sitzen, entgegengewirkt werden. Jedoch kann es dennoch zu Abweichungen zwischen nicht angetriebenen Modulen bis hin zum Zahnflankenabheben kommen. Hinzu

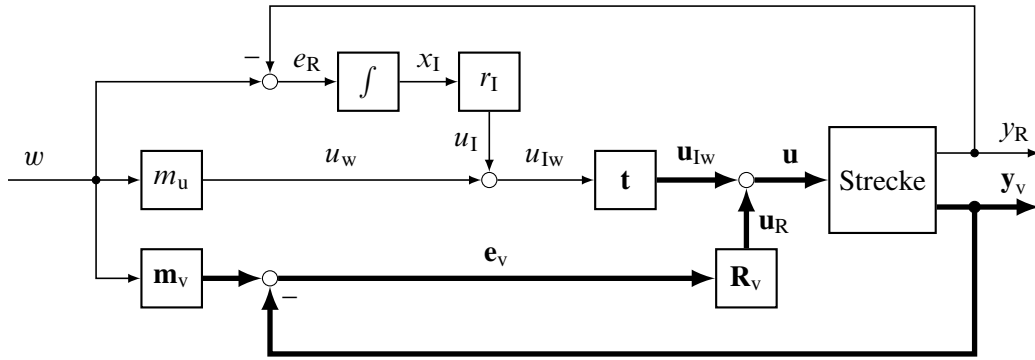


Bild 5.5: Struktur einer PI-Drehzahlrückführung mit Eingangsverkopplung

einer ausschließlichen Rückführung der Differenzdrehmomente über die integrierten Regelgrößen kann auf eine zusätzliche Tiefpassfilterung verzichtet werden, wodurch sich jedoch die Anzahl an Freiheitsgrade (Reglerparameter) für den späteren Reglerentwurf verringert. Die dynamischen Anforderungen an die Regelung der Differenzdrehmomente sind gegenüber der Eigendynamik des Systems gering und eine zusätzliche Tiefpassfilterung kann die dynamische Trennung zwischen der trägen Regelung der Differenzdrehmomente und der dynamischen Dämpfung der Eigenwerte unterstützen.

Alternativ kann auch eine Eingangsverkopplung mit einer prozentualen Stellgrößenverteilung

$$\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_P]^T \in \mathbb{R}^P \quad \text{mit} \quad t_r > 0 \quad \text{und} \quad 1 = \sum_{r=1}^P t_r$$

verwendet werden, wie Bild 5.5 zeigt. Dabei werden nur Drehzahlgrößen \mathbf{y}_v zur Reglermatrix \mathbf{R}_v zurückgeführt. Der Vorfiltervektor $\mathbf{m}_v = \mathbf{1}$ besteht aus einem nur mit dem Wert 1 besetzten Vektor. Wird der stationäre Endwert des Drehzahlsollwerts erreicht, $\mathbf{m}_v w_\infty = \mathbf{y}_{v\infty}$, so verschwindet der stationäre Ausgangsfehlervektor $\mathbf{e}_{v\infty} = \mathbf{0}$ und damit der stationäre Stellgrößenbeitrag der statischen Ausgangsrückführung, $\mathbf{u}_{R\infty} = \mathbf{0}$. Die stationäre Stellgröße \mathbf{u}_∞ wird nur aus der skalaren Stellgröße u_{Iw} mit der Verteilung \mathbf{t} gebildet.

Der Vorteil der Eingangsverkopplung im Bild 5.5 liegt in der vereinfachten Struktur mit nur einem integralen Anteil im Regler. Entfällt wie vorgeschlagen das Vorfilter $m_u = 0$, so wird das gesamte stationäre Antriebsmoment vom I-Anteil u_I aufgebracht. Der Stellbeitrag \mathbf{u}_R reagiert nur auf Abweichungen vom Sollwert bzw. auf Störungen. Als weiterer Vorteil kann auch die Vorgabe einer prozentualen Aufteilung anstatt einer Drehmomentdifferenz gesehen werden. Nachteilig erscheint zunächst, dass eine Änderung des Systemparameters \mathbf{t} formal einen neuen Reglerentwurf nötig macht, um für das geänderte System Stabilität und Regelgüte sicherzustellen. Jedoch ist zu erwarten, dass – aufgrund der geringen Anforderungen an die Regeldynamik der Produktionsdrehzahl und der daraus resultierenden langsam ausgelegten Drehzahlregelung – eine Änderung der prozentualen Aufteilung gegenüber der höherfrequenten Eigendynamik des unregelmäßig Systems auch ohne erneuten Reglerentwurf robust stabil ist, was sich experimentell am Versuchsaufbau aus Kapitel 7 bestätigt.

5.8 Strukturbeschränkte Ausgangsrückführungen

In diesem Abschnitt werden Strukturbeschränkungen der Rückführungsmatrix \mathbf{R} betrachtet und strukturelle Eigenschaften bezüglich der Stabilität des geschlossenen Regelkreises diskutiert. Untersucht wird zunächst eine ausschließlich lokal wirkende Rückführung. Mehrere solcher lokaler Rückführungen ergeben eine dezentrale Regelung. Aufbauend auf der mechanischen Interpretation von ausschließlich lokal wirkenden Rückführgrößen wird eine global wirkende, stabilitätssicherstellende, strukturbeschränkte Ausgangsrückführung angegeben, die sich an mechanisch passiven Systemen orientiert. Abschließend wird auf den systemtheoretischen Aspekt der Passivität von Systemen eingegangen.

Bei einer lokalen Rückführung (Regelung), ergibt sich die Stellgröße ausschließlich aus Rückführgrößen, die dem jeweiligen Stellort zugeordnet sind (kollokierte Rückführung). Werden nur Drehzahl- oder Winkelgrößen verwendet, so werden durch eine statische Rückführung nur die mechanisch absolut wirkenden Anteile der Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{D}_{\text{Ra}} = \mathbf{P}_u \mathbf{R}_{1a} \mathbf{P}_y = \sum_{r=1}^R \mathbf{e}_{mr} \mathbf{e}_{mr}^T b_{aRr} \quad \text{und} \quad \mathbf{K}_{\text{Ra}} = \mathbf{P}_u \mathbf{R}_{0a} \mathbf{P}_y = \sum_{r=1}^R \mathbf{e}_{mr} \mathbf{e}_{mr}^T k_{aRr}$$

beeinflusst (vgl. Abschnitt 5.2 und 5.3). Diese Einflussmatrizen sind diagonal und weisen nur an den zu den mechanischen Stell- beziehungsweise Messkoordinaten zugehörigen Elementen von Null verschiedene Werte auf. Werden nur positive Reglerparameter zugelassen, so entsprechen diese Werte damit direkt einer mechanisch absolut wirkenden Dämpfung b_{aRr} beziehungsweise Steifigkeit k_{aRr} . Damit bleibt die Stabilität des mechanisch passiven Systems unabhängig von den Reglerparameterwerten $b_{aRr} \geq 0$ und $k_{aRr} \geq 0$ erhalten. Werden nur Drehzahlen zurückgeführt, so stehen $R = p = q$ Freiheitsgrade (mechanische Reglerparameter) zum Entwurf der statischen diagonalen Reglermatrix $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{1a}$ zur Verfügung.

Analog zu den mechanisch absolut wirkenden Reglerparametern lassen sich auch Reglerparameter mit mechanisch relativ wirkender Entsprechung definieren. Mit dem Positionsvektor $\mathbf{p}_r = \mathbf{e}_{pr} - \mathbf{e}_{qr}$ und $q_r > p_r$ lassen sich die Reglerparameter, die einem relativ wirkenden Ersatzdämpfer b_{rRr} oder einer Ersatzfeder k_{rRr} entsprechen, als zusätzlich symmetrische Anteile in der mechanischen Dämpfungsmatrix \mathbf{D}_{Rr} oder Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{Rr}

$$\mathbf{D}_{\text{Rr}} = \mathbf{P}_u \mathbf{R}_{1r} \mathbf{P}_y = \sum_{r=1}^R \mathbf{p}_r \mathbf{p}_r^T b_{rRr} \quad \text{und} \quad \mathbf{K}_{\text{Rr}} = \mathbf{P}_u \mathbf{R}_{0r} \mathbf{P}_y = \sum_{r=1}^R \mathbf{p}_r \mathbf{p}_r^T k_{rRr}$$

angeben. Zusammen mit den absolut wirkenden Anteilen ergeben sich die Reglermatrizen

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_{1a} + \mathbf{R}_{1r} = \mathbf{R}_1^T \succeq 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_{0a} + \mathbf{R}_{0r} = \mathbf{R}_0^T \succeq 0 \quad (5.5)$$

für die Drehzahlen und Winkel, die bei gleichen Mess- und Stellorten und gleicher Zuordnung in den Stell- und Messvektoren symmetrisch und positiv semidefinit sind. Werden ausschließlich die Drehzahlen von den Stellorten zurückgeführt, so erhöht sich die Anzahl an Freiheitsgraden zum Entwurf der symmetrischen Reglermatrix $\mathbf{R} = \mathbf{R}_1$ auf $(p^2 + q)/2$ ohne die Stabilität im geschlossenen Regelkreis für positive, mechanische Reglerparameter zu verlieren.

Die bisherigen Überlegungen beruhen auf dem Nachbilden der strukturellen Eigenschaften von mechanisch passiven Elementen. Dadurch kann das Entstehen von inneren Energiequellen und die Gefahr eines instabilen Regelkreises vermieden werden. In der Literatur wird als passives System eine systemtheoretische Eigenschaft verstanden, die auf einer verallgemeinerten energetischen Betrachtung der Systemzustände beruht [1, S. 126 ff.][30, S. 436 ff.]. Sind zwei Systeme in diesem Sinn passiv, so sind diese selbst stabil und haben die interessante Eigenschaft, dass die Reihenschaltung im Regelkreis wieder ein passives und somit stabiles System ergibt. Für lineare Systeme sind die Systemeigenschaften der Passivität mit der positiven Reellheit der Übertragungsfunktionsmatrix

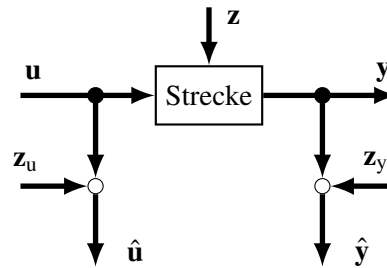
$$\operatorname{Re}\{\mathbf{v}^T \mathbf{H}(\omega) \mathbf{v}^*\} \geq 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{v} \in \mathbb{C}^R \quad (5.6)$$

verknüpft [1, S. 150]. Das heißt, mithilfe der positiven Reellheit kann ein System auf die Eigenschaft der Passivität untersucht werden. Die statische Drehzahlrückführung (5.5) beispielsweise ist positiv semidefinit und stellt mit (5.6) unabhängig von den positiven Reglerparameterwerten $b_{aRr}, b_{rRr}, k_{aRr}, k_{rRr} \in \mathbb{R}$ ein passives System dar. So allgemein lässt sich dies für das lineare Mehrkörpersystem als Strecke nicht sagen. Für eine lokale Drehzahlrückführung besitzt der entsprechende Frequenzgang einen Phasengang der sich zwischen 90° und -90° bewegt (vgl. Abschnitt 3.6). Diese Frequenzgänge besitzen immer einen positiven Realteil, womit die Strecke passiv ist und der geschlossene Regelkreis stabil wäre. Werden statt Drehzahlen die Winkelpositionen zurückgeführt, so sind die entsprechenden Frequenzgänge der Strecke nicht mehr positiv reell, da der Phasengang Werte zwischen 0° und -180° aufweist und die Stabilität des geregelten Systems aus systemtheoretischer Sicht der Passivität nicht mehr garantiert ist. Jedoch folgt aus den zuvor gemachten Überlegungen mechanisch passiver Systeme, dass das geregelte System stabil ist. Die Forderung nach der systemtheoretischen Eigenschaft der Passivität von Regler und Strecke stellt somit in diesem Fall eine stärkere Einschränkung gegenüber der Nachbildung mechanisch passiver Elemente dar und wird aus diesem Grund nicht weiter verfolgt.

Bisher wurde die direkte statische Rückführung betrachtet und der Einfluss des integrierten Regelfehlers e_R über den Reglerparameter $r_1 \geq 0$ aus Bild 5.5 vernachlässigt. Dies ist zulässig, da der Einfluss als niederfrequent angenommen wird und sich somit nur auf die Starrkörperdynamik auswirkt. Der Parameter r_1 stellt dann eine mechanisch nachgiebige Kopplung des hier als starr annehmbaren mechanischen Systems gegenüber dem Inertialsystem dar, welcher nicht die Stabilität des geregelten Systems gefährdet. Ähnliches gilt für den Mehrgrößenfall mit dem integrierten Regelfehlervektor \mathbf{e}_R aus Bild 5.2, wenn dieser sich ebenfalls nur niederfrequent auf die Strecke auswirkt.

5.9 Kompensation von deterministischen Störungen

Dieser Abschnitt behandelt die Kompensation von deterministische Störungen. Dabei wird zwischen Störeregungen und Messfehlern unterschieden. Unter Störeregungen werden prozessbedingte Drehmomente verstanden, die auf das System wirken und die Systemzustände unerwünscht beeinflussen. Messfehler dagegen sind Abweichungen des gemessenen Signals gegenüber dem

**Bild 5.6:** Einfluss verschiedener Störungen

wahren physikalischen Wert. Bild 5.6 zeigt den Einfluss der Stellgröße u und der Störeregung z auf die physikalische Ausgangsgröße y und die durch Messfehler z_u und z_y gestörten Messgrößen \hat{u} und \hat{y} .

Der Messfehler ist gegenüber dem wahren Wert in der Regel klein und lässt sich teilweise nachträglich korrigieren. Beispielsweise kann bei der Winkelmessung der wahre Wert durch einen umdrehungsharmonischen Fehler $z_y = f(y)$ überlagert sein [69, S. 334 ff.]. Der winkelabhängige Fehler kann einmalig festgestellt und das Messsignal anschließend immer von diesem Fehler befreit werden. Auswirkungen von Geberfehlern auf die Passgenauigkeit von Druckmaschinen und die Reduktion solcher Effekte finden sich beispielsweise in [61]. Neben der direkten Kompensation von deterministischen Messfehlern können Messfehler auch durch Filter oder Beobachter reduziert werden.

Der Einfluss der Störeregungen z auf das System (2.9) lässt sich durch eine Störgrößenaufschaltung reduzieren. Zum Beispiel kann über den Stelleingang u eine störgrößenabhängige Kompensationsgröße u_z auf das System gegeben werden, welche die Auswirkungen der Störungen auf die internen Systemzustände x der Strecke minimiert [16, S. 367 ff.]. Bild 5.7 zeigt die prinzipielle Struktur einer Störgrößenaufschaltung. Existiert zu jeder mechanischen Koordinate, auf die eine Störung einwirkt, auch ein Stelleingriff, so lassen sich die Auswirkungen von bekannten Störgrößen vollständig kompensieren, indem die jeweilige Kompensationsgröße aus der gegenphasigen Störgröße besteht [105][116]. Aus diesem Grund ist es vorteilhaft, an Orten mit wesentlichen Störeregungen nach Möglichkeit auch Stellmöglichkeiten (Motoren) vorzusehen. Generell wird zur Störgrößenaufschaltung die Störgröße als Signal benötigt. Teilweise ist der Signalverlauf, wie beispielsweise bei den Beschleunigungsvorgängen des Vorgreifers oder der Federkräfte durch das Öffnen und Schließen der Bogengreifer (vgl. Abschnitt 2.2), analytisch bekannt und kann direkt zur Störgrößenkompensation verwendet werden. Sind die Störgrößen nicht bekannt, so können diese mithilfe eines Störbeobachters geschätzt werden (vgl. Abschnitt 5.10).

Alternativ zur Reduzierung der Auswirkungen von Störeregungen auf Systemzustände lassen sich die Auswirkungen auf die Regelgrößen minimieren. Hierzu lässt sich der Regler in Abhängigkeit der Eigenwerte des Störmodells dynamisch erweitern [33, S. 72 ff.]. Dadurch kompensiert der Regler nach einem Einschwingvorgang die Auswirkungen der Störungen auf die Regelgrößen. Jedoch wird je nach Ordnung des Störmodells die Ordnung des Reglers groß, da alle Eigenwerte des Störmodells je Stelleingang einmal im Regler vorhanden sein müssen. Daneben sind insbesondere die Auswirkungen der Störeregungen auf viele mechanische Größen wie den Differenzwinkeln

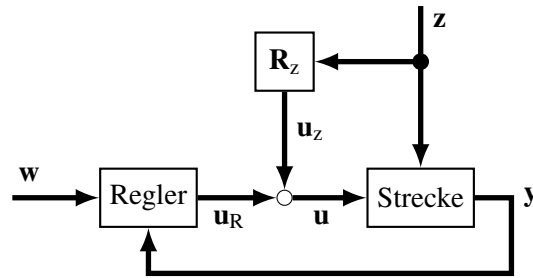


Bild 5.7: Störgrößenaufschaltung

hier wichtiger als die Auswirkungen auf wenige Regelgrößen wie beispielsweise der Maschinendrehzahl. In ungünstigen Fällen kann die Kompensation der Störerregung in den Regelgrößen zu größeren Schwankungen einiger Differenzwinkel führen, was die Passgenauigkeit der Druckmaschine sogar verschlechtern kann. Daher wird von der dynamischen Erweiterung des Reglers zur Kompensation von periodischen Störerregungen abgesehen. Eine Ausnahme stellen die Integratoren im PI-Mehrgrößenregler dar, mit dessen Hilfe statische Störungen kompensiert werden.

Ist der Verlauf der wesentlichen periodischen Störerregungen analytisch bekannt und existieren ausreichend Stellmöglichkeiten an den jeweiligen Störeingriffsorten, so können ohne Störbeobachter oder dynamisch erweitertem Regler die Störungen wie beschrieben direkt kompensiert werden. Dadurch können hohe Reglerordnungen oder zusätzliche Beobachterstrukturen entfallen, was die Auslegung der Parameter für den Regler oder einen möglichen Beobachter vereinfacht. Zusätzlich sinkt die Gefahr von Instabilitäten, da die Störgrößenaufschaltung dann einer Vorsteuerung entspricht, wenn die Zustandsabhängigkeit der berechneten Störgrößen, wie beispielsweise von Maschinenwinkel oder Maschinendrehzahl, aufgrund der vergleichsweise trägen Drehzahländerung vernachlässigt wird. Auch die Einschwingzeit, die der erweiterte Regler oder ein Störbeobachter bräuchte, entfällt. Ein Nachteil kann die fehlende Adaption auf nicht berücksichtigte Einflüsse darstellen. Ein erweiterter Regler oder ein Störbeobachter passt sich geänderten Phasen und Amplituden des Störsignals an, was eine winkelbasierte Vorsteuerung nicht adaptiv leistet.

5.10 Beobachterstruktur

Ein Zustandsbeobachter stellt ein modellbasiertes Filter dar, das mithilfe verschiedener Messgrößen innere Zustände eines dynamischen Systems schätzt. Für lineare Systeme wird häufig eine Beobachterstruktur nach Luenberger gewählt [48, S. 347 ff.][16, S. 353 ff.]. Hierfür werden bekannte Eingangsgrößen und gemessene Ausgangsgrößen verwendet und einem Beobachter mit einem internen Modell zugeführt. Die Abweichungen ϵ_y (Ausgangsfehler) zwischen den Ausgängen des Beobachtermodells y_o und den gemessenen Systemausgängen \hat{y}

$$\epsilon_y = \hat{y} - y_o \quad (5.7)$$

werden über die Rückführmatrix L (Beobachtermatrix) zum Modell zurückgeführt. Dies führt zum Einschwingen der Beobachterzustände auf die realen Systemzustände. Die Zustände des Modells

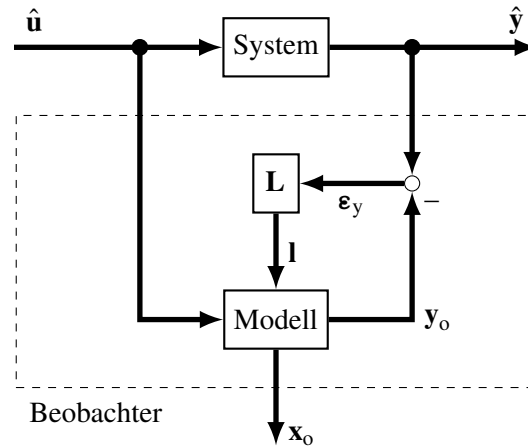


Bild 5.8: Beobachterstruktur nach Luenberger

stehen somit als Schätzung der Zustände des realen Systems zur Verfügung und erlauben auch nicht gemessene Systemgrößen zu rekonstruieren. Zur Beobachtung aller Systemzustände muss die vollständige Beobachtbarkeit des Systems gegeben sein (vgl. Abschnitt 3.8). Die prinzipielle Struktur des Beobachters zeigt Bild 5.8. Zu erkennen ist das zu beobachtende System und das im Beobachter enthaltene Modell mit der Rückführung der Ausgangsabweichung ϵ_y über die Beobachtermatrix \mathbf{L} . Die Zustandsgleichung des Modells (2.9) mit den zusätzlich Rückführgrößen $\mathbf{l} = \mathbf{L} \epsilon_y$ ergibt den Beobachter

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_o &= \mathbf{A}_o \mathbf{x}_o + \mathbf{B}_u \mathbf{u} + \mathbf{B}_z \mathbf{z} + \mathbf{L} \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{y}_o &= \mathbf{C} \mathbf{x}_o\end{aligned}\quad (5.8)$$

mit der Systemmatrix des Beobachters $\mathbf{A}_o = \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$, den beobachteten Zustandsgrößen \mathbf{x}_o und den Systemausgängen des Beobachters \mathbf{y}_o .

Wird zum Modell (2.9) ein Störmodell für mehrere Störgrößen \mathbf{z}

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_z &= \mathbf{A}_z \mathbf{x}_z \\ \mathbf{z} &= \mathbf{C}_z \mathbf{x}_z\end{aligned}$$

hinzugenommen (vgl. Abschnitt 2.2), so erweitert sich die Zustandsgleichung zu

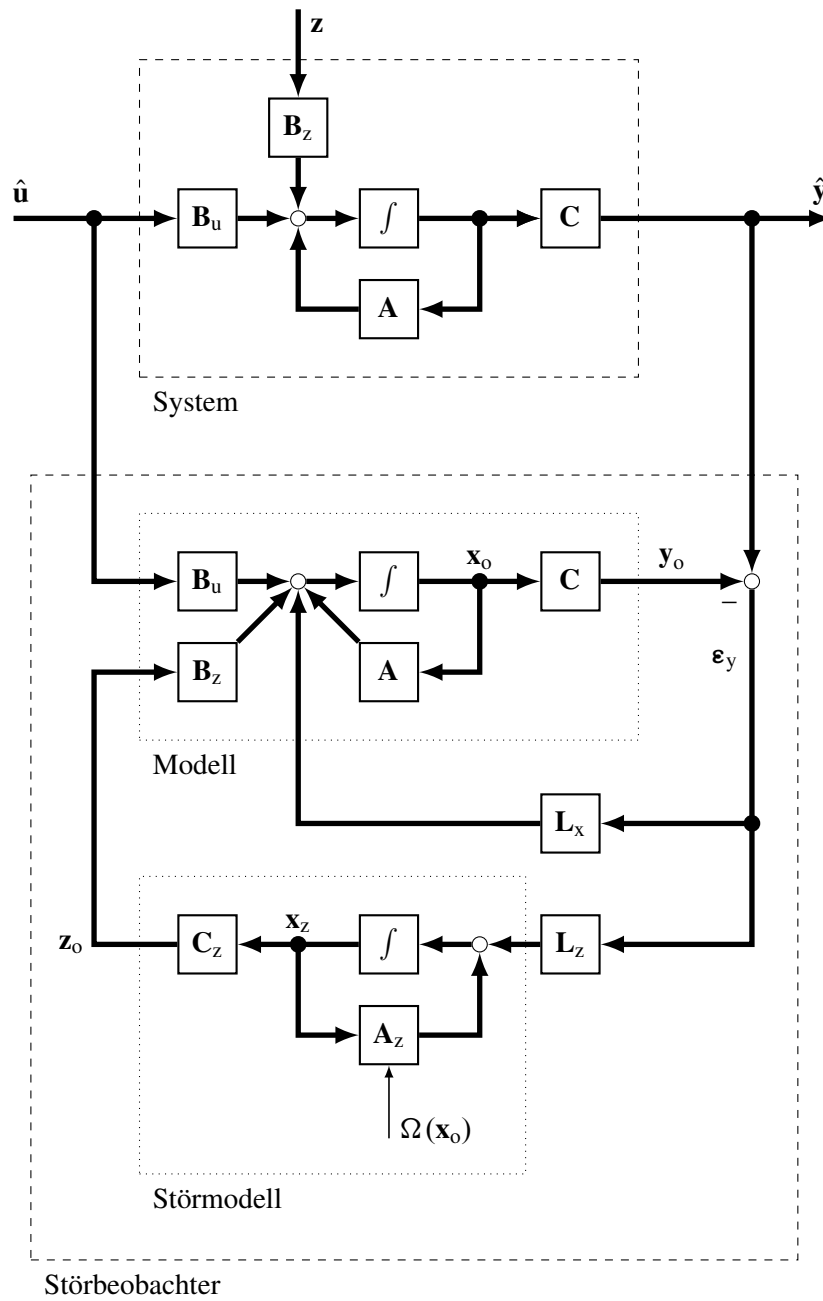
$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_z \end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_{xz}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_z \mathbf{C}_z \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_z \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{xz}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_{xz}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_u \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{uxz}} \mathbf{u} \quad (5.9)$$

mit der Annahme, dass alle Störungen \mathbf{z} im Störmodell enthalten sind. Die Systemmatrix des Störmodells $\mathbf{A}_z = \mathbf{A}_z(\Omega) = \mathbf{A}_{z0} \Omega$ ist dabei linear von der Maschinendrehzahl Ω abhängig (vgl. Abschnitt 2.2). Analog zu (5.8) lässt sich mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_{xz}^T \approx \mathbf{x}_{oz}^T = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{x}_z^T]$ die Zustandsgleichung des Störbeobachters

$$\dot{\mathbf{x}}_{oz} = \mathbf{A}_{oz} \mathbf{x}_{oz} + \mathbf{B}_{oz} \mathbf{u} + \mathbf{L}_{xz} \hat{\mathbf{y}} \quad (5.10)$$

mit der Systemmatrix $\mathbf{A}_{oz} = \mathbf{A}_{xz} - \mathbf{L}_{xz} \mathbf{C}_{xz}$, der Störbeobachterrückführmatrix \mathbf{L}_{xz} und der Eingangsmatrix $\mathbf{B}_{oz} = \mathbf{B}_{uxz}$ angeben.

Bild 5.9 zeigt die innere und äußere Struktur eines Störbeobachters mit dem zu beobachtenden System. Zu erkennen ist das im Störbeobachter enthaltene lineare Modell des Systems und das enthaltene nichtlineare Störmodell. Die Beobachtermatrix $\mathbf{L}_{xz} = [\mathbf{L}_x \ \mathbf{L}_z]$ ist in zwei Submatrizen aufgeteilt, die jeweils auf ein Modell im Störbeobachter wirken. Aufgrund der Abhängigkeit der Eigenwerte im Beobachter von der Maschinendrehzahl ist eine konstante Beobachtermatrix \mathbf{L}_{xz} formal nicht möglich. Jedoch ändert sich die Maschinendrehzahl im Vergleich zu den schwingungsfähigen Eigenwerten des Systems nur langsam und Drehzahlabweichungen einzelner mechanischer Freiheitsgrade weichen nur gering von der Maschinendrehzahl ab, sodass für einen Arbeitspunkt eine konstante Maschinendrehzahl $\Omega = \text{const.}$ angenommen werden kann. Die benötigte Beobachtermatrix \mathbf{L}_{xz} kann dann je nach Arbeitspunkt eingestellt werden. Die Auslegung der Beobachtermatrix wird im Abschnitt 6.5 behandelt.

**Bild 5.9:** Detaillierte Struktur des Störbeobachters

6 Reglerentwurf

In diesem Kapitel wird der Entwurf der Reglerparameter für die zuvor behandelten Reglerstrukturen behandelt. Hierzu werden zwei verschiedene moderne Entwurfsmethoden vorgestellt: die Optimierung einer systemnormbasierten Gütefunktion im Frequenzbereich und die Modale Synthese im Zeitbereich. Für die aktive Schwingungsdämpfung wird bei der ersten Methode die Regelung so entworfen, dass eine oder mehrere \mathcal{H}_2 -Systemnormen minimiert werden. Die Untersuchung der behandelten Fragestellungen in diesem Kapitel greift hierauf zurück. Die zweite Methode erlaubt die Vorgabe von Eigenwerten für das geregelte System mit der gezielten Wahl von bestimmten Eigenschaften der zugehörigen Eigenvektoren. Die Beschreibung der zweiten Methode ist kürzer gefasst und umfasst das prinzipielle Vorgehen und die daraus entstehenden Möglichkeiten für die Regelung des Druckmaschinenantriebsstrangs.

Im ersten Abschnitt wird auf die Drehmomentaufteilung, die Vermeidung von Zahnflankenabheben und die Reduzierung von Registerschwankungen eingegangen. Hierfür wird eine variable prozentuale Aufteilung des Antriebsdrehmoments vorgeschlagen, die selbst vom gesamten Antriebsdrehmoment abhängt. Es folgt die Optimierung von Systemnormen für verschiedene Reglerstrukturen. Anschließend wird der Einfluss von strukturellen Entscheidungen, wie der Wahl von Stell- und Messort, dem Einfluss von verschiedenen Rückführgrößen und praktischer Einschränkungen wie eine Begrenzung der Stellgrößen, auf Basis der ersten Entwurfsmethode exemplarisch untersucht. Der vorletzte Abschnitt führt die Modale Synthese als zweite Entwurfsmethode ein und zeigt als Beispiel eine aktive Dämpfung des Systems mit gleichzeitiger Beeinflussung der Linkseigenvektoren. Abgeschlossen wird das Kapitel mit dem Beobachterentwurf. Der Beobachterentwurf beruht hierbei auf der Minimierung von stochastischen Störungen, was zu einer geringen Anzahl an gut interpretierbaren Entwurfsparametern führt.

6.1 Drehmomentaufteilung

Der Drehmomentfluss innerhalb des Räderzugs ergibt sich zwangsläufig, sofern nur an einem Ort in den Räderzug eingespeist wird. Mithilfe einer mechanischen Längswelle könnte das gesamte Antriebsdrehmoment eines Hauptantriebsmotors an verschiedene Orte zur Einspeisung in den Räderzug verteilt werden. Die sich hierbei einstellende Drehmomentaufteilung lässt sich jedoch nicht während des Druckmaschinenbetriebs ändern. Das Aufbringen des benötigten Antriebsdrehmoments durch mehrere örtlich verteilte Motoren erlaubt dagegen auch die Änderung der Aufteilung des Antriebsdrehmoments während des Betriebs der Druckmaschine und damit einhergehend die Beeinflussung des Drehmomentflusses im Räderzug. Dies lässt sich zur Vermeidung von Zahnflankenabheben und zur Reduzierung von Registeränderungen und Passerschwankungen in Umfangsrichtung nutzen, worauf im Folgenden eingegangen wird.

6.1.1 Zahnflankenabheben

Ein wichtiger Aspekt bei der Regelung, insbesondere im Mehrgrößenfall, ist die Gefahr eines Zahnflankenabhebens im Räderzug des Antriebsstrangs. Dies muss vermieden werden, da hierdurch sich die Druckqualität massiv verschlechtert und das Druckergebnis praktisch unbrauchbar wird. Auch ein Abweichen, insbesondere ein Absinken, des übertragenden Drehmoments ist nur in gewissen Grenzen tolerierbar, da die Steifigkeit der Zahnradverbindungen vom übertragenden Drehmoment abhängt und die Annahme als lineare, mechanische Feder nur für einen Arbeitspunkt gilt. Bild 6.1 skizziert den Drehmomentfluss einer Druckmaschine mit 10 Druckmodulen anhand von drei Beispielen. Jedes Druckmodul verbraucht dabei eine gedachte Antriebsdrehmomenteinheit. Je nach Eintriebsort des Antriebsdrehmoments verändert sich der sich einstellende Drehmomentfluss innerhalb des Räderzugs. Aufgrund der angenommenen linearen, elastischen Kopplungen zwischen den Druckmodulen entsprechen die übertragenden Drehmomenteinheiten auch den mittleren Verschiebungen, die sich stationär zwischen den Modulen einstellen.

Zunächst wird eine typische Antriebstopologie mit Einspeisung des gesamten Drehmoments im mittigen Teil der Druckmaschine untersucht. Hierzu zeigt Bild 6.1a beispielhaft das Einspeisen des Antriebsdrehmoments im sechsten Modul mit dem zugehörigen Drehmomentfluss. Wird davon ausgegangen, dass die auftretenden Stördrehmomente wesentlich kleiner als das benötigte mittlere Antriebsdrehmoment am Störort ist, so kommt es aufgrund der kontinuierlichen Leistungsabnahme der einzelnen Druckmodulen zu keinem Richtungswechsel im Drehmomentfluss während des Druckbetriebs. Eine mittige Einspeisung des Drehmoments sorgt, im Vergleich zur Einspeisung am Rand, für eine günstige Aufteilung des gesamten Antriebsmoments am Eintriebsort. Das maximale von Zahnradverbindungen innerhalb des Räderzugs übertragene Drehmoment wird gegenüber einer Einspeisung am Rand, näherungsweise halbiert.

Werden zwei Hauptantriebsmotoren verwendet, so wären aus Sicht der Steuerbarkeit die beiden Randpositionen günstig (vgl. Abschnitt 3.8 und 6.3). Bild 6.1b zeigt die Antriebskonfiguration mit zwei Hauptmotoren an den Rändern, bei der das gesamte Antriebsdrehmoment positiv auf beide Motoren verteilt wird. Damit entsteht an einer Stelle im Räderzug zwischen den Hauptantriebsmotoren ein Schnittdrehmoment von Null, an der kein Drehmoment übertragen wird. Die Zahnradverbindungen in der Nähe dieser Position übertragen nur geringe Drehmomente. Störungen und Schwankungen des Drehmomentbedarfs einzelner Module können diese Position leicht über Zahnräder hinweg verschieben. Dies kann zum Abheben der Zahnflanken führen, womit diese Anordnung der Hauptantriebsmotoren unbrauchbar ist.

Ein Schnittmoment von Null kann durch die Konzentration der Eintriebsorte auf einen Maschinenbereich vermieden werden. Bild 6.1c zeigt beispielhaft den Drehmomentfluss für zwei Hauptantriebsmotoren, die örtlich im vorderen Bereich liegen. Die Einspeisung erfolgt im ersten und fünften Modul. Bei einer geeigneten Drehmomentaufteilung zeigt sich ein Drehmomentfluss, der relativ unabhängig von äußeren Störeinflüssen ist, da von jeder Zahnradverbindung ein Drehmoment von mindestens einer Drehmomenteinheit übertragen wird und kleine Schnittdrehmomente mit der Gefahr eines Zahnflankenabhebens vermieden werden.

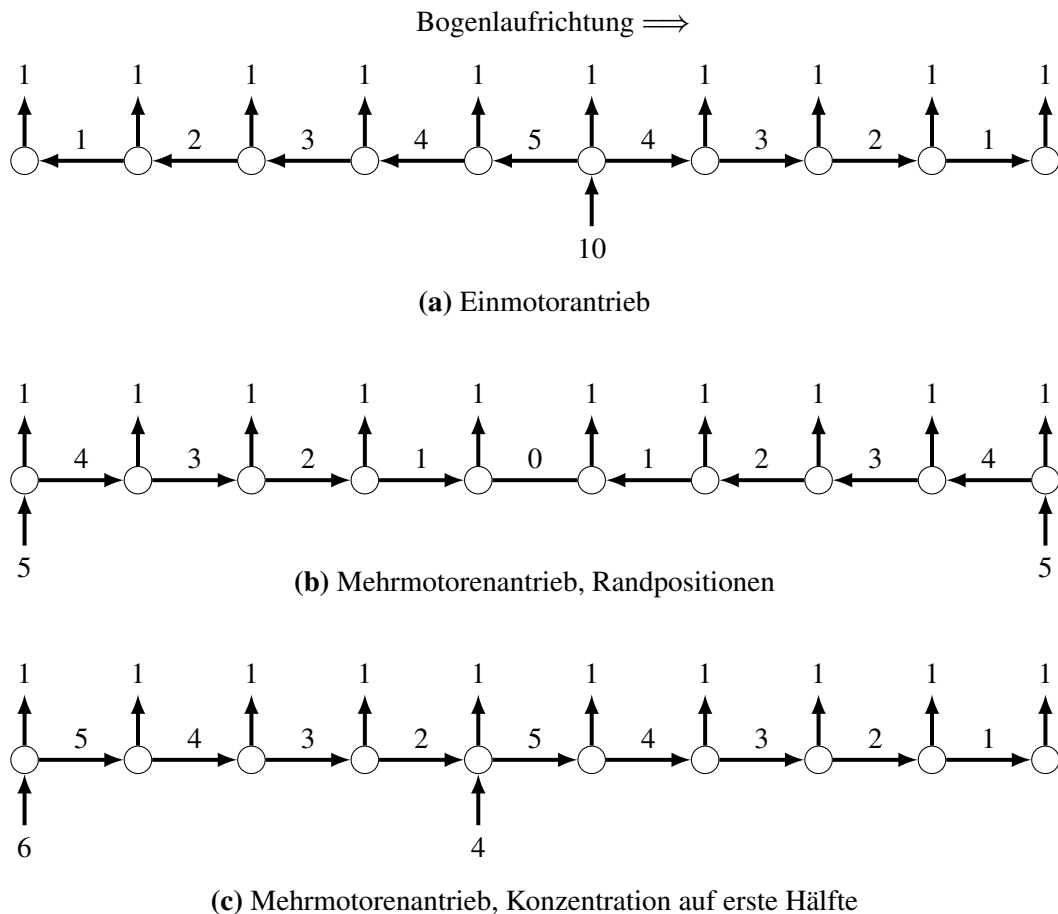


Bild 6.1: Drehmomentfluss im Räderzug, 10 Druckmodule

6.1.2 Reduktion von Umfangsregisterdrift und Passerschwankungen

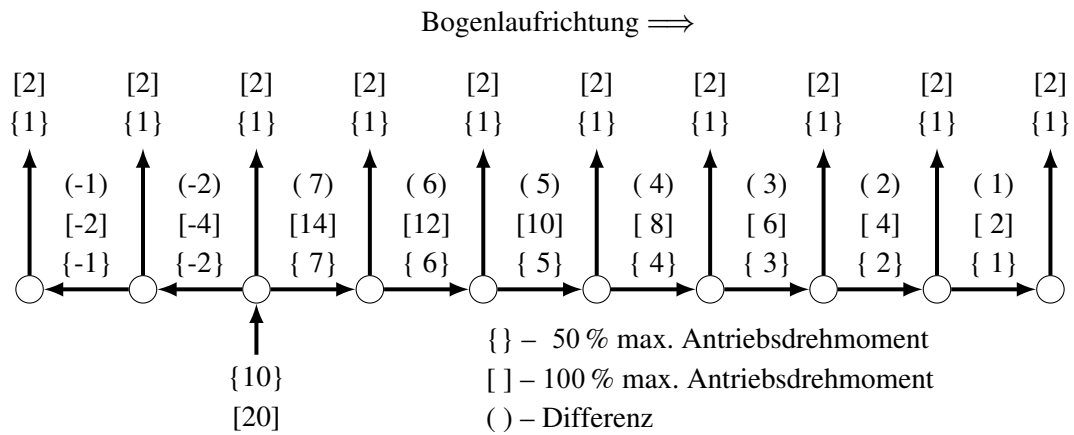
Eine Änderungen des benötigten Drehmomentbedarfs kann zu Änderungen der Winkeldifferenzen benachbarter Zahnräder innerhalb des Räderzugs führen. Solch eine Änderung des Gesamtdrehmomentbedarfs kann beispielsweise durch die Änderung der Produktionsdrehzahl oder einen geänderten Erwärmungszustand der Druckmaschine hervorgerufen werden. Während des Übergabeprozesses zwischen benachbarten bogenführenden Teilen folgt daraus, dass der Druckbogen mit einem Lagefehler übergeben wird (vgl. Abschnitt 1.1.2 und 1.1.3). Die einzelnen Lagefehler während der verschiedenen Übergabeprozesse kumulieren sich über den Weg des Druckbogens durch die Druckmaschine auf, was zu Passerschwankungen und geänderten Umfangsregistern führt. Diese können die Druckqualität, insbesondere während einer Änderung der Produktionsdrehzahl, verschlechtern. Die auftretenden Winkeldifferenzen lassen sich in einen temporären und einen stationären Teil unterteilen. Der stationäre Teil führt zu geänderten Umfangsregistern, welche vom Bediener nachträglich korrigiert werden können. Der temporäre Teil lässt sich weiter in einen quasi-statischen Teil, aufgrund eines gleichmäßigen Beschleunigungsvorgangs der Druckmaschine, und einen dynamischen Drehschwingungsteil unterteilen. Der dynamische Teil lässt sich durch die regelungstechnische Dämpfung des Systems reduzieren. Die quasi-statischen Winkeldifferenzen lassen sich durch eine Änderung der Aufteilung des Antriebsdrehmoments günstig beeinflussen, worauf im Folgenden eingegangen wird.

Bild 6.2 zeigt drei verschiedene Aufteilungen des Antriebsdrehmoments für eine Beispieldruckmaschine mit zehn Druckmodulen. Dargestellt ist der Drehmomentfluss für ein gesamtes Antriebsdrehmoment von 50 % (10 Einheiten, geschweifte Klammern) und 100 % (20 Einheiten, eckige Klammern). Weiterhin sind die Änderungen der übertragenden Drehmomente und damit die einhergehende Änderung der Winkeldifferenzen in runden Klammern angegeben. Diese Szenarien können beispielsweise dem Einrichten der Druckmaschine bei reduzierter Drehzahl mit dem zugehörigen Antriebsdrehmomentbedarf von 50 % mit anschließender Beschleunigung auf Produktionsdrehzahl und dem dadurch gesteigerten Antriebsdrehmomentbedarf von 100 % entsprechen. Die Umfangsregister werden im Einrichtbetrieb eingestellt, womit die mittleren Winkeldifferenzen kompensiert werden. Aufgrund der Beschleunigung auf Produktionsdrehzahl und dem einhergehenden zusätzlichen Drehmomentbedarf kommt es zu weiteren Winkeldifferenzen, die zu den eingangs erwähnten Problemen führen.

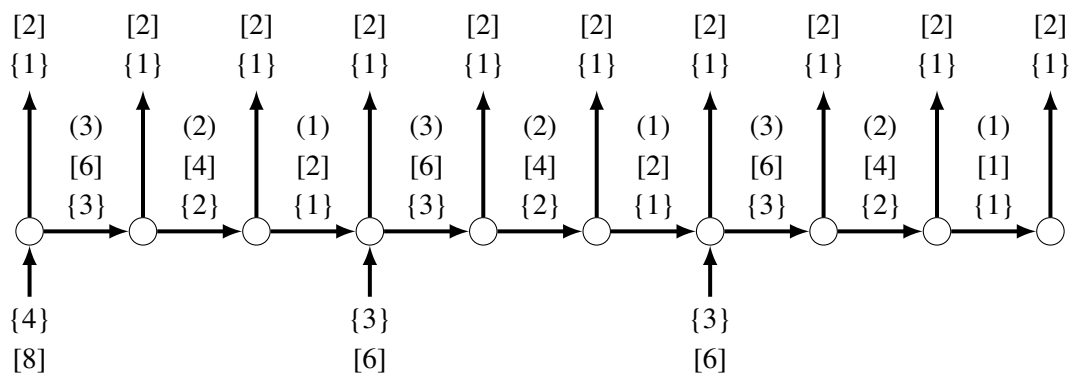
Bildteil 6.2a zeigt die Verschiebungen, die für den in modernen Druckmaschinen häufig vorkommenden Fall des Eintreibens im dritten Modul entstehen. Die größte Änderung der Winkeldifferenz liegt mit sieben Einheiten zwischen dem dritten und vierten Modul. Bild 6.3 auf Seite 109 zeigt die kumulierten Lagefehler (\rightarrow), die der Druckbogen auf dem Weg durch die Druckmaschine an den einzelnen Übergabestellen aufgrund der Differenzwinkel erfährt. Die größte Differenz des kumulierten Lageversatzes für den Eintrieb im dritten Modul entsteht zwischen dem 3. und 10. Modul mit 28 Einheiten. Würde der Eintriebsort des Antriebsdrehmoments näher zum Ende des Reihenschwingers wandern, wie beispielsweise in das erste Modul (\rightarrow), so würde dies zu noch höheren Winkeldifferenzänderungen und damit zu größeren kumulierten Winkeldifferenzen führen. Ein Verschieben des Einspeisepunkts zur Maschinenmitte führt entsprechend zur Reduzierung¹, wie das Beispiel mit der Einspeisung im sechsten Modul zeigt (\rightarrow).

Im Bildteil 6.2b wird das Antriebsdrehmoment mit der fixen Verteilung 40 % : 30 % : 30 % an die Eintriebsorte eins, vier und sieben eingebracht. Dabei wurde die Verteilung so gewählt, dass an keiner Stelle das übertragende Drehmoment unter den Wert eins fällt und dadurch einem möglichen Zahnflankenwechsel entgegengewirkt wird. Durch die Verteilung sind die maximal auftretenden Differenzwinkeländerungen im Bild 6.3 (\rightarrow) gegenüber der Variante im Bildteil 6.2a (\rightarrow) reduziert. Es treten allerdings nur noch positive Differenzwinkeländerungen auf. Dieses Fehlen von negativen Beiträgen führt insgesamt nur zu einer geringen Reduzierung. Der maximal auftretende Versatz zwischen Modul eins und zehn von 18 Einheiten ist wesentlich geringer im Vergleich zur Einspeisung im ersten (\rightarrow) oder dritten Modul (\rightarrow) jedoch gegenüber 15 Einheiten bei der alleinigen Einspeisung in der Druckmaschinenmitte im sechsten Modul (\rightarrow) leicht höher.

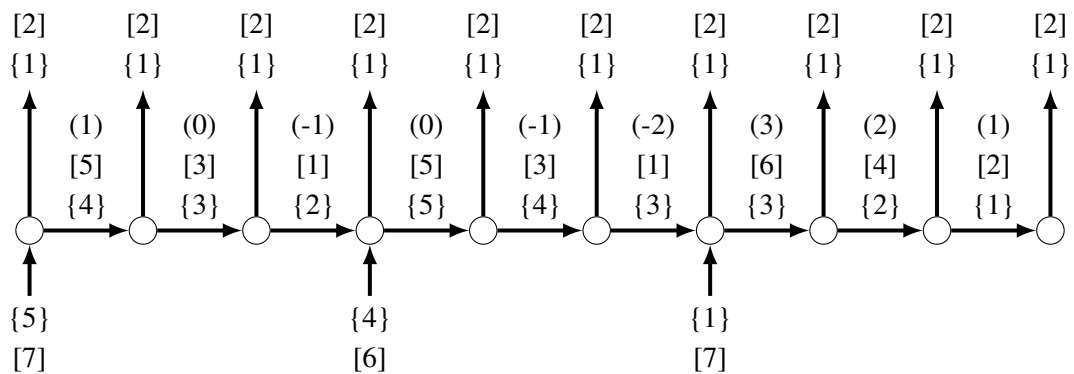
¹ An dieser Stelle sei nochmals erwähnt, dass sich aus der alleinigen Einspeisung in der Nähe der Maschinenmitte eine schlechte Steuer- und Beobachtbarkeit des ersten schwingungsfähigen Eigenwertpaars ergibt und damit die aktive Dämpfung der ersten elastischen Eigenform ungünstig ist (vgl. Kapitel 3).



(a) Beispiel: ein Antriebsmotor mit fester Drehmomentaufteilung



(b) Beispiel: drei Antriebsmotoren mit fester Drehmomentaufteilung



(c) Beispiel: drei Antriebsmotoren mit variable Drehmomentaufteilung

Bild 6.2: Drehmomentfluss im Räderzug für 50 % (geschweifte Klammer) und für 100 % (eckige Klammern) des zur Verfügung stehenden gesamten Antriebsdrehmoments (20 Drehmomenteinheiten) und die Drehmomentdifferenzänderungen zwischen den beiden Antriebszuständen (runde Klammern).

Eine deutliche Reduzierung der Differenzwinkeländerungen und des kumulierten Lageversatzes lässt sich durch eine variable Drehmomentaufteilung erreichen. Die Aufteilung \mathbf{t} kann abhängig vom gesamten Antriebsdrehmoment u_{Iw} gewählt werden und beispielsweise nach

$$\mathbf{t}(u_{Iw}) = \begin{cases} \mathbf{t}_0 & u_{Iw} < 50 \% \\ 2 (\mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_0) u_{Iw} + 2 \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_1 & u_{Iw} \geq 50 \% \\ \mathbf{t}_1 & u_{Iw} \geq 100 \% \end{cases} \quad (6.1)$$

berechnet werden. Für die vorherigen Eintriebsorte eins, vier und sieben werden hier eine Anfangsverteilung \mathbf{t}_0 von 50 % : 40 % : 10 % und eine Endverteilung \mathbf{t}_1 von 35 % : 30 % : 35 % gewählt. Bild 6.4 zeigt die Beispielaufteilung des gesamten Antriebsdrehmoments auf die drei einzelnen Motoren. Bis 50 % des maximalen Gesamtdrehmoments besteht ein linearer Zusammenhang mit der Aufteilung \mathbf{t}_0 . Darüber hinaus ist der Zusammenhang nur noch affin und die Aufteilung ändert sich in Abhängigkeit des gesamten Antriebsdrehmoments bis sich beim maximalen Antriebsdrehmoment von 100 % die Aufteilung \mathbf{t}_1 einstellt. Bildteil 6.2c zeigt die Winkeldifferenzen für diese variable Drehmomentaufteilung. Die Aufteilung erzeugt teilweise negative Winkeldifferenzen und sorgt gleichzeitig für einen stets positiven Drehmomentfluss. Die resultierenden Änderungen der Differenzwinkel sind gegenüber der vorherigen statischen Aufteilung überwiegend geringer und die abwechselnden Vorzeichen sorgen für einen wesentlich geringeren kumulativen Lageversatz wie Bild 6.3 (—■—) zeigt. Die Winkeldifferenzen zwischen den letzten drei Modulen sind für alle drei diskutierten Fälle gleich, da in keinem Fall nach dem siebten Modul ein Motor vorhanden ist, der den nötigen Drehmomentfluss zu den drei hinteren Modulen beeinflussen könnte. Durch das Eintreiben im ersten, vierten und siebten Modul und der variablen Drehmomentaufteilung lässt sich der maximale Lageversatz der verschiedenen Teilbilder auf dem Bogen von üblichen 28 Einheiten (Einzelantrieb im dritten Modul) auf 6 Einheiten zwischen dem siebten und zehnten Modul reduzieren. Durch andere Eintriebsorte, wie eins, fünf und acht, mit entsprechend geänderter variabler Drehmomentaufteilung lässt sich der Lageversatz weiter reduzieren, was jedoch zu Lasten der Sicherheit zur Vermeidung von Zahnflankenabheben (Vorzeichenwechsel im Drehmomentfluss) geht.

Neben dem Antreiben der Druckmaschine ist auch ein gezieltes Einbringen eines Bremsdrehmoments denkbar. Dieses zusätzliche Drehmoment kann zum Beispiel im letzten Modul die Sicherheit zum Vermeiden des Abhebens von Zahnflanken erhöhen oder zur Reduzierung von Differenzwinkeln genutzt werden (vgl. [112] und [101]). Die Antriebsmotoren zum Antreiben der Druckmaschine müssten zur Kompensation des zusätzlichen Bremsdrehmoments allerdings höhere Drehmomente aufbringen, was zu größeren Motoren führt und zusammen mit den zusätzlich bremsend wirkenden Teilen weitere Kosten hervorruft.

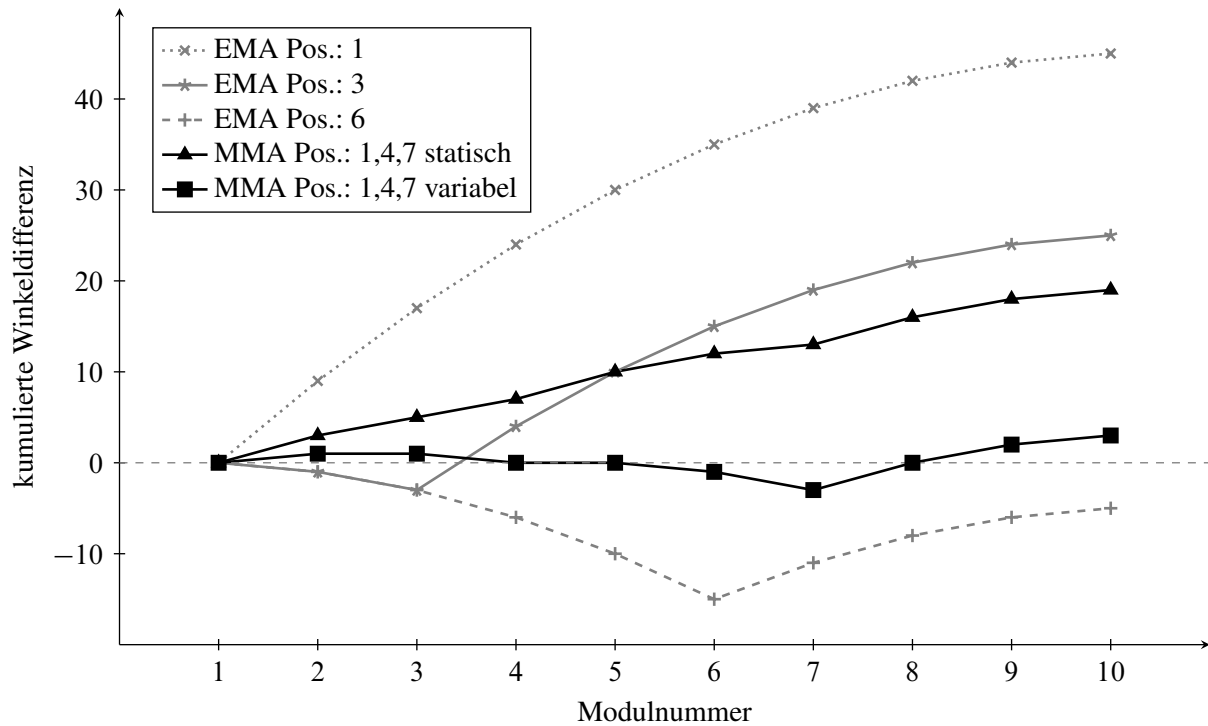


Bild 6.3: Kumulierte Winkeldifferenz über zehn Module

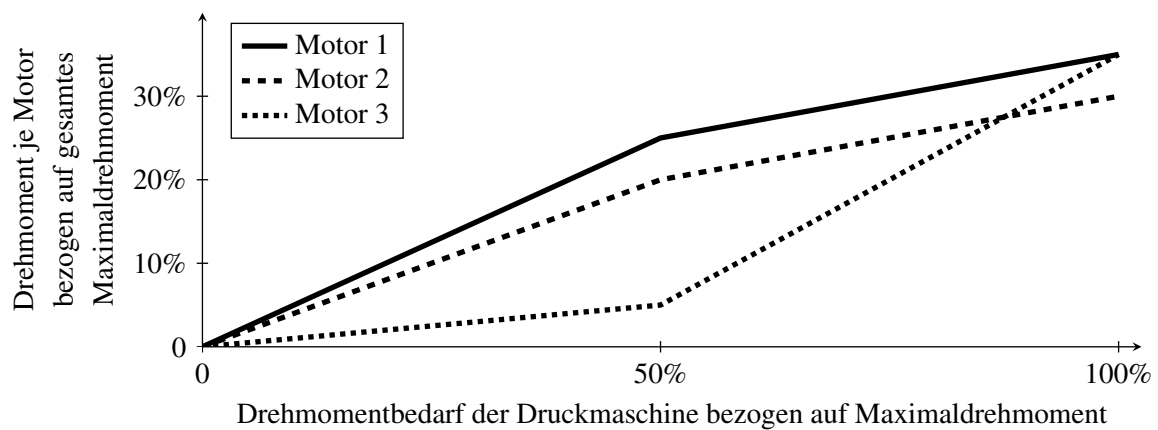


Bild 6.4: Beispiel für variable Aufteilung des Gesamtdrehmoments auf einzelne Motoren

6.2 Optimierung von Systemnormen

Eine häufig verwendete Methode zum Entwurf von Reglerparameter im Frequenzbereich ist die Optimierung einer \mathcal{H}_2 - oder einer \mathcal{H}_∞ -Systemnorm. Dabei wird versucht, den Amplitudenverlauf des Frequenzgangs insgesamt oder die maximale Verstärkung von ausgewählten Übertragungspfaden zu reduzieren.

In dieser Arbeit sollen die Auswirkungen von Störungen, die an bekannten Orten im Antriebsstrang angreifen, auf die Differenzwinkel benachbarter bogenführender Teile betrachtet werden. Diese Winkelabweichungen werden im Wesentlichen von periodischen Störungen verursacht. Hier liegt der Fokus insbesondere auf der Reduzierung von Resonanzüberhöhungen in den Übertragungspfaden von relevanten Störeingängen \mathbf{z}_w auf die Differenzwinkeln $\Delta \mathbf{q}_w$, die für die Druckqualität entscheidend sind. Im Allgemeinen ist es nötig, auch die Stellgrößen des Reglers \mathbf{u} , die durch die Störeingänge \mathbf{z} hervorgerufen werden, zu berücksichtigen. Einen Überblick der hier vorgestellten Ansätze gibt der Autor in [35] und [98].

6.2.1 Statische Ausgangsrückführung

Zunächst soll die statische Ausgangsrückführung nach Bild 5.1 untersucht werden. Hierzu wird das Optimierungsproblem

$$\mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{R}} \left(\left\| \Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z} \right\|_2^2 + \gamma^2 \left\| \mathbf{u}_{\mathbf{R}} \leftarrow \mathbf{z} \right\|_2^2 \right) \quad (6.2)$$

mit zwei \mathcal{H}_2 -Systemnorm-Termen zur Bewertung der Dämpfung $\left\| \Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z} \right\|_2^2$ und zur Bewertung der Stellgröße $\left\| \mathbf{u}_{\mathbf{R}} \leftarrow \mathbf{z} \right\|_2^2$ formuliert. Mithilfe des Gewichts γ^2 kann die Bewertung der Stellgröße gegenüber der Dämpfung eingestellt werden. Zeigt der entworfene Regler in der Simulation eine zu hohe Stellgröße, so kann in einem nächsten Entwurf durch die Erhöhung des Gewichts γ^2 der Stellaufwand stärker bestraft werden, was in der Regel zu wertmäßig kleineren Reglerparametern führt. Als Systemnorm wurde die \mathcal{H}_2 -Systemnorm gewählt, deren globale optimale Lösung im Fall einer Zustandsrückführung eindeutig berechnet werden kann (Riccati-Reglerentwurf). Diese optimale Lösung erlaubt den Vergleich mit den numerisch optimierten Reglern in diesem Kapitel.

Neben einer gemeinsamen statischen Gewichtung der Stellgröße mit γ^2 sind in der Literatur auch häufig dynamische Filter wie $\mathbf{W}_z = \mathbf{W}_z(\omega)$, $\mathbf{W}_d = \mathbf{W}_d(\omega)$ und $\mathbf{W}_R = \mathbf{W}_R(\omega)$ zu finden, die die einzelnen Ein- und Ausgänge unterschiedlich frequenzabhängig gewichten. Das Optimierungsproblem (6.2) lautet damit

$$\mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{R}} \left(\left\| \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}) \mathbf{W}_z \right\|_2^2 + \left\| \mathbf{W}_R (\mathbf{u}_{\mathbf{R}} \leftarrow \mathbf{z}) \mathbf{W}_z \right\|_2^2 \right). \quad (6.3)$$

Bild 6.5 zeigt die Struktur der Gewichtung des Bewertungseingangs \mathbf{z}_w und der Bewertungsausgänge $\Delta \mathbf{q}_w$ und $\mathbf{u}_{\mathbf{R}w}$. Eine einzelne Gewichtung entfällt im Weiteren, da die verwendeten Bewertungseingänge und Bewertungsausgänge jeweils die gleichen physikalischen Einheiten und Größenordnungen besitzen. Ebenfalls wird auf eine dynamische Gewichtung verzichtet.

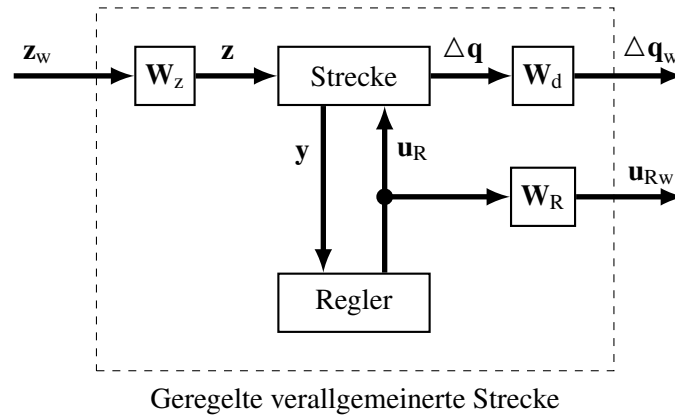


Bild 6.5: Geschlossener Regelkreis mit gewichteten Bewertungsein- und Bewertungsausgängen

Stehen zur Regelung alle Systemzustände ($y = x$) zur Verfügung (Zustandsregler), so kann das Optimierungsproblem (6.3) auf einen Riccati-Reglerentwurf mit dem quadratischen Gütemaß

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{S} \mathbf{u}) dt = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} dt + \int_0^\infty \mathbf{u}^T \mathbf{S} \mathbf{u} dt \quad (6.4)$$

zurückgeführt werden (LQC-Entwurf, LQC engl. für linear quadratic control) [83, S. 253 ff.]. Die Gewichtsmatrizen $\mathbf{W}_d \succ 0$ und $\mathbf{W}_R \succ 0$ werden hier positiv definit gewählt und ergeben die Gewichtsmatrizen $\mathbf{Q} = \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \succ 0$ und $\mathbf{S} = \mathbf{W}_R^T \mathbf{W}_R \succ 0$. Die Eingänge werden einheitlich bewertet $\mathbf{W}_z = \mathbf{I}$. Für diesen Fall ist bekannt, dass die optimale Lösung ein statischer Regler ist [82, S. 391] und die Reglerparameter eindeutig ohne numerische iterative Optimierung berechnet werden können [83, S. 253 ff.]. Darüber hinaus können beim Entwurf eines Zustandsreglers auch Prozess- und Messrauschen mit entsprechenden Beobachterstrukturen Berücksichtigung finden (LQG-Entwurf, engl. linear quadratic gaussian design), worauf hier nicht weiter eingegangen wird [72, S. 355 ff.].

Werden nicht alle Zustandsgrößen zurückgeführt, sondern beispielsweise nur die Drehzahlen, so muss die Lösung durch numerische Optimierung gefunden werden. Dies wird im Weiteren mit der Softwarefunktion Systune aus dem Programmpaket Matlab durchgeführt. Dabei können auch Ungleichungsnebenbedingungen berücksichtigt werden, wie zum Beispiel das Optimierungsproblem

$$\mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{R}} \|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \quad \text{u. d. B.} \quad \|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_R \quad (6.5)$$

mit Begrenzung der Stellgröße auf eine maximal zulässige Stellnorm α_R . Auch hier können bei Bedarf frequenzabhängige Gewichtsmatrizen vorgesehen werden. Darüber hinaus ist auch eine einzelne Begrenzung einzelner Stellgrößen

$$\mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{R}} \|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \quad \text{u. d. B.} \quad \|u_m \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_m \quad m = 1 \dots P \quad (6.6)$$

für eine Anpassung des Stellaufwands je Stellglied möglich, was ebenfalls sinnvoll sein kann.

6.2.2 PI-Ausgangsrückführung mit Eingangsverkopplung

Wird die im Bild 5.5 auf Seite 94 gezeigte PI-Ausgangsrückführung mit einer Eingangsverkopplung verwendet, so kann das Optimierungsproblem (6.5) für die Reglerparameter \mathbf{R} und r_1 entsprechend zu

$$\{\mathbf{R}, r_1\} = \arg \min_{\mathbf{R}, r_1} \left(\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 + \gamma_v \|x_{Iv} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \right) \quad (6.7)$$

$$\text{u. d. B.} \quad \|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_R \quad \text{und} \quad \|u_I \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_I$$

erweitert werden. Hinzugekommen ist die mit γ_v gewichtete, integrierte Regelabweichung (Drehzahlabweichung) $x_I = x_{Iv} = \int e_R dt$ und die Begrenzung der Stellnorm des integrierenden Reglerteils u_I auf α_I . Mit dem Gewicht γ_v kann der Drehzahlregelfehler gegenüber dem Ziel der Dämpfung der Störübertragungspfade ($\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}$) fokussiert werden. Hierbei wurde der integrierte Drehzahlfehler x_{Iv} zur Bewertung gewählt, um die Tiefpasswirkung der Integration für eine stärkere Gewichtung der niederfrequenten Drehzahlabweichung zu nutzen. Aufgrund der geringen dynamischen Anforderungen an das Führungsverhalten des Drehzahlregelkreises ist dies von Vorteil, um den I-Anteil auf die Regelung der Starrkörperdrehzahl zu konzentrieren. Dynamische Drehzahlabweichungen aufgrund von Störungen werden weiterhin über die statische Reglermatrix \mathbf{R} gedämpft. Aus der physikalischen Anschauung folgt, dass sich die stationäre Stellgröße zur Festsollwertregelung der Starrkörperdrehzahl des linearen Mehrkörpersystems allein aus der vorhandenen absoluten Reibung der mechanischen Freiheitsgrade, also aufgrund der Reibung die durch die Bewegung zum Inertialsystem entsteht, ergibt. Werden nur Drehzahlgrößen zurückgeführt, so stellt die Begrenzung α_I keinen echten Freiheitsgrad dar und kann lediglich in der Beschleunigungsphase die Aufteilung zwischen u_I und \mathbf{u}_R beeinflussen. Anschaulich kann die Stellgröße \mathbf{u} in den schwingungsdämpfenden Teil \mathbf{u}_R und in den Teil zur Starrkörperdrehzahlregelung u_I beziehungsweise u_{Iw} unterteilt werden. Dabei sollten die Beträge der einzelnen Elemente der dämpfenden Stellgröße \mathbf{u}_R wesentlich kleiner gegenüber denen des Starrkörperdrehzahlteils \mathbf{u}_{Iw} sein, um eine gleichbleibende Drehmomentflussrichtung innerhalb des Räderzugs sicherzustellen und dadurch ein mögliches Abheben von Zahnflanken zu verhindern.

Die anschauliche Aufteilung in einen auf die höherfrequente Dynamik der Strecke wirkenden Reglerteil mit der Reglermatrix \mathbf{R} und einen wesentlich langsameren, auf die Starrkörperdrehzahl wirkenden Reglerteil mit dem Reglerparameter r_1 , erlaubt auch einen zweischrittigen Reglerentwurf. Zunächst kann die proportional wirkende Reglermatrix \mathbf{R} mit (6.5) für die Schwingungsdämpfung entworfen werden. Anschließend wird der integrierende Regelkreis hinzugenommen und der Reglerparameter r_1 zur Regelung der Starrkörperdrehzahl optimiert. Hierzu kann zum Beispiel das Wurzelortskurvenverfahren angewendet werden [2]. Voraussetzung für ein zweischrittiges Vorgehen ist der geringe Einfluss des Reglerparameters r_1 auf die höherfrequente Dynamik der Strecke, der hier aufgrund der geringen Anforderungen an die Dynamik des Führungsverhaltens der Regelung der Produktionsdrehzahl (Starrkörperdrehzahl) vorliegt. Soll das Führungsverhalten auch höheren dynamischen Anforderungen genügen, so sollte der Reglerentwurf in einem Schritt nach (6.7) erfolgen.

Bei der Regelungsstruktur mit einer Eingangsverkopplung wird die Stellgrößenaufteilung theoretisch fest mit dem Vektor \mathbf{t} vorgegeben. Eine Änderung des Systemparameters \mathbf{t} macht formal einen neuen Reglerentwurf nötig. Eine Möglichkeit hiermit umzugehen, bestünde darin, verschiedene Regler für sinnvolle Stellgrößenaufteilungen auszulegen und die Reglerparameter in Abhängigkeit der gewünschten Stellgrößenaufteilung entsprechend anzupassen (engl. gain scheduling). Es zeigt sich jedoch ein relativ gutmütiges Verhalten bei gleichbleibenden Reglerparametern gegenüber einer Änderung der Stellgrößenaufteilung, so dass ein einzelner Reglerentwurf ausreichend ist. Die robuste Stabilität lässt sich auch theoretisch für einen bereits entworfenen Regler überprüfen (μ -Analyse) [83][72][43]. Hierzu werden die Stellgrößenaufteilungen $\mathbf{t}^T = [t_1 \cdots t_P]$ auf sinnvolle Werte, wie

$$\sum_{m=1}^P t_m = 1 \quad \text{mit} \quad t_m \geq 0,$$

begrenzt und als strukturierte Unsicherheit des geregelten Systems formuliert. Anschließend kann das System auf robuste Stabilität überprüft werden.

Wirken die ausgelegten Rückführungen \mathbf{R} und r_1 ausreichend dynamisch separiert auf die Systemdämpfung beziehungsweise auf die Starrkörperdrehzahl, so ist zu erwarten, dass sich die robuste Stabilität immer nachweisen lässt und eine Änderung der Stellgrößenaufteilung \mathbf{t} nur einen geringen Einfluss auf die Schwingungsdämpfung hat. Bei Änderung der Stellgrößenaufteilung bleibt weiterhin zu berücksichtigen, dass die dämpfenden Stellgrößenbeträge \mathbf{u}_R betragsmäßig nicht größer als die einzelnen Stellgrößen zur Regelung der Starrkörperdrehzahl \mathbf{u}_{Iw} werden, um ein Zahnflankenabheben durch ein bremsend wirkendes Antriebsdrehmoment zu vermeiden.

6.2.3 PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung

Wird als Regelungsstruktur eine PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung nach Bild 5.2 auf Seite 91 mit der Maschinendrehzahl $\dot{\phi}$ und den Stelldifferenzen

$$\Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_2 - u_1 \\ \vdots \\ u_{P-1} - u_1 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

als Regelungsparameter $\mathbf{y}_R^T = [\dot{\phi} \ \Delta \mathbf{u}^T]$ verwendet, so lässt sich das Optimierungsproblem (6.7) auf

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{R}, \mathbf{R}_I} & \left\| \Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z} \right\|_2 + \gamma_v \|x_{Iv} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 + \gamma_{\Delta u} \|\mathbf{x}_{I\Delta u} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \\ \text{u. d. B.} & \quad \|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_R \quad \text{und} \quad \|\mathbf{u}_I \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_I \end{aligned} \quad (6.9)$$

erweitern. Hinzugekommen ist ein Term zur Bewertung des integrierten Regelfehlers der Stelldifferenz $\mathbf{x}_{I\Delta u} = \int \mathbf{e}_{R\Delta u} dt$ mit dem Gewichtsparameter $\gamma_{\Delta u}$ und eine gemeinsame Begrenzung der Stellgrößen des integrierenden Reglerteils \mathbf{u}_I auf den Parameter α_I . Die getrennte Gewichtung zwischen dem integrierten Drehzahlregelfehler x_{Iv} mit γ_v und den integrierten Stelldifferenzregelfehlern $\mathbf{x}_{I\Delta u}$ mit $\gamma_{\Delta u}$ erlaubt eine separate Einflussnahme auf die Dynamik der Regelung der Drehzahl und der Stelldifferenz beim Reglerentwurf.

6.3 Diskussion von Entwurfsergebnissen

Die Diskussion und Interpretation von Entwurfsergebnissen erfolgt anhand eines homogenen Reihenschwingermodells mit zehn mechanischen Freiheitsgraden. Die Modellstruktur ist im Bild 7.2 auf Seite 136 gezeigt. Die verwendeten Modellparameterwerte entsprechen den Startwerten aus der Tabelle 7.1 auf Seite 142. Für die Untersuchung der Dämpfungseigenschaften der Regelung wird zunächst die proportionale Ausgangsrückführung aus Bild 5.1 auf Seite 90 betrachtet. Anschließend werden die Auswirkungen durch Erweiterung der Regelung zu einer PI-Regelung diskutiert. Zur besseren Lesbarkeit wird im Weiteren auf die Angabe der Einheiten von Systemnormen wie

$$\left[\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2^2 \right] = (\text{rad/Nm})^2 \text{ rad/s} \quad \text{oder} \\ \left[\|\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{z}\|_2^2 \right] = (\text{Nm/Nm})^2 \text{ rad/s}$$

verzichtet. In einigen Diagrammen wird in der Legende die verkürzte Schreibweise $\|\mathbf{H}\|_2$ zur Angabe des \mathcal{H}_2 -Systemnormwerts verwendet. Der jeweils zugrunde gelegte Übertragungspfad ergibt sich aus dem Diagrammkontext.

6.3.1 Einfluss des Stellorts bei einem Stelleingang

Zur Regelung des Antriebsstrangs der Druckmaschine stellt sich die Frage nach einem günstigen Stellort. Im Folgenden wird hierzu der Einfluss des Stellorts auf die Dämpfung des Systems untersucht. Dazu wird für das Optimierungsproblem (6.2) der optimale Zustandsregler für verschiedene Stellorte berechnet. Zur Vergleichbarkeit der entworfenen Regler untereinander wird die Gewichtung der Stellgröße für den Entwurf des optimalen Zustandsregler iterativ optimiert

$$\arg \min_{\gamma} \left(\left| \|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 - \alpha_R \right| \right),$$

bis sich der gewählte maximale Normwert α_R zur Bewertung der Stellgröße praktisch ergibt. Bei dieser Vorgehensweise ist der entworfene Regler immer optimal im Sinne des Gütemaßes (6.2) zum gewählten Stellgrößengewicht γ , da mit der Verbindung zum Riccati-Regler (6.4) der global optimale Zustandsregler gefunden wird. Bei der übergeordneten Optimierung des Stellgrößengewichts γ zum Erreichen der vorgegebenen Stellnorm α_R sind suboptimale Lösungen aufgrund lokaler Minima nicht zu erwarten, da die Gütefunktion in Abhängigkeit des Stellgrößengewichts als monoton angenommen werden kann und dadurch die übergeordnete Optimierung zum Erreichen der Stellgrößenbeschränkung α_R immer in das globale Optimum läuft.

Alternativ kann das Optimierungsproblem (6.5) mit gleichzeitiger Vorgabe der maximalen Stellgrößennorm α_R verwendet werden. Es zeigt sich, dass die mit der Softwarefunktion Systune gefundenen Lösungen mit denen der LQR-Methode übereinstimmen. Dies ist theoretisch nicht garantiert, da das Finden des globalen Optimums mit Systune nicht sichergestellt ist. Das Übereinstimmen bestätigt die zweite Methode, auf die im weiteren Verlauf zurückgegriffen wird.

Bild 6.6 zeigt für den Stellort eins bis fünf jeweils den optimalen Zustandsregler mit der Stellgrößenbeschränkung von $\alpha_R = 12$ und das unregelte Beispielsystem. In den oberen fünf Diagrammen ist der Verlauf der Frobenius-Norm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_F$ zur Beurteilung der erreichten Systemdämpfung gezeigt. Aufgrund der mechanischen Symmetrie der Strecke kann auf die Stellorte $m = 6$ bis $m = 10$ verzichtet werden, da diese die gleichen Ergebnisse zu den gespiegelten Stellorten $m = 4$ bis $m = 1$ liefern. Das unterste Diagramm zeigt den Verlauf der Frobenius-Norm $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_F$ für alle fünf entworfenen Regler und gibt damit die Verteilung der Stellenergie im Frequenzspektrum wieder. Die erreichte \mathcal{H}_2 -Norm kann der jeweiligen Legende entnommen werden.

Im obersten Diagramm ist als Stellort $m = 1$ gewählt. Erwartungsgemäß zeigt sich hier mit dem Normwert von $\mathcal{H}_2 = 118$ das beste Ergebnis, da – wie bereits diskutiert – an einer Randposition die einzelnen Eigenformen deutliche Schwingungsbäuche zeigen und somit die zugehörigen Eigenwerte gut beeinflussbar sind (siehe Bild 3.2 auf Seite 43). Nahezu alle Resonanzüberhöhungen sind deutlich reduziert. Insbesondere die störenden Resonanzüberhöhungen der ersten und zweiten elastischen Eigenformen bei ca. 1 Hz und 2 Hz konnten wesentlich reduziert werden.

Im zweiten Diagramm ist der Stellort $m = 2$ um eine Position zur Mitte verrückt. Das erreichte Ergebnis ist mit der Systemnorm $\mathcal{H}_2 = 125$ etwas schlechter, was sich deutlich bei den Resonanzüberhöhungen bei ca. $f_3 = 2,9$ Hz und ca. $f_4 = 3,7$ Hz zeigt, welche nur schwach reduziert wurden. Dies lässt sich mit der Nähe des Stellorts zu einem Schwingungsknoten der dritten und der vierten elastischen Schwingungsform aus Bild 3.2 auf Seite 43 erklären. Die entsprechenden Eigenwerte sind somit gegenüber anderen Positionen relativ schlecht steuerbar.

Wird der Stellort weiter zur Mitte verschoben, so zeigt das dritte Diagramm mit dem Stellort $m = 3$, dass die zweite elastische Eigenform mit ca. 2 Hz quasi unbeeinflusst bleibt. Auch hier zeigt ein Blick auf die zweite Eigenform des ortsdiskreten Modells im Bild 3.2 einen Schwingungsknoten an dem dritten mechanischen Freiheitsgrad, wodurch die schlechte Dämpfung der zweiten elastischen Eigenform entsteht. Der Stellort $m = 4$ zeigt aufgrund der Nähe zu Schwingungsknoten von der vierten und siebten elastischen Eigenform entsprechend bei den zugehörigen Resonanzfrequenzen von ca. $f_4 = 3,7$ Hz und $f_7 = 5,6$ Hz eine geringe Dämpfung.

Das Annähern des Stellorts an den Schwingungsknoten der ersten elastischen Eigenform führt zu einer immer schlechter werdenden Steuerbarkeit des zugehörigen Eigenwertpaares, was sich in einer immer schwächer werdenden Dämpfung der ersten Resonanz äußert. Letztendlich zeigt das fünfte Diagramm mit einem mittigen Stellort $m = 5$ die geringste Dämpfung der ersten Resonanzüberhöhung. Folglich ist ein Stellort am Ende gegenüber einem mittigen Stellort vorzuziehen, um eine hohe Dämpfung, insbesondere der im Druckmaschinenbau kritischen ersten Resonanzüberhöhung, zu erreichen. Dies bestätigt die allgemeinen, strukturellen Aussagen aus Abschnitt 3.8. Alle Regler zeigen im untersten Diagramm einen ähnlichen Stellaufwand im Frequenzband zwischen ca. 0,5 Hz bis ca. 10 Hz mit vergleichbarem Niveau.

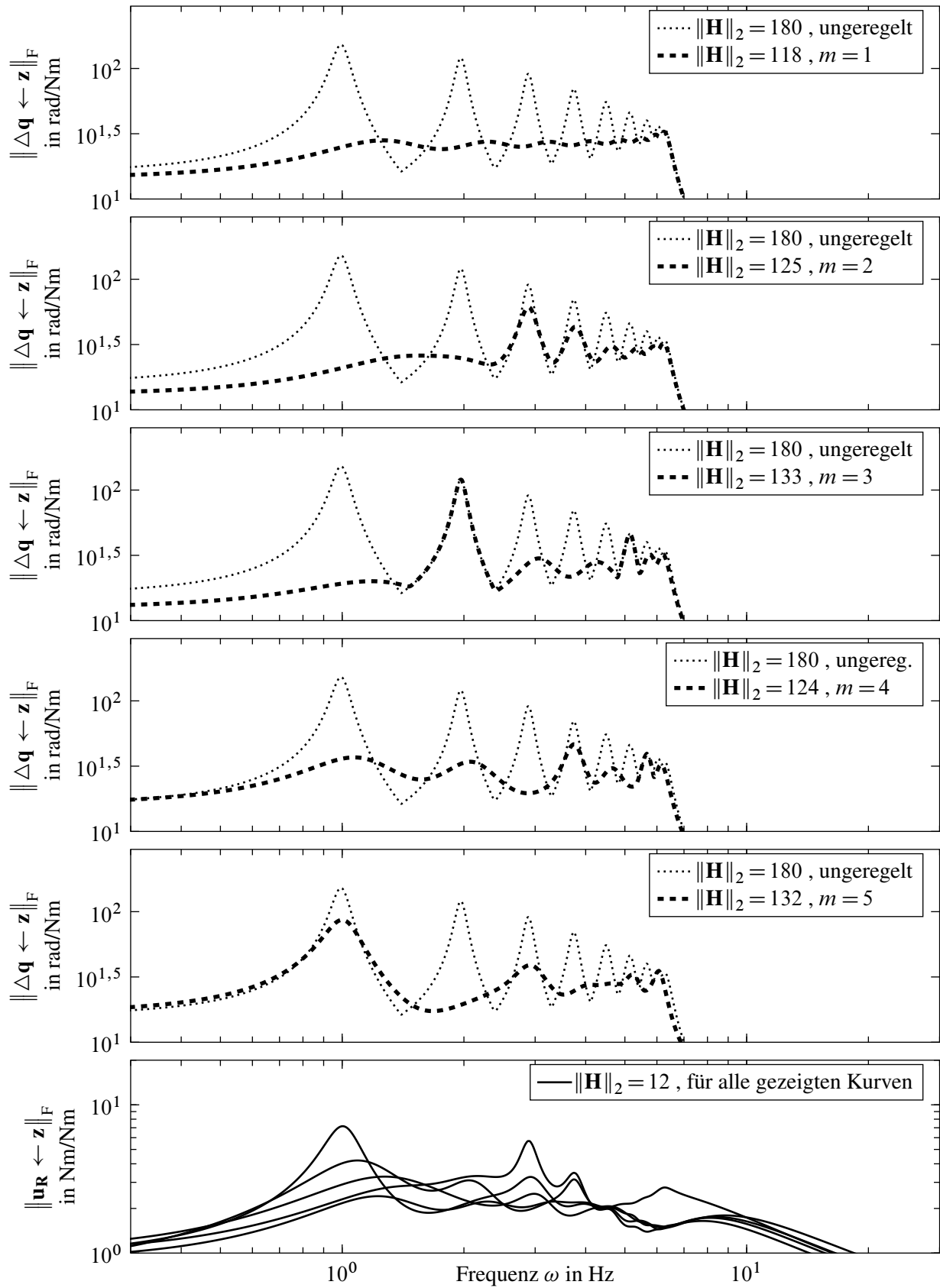


Bild 6.6: Frobenius-Norm-Verlauf des einschleifigen, optimalen Zustandsreglers für verschiedene Stellorte am Beispiel des homogenen Reihenschwingers. Stellnormgrenze $\alpha_R = 12$.

6.3.2 Einfluss des Stellorts bei mehreren Stelleingängen

Werden mehrere Stelleingänge zur Regelung verwendet, so stellt sich die Frage, ob die genannten Zusammenhänge für einen Stelleingang auch für mehrere Stelleingänge gelten. Können insgesamt P aus N möglichen Stellorten gewählt werden, so ergeben sich

$$\frac{(N + P - 1)!}{(N - 1)!P!}$$

Kombinationsmöglichkeiten, wobei auch der Fall gleicher Stellorte als Eingang enthalten ist [7].

Die folgende Diskussion erfolgt anhand entworfener Regler mit verschiedenen Stellortkombinationen für die Beispielstrecke aus dem vorherigen Abschnitt. Zur Vergleichbarkeit wird die Summe der Stellnormen jedes einzelnen Stelleingangs

$$\alpha_{\Sigma} = \sum_{m=1}^P \alpha_m \quad \text{mit} \quad \alpha_m = \left\| (u_m \leftarrow \mathbf{z}) \right\|_2$$

für jeden Reglerentwurf auf $\alpha_{\Sigma} = 12$ festgelegt. Dieser Wert wird gleichmäßig auf alle einzelnen Stellnormen $\alpha_m = \alpha_{\Sigma} / P$ verteilt. Für den Entwurf der Reglerparameter wurde das Optimierungsproblem (6.6) mit separater Vorgabe der einzelnen maximal zulässigen Stellnormen verwendet.

Zusätzlich wurde – analog zum vorherigen Abschnitt mit einem Stelleingang – der optimale Zustandsregler (6.4) berechnet. Die für den Entwurf benötigte Matrix \mathbf{S} zur Gewichtung der Stellgröße wurde in einem übergeordneten iterativen Prozess zum Erreichen der vorgegebenen Stellgrößennormen α_m optimiert. Hierfür wurde für jeden m -ten Stelleingang ein eigener Gewichtsparameter γ_m zur übergeordneten Optimierung vorgesehen, welche zusammen die diagonale Gewichtsmatrix

$$\mathbf{S} = \bigoplus_{m=1}^P \gamma_m$$

für den Riccati-Reglerentwurf (6.4) bilden. Die Gewichtsparameter wurden mit der Softwarefunktion `Fmincon` aus dem Programmpaket Matlab mit der ausgewählten Methode Interior-Point optimiert. Im Unterschied zur Optimierung mit einer Stellgröße ist aus theoretischer Sicht nicht sichergestellt, dass die Optimierung mehrerer Stellgrößengewichte γ_m immer zum globalen Optimum im Sinne der stärksten Systemdämpfung $\left\| \Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z} \right\|_2$ führt. Die vom Autor festgestellte hohe Übereinstimmung der gefundenen Reglerparameter zwischen dem Riccati-Reglerentwurf und der Softwarefunktion `Systune` legen jedoch den Schluss nahe, dass beide Optimierungsverfahren funktionieren und auch `Systune` das globale Optimum findet. Aufgrund der hohen Übereinstimmung der Optimierungsergebnisse wird auf eine Gegenüberstellung verzichtet.

Zur Untersuchung des Stellorteinflusses wurden die optimalen Regler für alle möglichen Kombinationen aus bis zu vier gleichzeitig verwendeten Stellorten berechnet. Dabei wurde die mechanische Symmetrie der Strecke genutzt und nur die Kombinationen berechnet, deren örtlicher Eintriebschwerpunkt in der ersten Hälfte des Reihenschwingers liegt. Dadurch wird beispielsweise die Kombination drei und zehn nicht berechnet, da diese im spiegelsymmetrischen Fall eins und acht bereits enthalten ist.

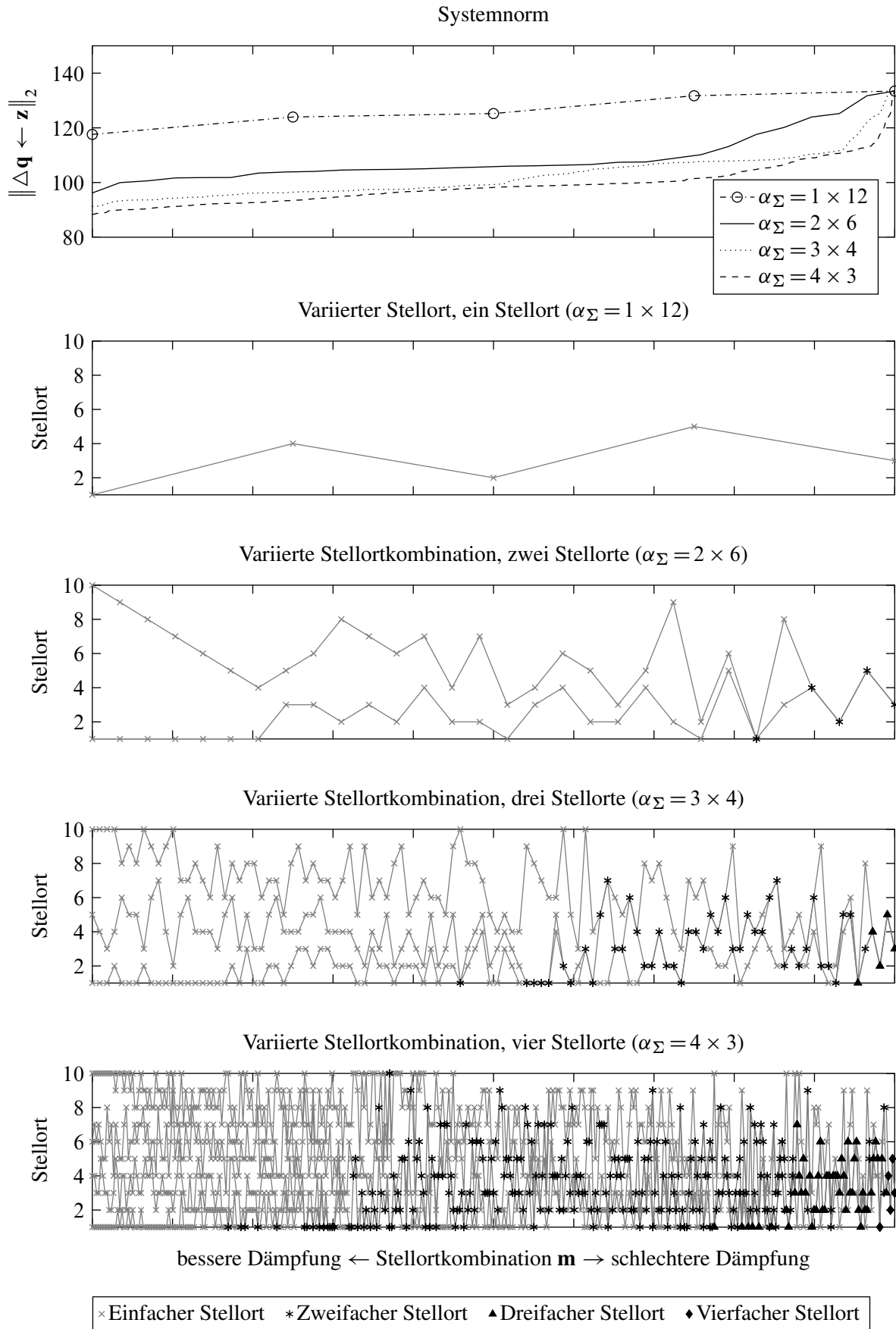
Bild 6.7 zeigt die erreichten Systemnormen mit den zugehörigen Stellortkombinationen für ein, zwei, drei und vier Stellorte. Die einzelnen Regler sind nach der erreichten Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ (Systemdämpfung) sortiert und beginnen links mit dem kleinsten Wert (stärkste Dämpfung). Das obere Diagramm zeigt die erreichten Systemnormen für die jeweilige Stellortkombination mit einem ($-\ominus-$), zwei ($---$), drei ($-\cdots-$) oder vier ($----$) Stellorten. Das unregelte System hat eine Systemnorm von $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \approx 180$. Prinzipiell ist zu erkennen, dass bei gleicher Stellnormsumme $\alpha_\Sigma = 12$ eine höhere Anzahl an verwendeten Stellorten auch zu einer größeren maximal erreichbaren Dämpfung des Systems, also zu einem niedrigen Wert der Systemnorm, $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ führt. So zeigt die Steigerung von einem auf zwei verwendete Stellorte den größten Gewinn an zusätzlicher Dämpfung. Die darunter folgenden Diagramme im Bild 6.7 zeigen die zur jeweiligen Systemnorm zugehörige Stellortkombination. Dabei ist die einfache Verwendung eines Stellorts mit einem Kreuz (\times), die zweifache Verwendung mit einem Stern ($*$), die dreifache Verwendung mit einem Dreieck (\blacktriangle) und die vierfache Verwendung mit einer Raute (\blacklozenge) gekennzeichnet. Deutlich ist zu erkennen, dass die mehrfache Nutzung eines Stellorts mit entsprechend mehrfach erhöhter Stellnorm an diesem Stellort zur schlechteren Dämpfung des Systems führt und sich diese Stellortkombinationen mit mehrfach verwendeten Stellorten daher rechts im Diagramm wiederfinden. Weiterhin bestätigt sich, dass die günstigsten Stellortkombinationen immer die beiden Randpositionen beinhalten und die restlichen Stellorte sich dazwischen aufteilen. Dieser Zusammenhang lässt sich generell beobachten, wenn das System nennenswert durch den Regler beeinflusst wird (siehe Abschnitt 6.3.4). Allgemein zeigt sich eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Stellorte inklusive der beiden Randpositionen im Sinne der maximalen Dämpfung des Systems als günstig.

6.3.3 Einfluss von Rückführgrößen

Neben der Wahl der Stellorte stellt sich auch die Frage nach dem Einfluss von verschiedenen Rückführgrößen auf die zu erreichende Dämpfung des geregelten Systems. Die Diskussion dieser Frage erfolgt wieder anhand der Beispielstrecke aus dem vorherigen Abschnitt. Die Reglerparameter wurden wieder durch Optimierung von (6.6) mit einer Stellnormgrenze von $\alpha_m = 6$ je Stellort gewonnen.

Bild 6.8 auf Seite 121 zeigt die erreichte Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ für verschiedene Stellortkombinationen und Rückführgrößen, wie alle Zustandsgrößen, alle Drehzahlen, nur der Stellortdrehzahlen oder der kollokierten Drehzahlrückführung (lokale Rückführung der Stellortdrehzahlen). Als Stellorte sind wieder alle Kombinationsmöglichkeiten für zwei Stellorte mit einem Stellortsschwerpunkt in der ersten Hälfte des Antriebsstrangs gezeigt.

Das obere Diagramm ermöglicht einen Vergleich der erreichten Systemnormen $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ für die vier verschiedenen Rückführgrößen. Alle drei Varianten bewirken bei einer günstigen Stellortswahl im Vergleich zum unregulierten System mit ca. $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \approx 180$ eine starke Reduzierung der Systemnorm. Erwartungsgemäß lässt sich mit der Zustandsrückführung, welche die meisten Freiheitsgrade zum Reglerentwurf besitzt, die stärkste Reduzierung erreichen. Die kollokierte

**Bild 6.7:** Variierte Stellortkombinationen für eine unterschiedliche Anzahl an Stelleingängen

Drehzahlrückführung, welche die geringste Anzahl an Freiheitsgrade für den Reglerentwurf besitzt, zeigt erwartungsgemäß die schwächste Reduzierung. Die Rückführung aller Drehzahlen erreicht fast die gleichen Systemnormwerte wie die Rückführung aller Zustandsgrößen, trotz der halbierten Anzahl an Freiheitsgraden. Auch der Verlauf der Stellorte ist ähnlich. Alle gezeigten Rückführungen reduzieren die Norm des geregelten Systems gegenüber dem unregulierten System erheblich. Selbst die lokale Rückführung der Stellordrehzahlen zeigt noch eine beachtliche Systemdämpfung. Werden nicht alle Systemzustände zurückgeführt, so werden nicht immer für jeden Stelleingang die maximal erlaubte Stellnorm ausgeschöpft, worauf im folgenden Abschnitt eingegangen wird.

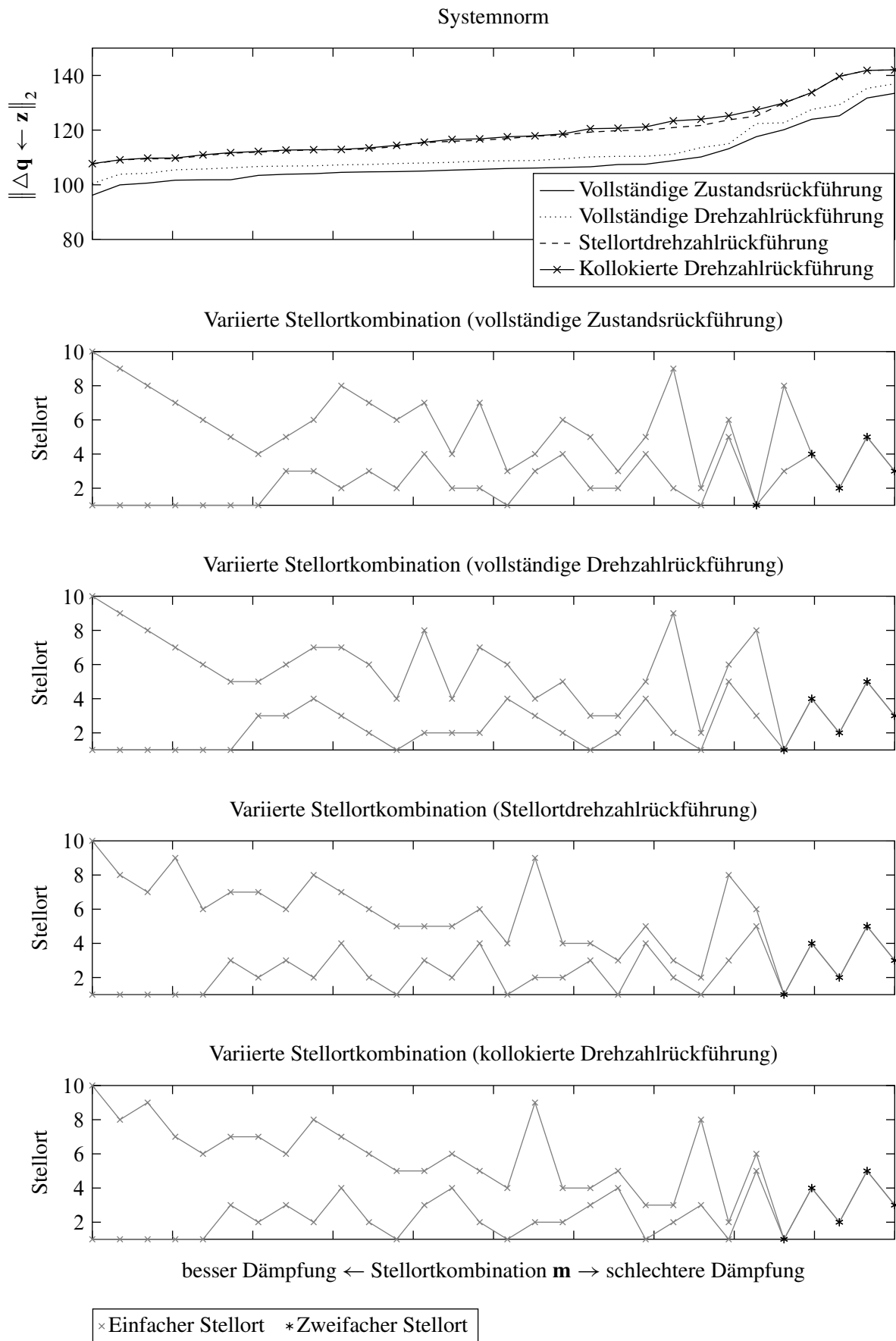
6.3.4 Einfluss der Stellgrößenbewertung

Der Einfluss der maximal zulässigen Stellgröße soll anhand verschiedener Reglerentwürfe untersucht werden. Hierfür wurden die maximal zulässige Stellnorm $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ und die verwendeten Rückführgrößen variiert. Als Grenzwert für die maximal zulässige Stellnorm wurde $\alpha_R = \{1; 3; 6; 12; 24\}$ gewählt. Bild 6.9 zeigt die zugehörigen Verläufe der Frobenius-Norm zur visuellen Bewertung der erreichten Dämpfung $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_F$ und des nötigen Stellaufwands $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_F$. Aus der jeweiligen Legende kann die zugehörige \mathcal{H}_2 -Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ beziehungsweise $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ entnommen werden. Als Stellorte wurden die drei Positionen $m_1 = 1$, $m_2 = 4$ und $m_3 = 7$ gewählt.

Bild 6.9a zeigt die entstandenen geregelten Systeme Z1 bis Z5 für den Fall einer Zustandsrückführung. Mit Zunahme der gewählten, maximal zulässigen Stellnorm sinkt erwartungsgemäß die \mathcal{H}_2 -Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ und die betrachteten Übertragungspfade werden stärker gedämpft, was sich bereits an den Verläufen der Frobenius-Norm zeigt. Zunächst werden die Resonanzüberhöhungen bis zur Stellnormgrenze von ca. $\alpha_R \approx 12$ gedämpft und dementsprechend findet der Stellaufwand im Wesentlichen im Frequenzbereich der Resonanzen < 10 Hz statt. Wird die Grenze der zulässigen Stellnorm weiter erhöht $\alpha_R > 12$, so führt dies hauptsächlich zu einem Anstieg des Stellaufwands im oberen Frequenzbereich > 10 Hz. Eine zusätzliche Dämpfung der Resonanzüberhöhungen erfolgt dann insgesamt nur noch wenig.

Für quadratische Systeme mit gleicher Anzahl an unabhängigen Stelleingängen und unabhängigen Performanzausgängen $P = Q$ kann die Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \rightarrow 0$ mit steigendem Stellaufwand theoretisch gegen Null laufen, wenn keine invarianten Übertragungsnullstellen mit positivem Realteil vorliegen und die Stabilisierbarkeit sowie die Detektierbarkeit bezogen auf die Performanzausgänge gegeben ist [40, S. 306 f.]. In dem hier gezeigten Fall ist die Anzahl an Performanzausgängen jedoch höher als die Anzahl unabhängiger Stelleingänge und die Systemnorm läuft gegen einen Grenzwert [40, S. 306 f.]. Mit der doppelten Stellnorm von $\alpha_R = 24$ ändert sich der Funktionsverlauf der Frobenius-Norm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_F$ nur noch geringfügig. Der Verlauf stellt somit den praktisch maximal erreichbaren Fall zur Dämpfung des Systems dar.

Im Fall einer vollständigen Drehzahlrückführung ergibt sich für niedrig gewählte Werte für die maximal zulässigen Stellnormen ein ähnliches Verhalten, bei denen die \mathcal{H}_2 -Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$

**Bild 6.8:** Variierte Stellortkombinationen für verschiedene Rückführgrößen

nur geringfügig schlechter im Vergleich zur Zustandsrückführung reduziert wird, wie Bild 6.9b zeigt. Im Gegensatz zur Zustandsrückführung zeigt die Drehzahlrückführung auch einen Grenzwert bezüglich der maximal erreichbaren Stellnorm $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ und die erlaubte Stellnormgrenze $\alpha_R = 12$ wird nicht immer ausgeschöpft. Oberhalb dieses Grenzwerts ist das Ergebnis immer gleich und die gewählte maximal zulässige Stellnorm hat keinen Einfluss mehr. Dieses Verhalten ist in der Literatur bekannt und ein Reglerentwurf für den Grenzfall ohne Berücksichtigung der Stellgröße wird unter dem englischen Begriff *cheap control* oder *asymptotic properties* geführt [22, S. 21][48, S. 341].

Bild 6.9c zeigt die Ergebnisse, wenn lediglich die Stellortdrehzahlen zurückgeführt werden. Die erreichten \mathcal{H}_2 -Systemnormen sind erwartungsgemäß etwas höher im Vergleich zu den vorherigen Rückführungen. Auch hier zeigt sich ein Grenzwert für die maximal erreichbare Stellnorm, welche geringer gegenüber der vollständigen Drehzahlrückführung ist.

Bild 6.10 zeigt den Verlauf der Pol- und Nullstellen des geregelten Systems in der komplexen Ebene für den Übertragungspfad $(\Delta q_6 \leftarrow z_6)$ in Abhängigkeit der gewählten, maximal zulässigen Stellnorm α_R . Als Regelung wurde jeweils eine vollständige Drehzahlrückführung optimal entworfen. Dargestellt sind die Pol- und Nullstellen des ungeregelten Systems (\times bzw. \circ Symbole) und das mit maximal möglicher Stellnorm geregelte System ($+$ bzw. \diamond Symbole). Erfolgt der Reglerentwurf mit einer Stellnormbegrenzung, die kleiner ist als die maximal mögliche Stellnorm, so liegen die Pol- und Nullstellen auf den eingezeichneten Linien (graue Voll- und Strichlinie). Mit Zunahme der gewählten Stellnorm ergibt sich ein relativ stetiger Verlauf bis hin zu den maximal gedämpften Pol- und Nullstellen. Ein ähnliches Verhalten mit qualitativ vergleichbaren Pol- und Nullstellenverläufen zeigt sich, wenn das System mit der statischen Reglermatrix \mathbf{R} des maximal gedämpften Systems schrittweise von Null bis Eins skaliert geregelt wird. Der Realteil der überwiegenden Pole wird negativer und das System stärker gedämpft.

Interessant an diesem Beispiel ist, dass die Regelung auch Nullstellen in die rechte Halbebene verschiebt (im Beispiel hier bei ca. $\mu_{1,2} = 0,4 \pm j6,5$). Existieren Nullstellen mit positivem Realteil, wird das System in der Literatur häufig als nicht minimalphasig bezeichnet, jedoch existieren auch weitere Definitionen für die Minimalphasigkeit [81]. Im Weiteren wird dieser Fall als instabile Nulldynamik bezeichnet, da die zur Nullstelle gehörende Amplitude der internen Dynamik des Systems und das Eingangssignal zum Erhalten des Nullausgangs $y = 0$ exponentiell ansteigt.

Bild 6.11 zeigt die systeminterne Schwingungsform der instabilen Nulldynamik. Für den hier untersuchten Fall des kollozierten Übertragungspfads $(\Delta q_6 \leftarrow z_6)$ lässt sich der Nullausgang durch einfaches „Festhalten“ des mechanischen Freiheitsgrads $\dot{q}_6 = q_6 = 0$ erreichen. Der nötige Eingang u wird damit implizit hervorgerufen. Existiert eine Anfangsauslenkung \mathbf{x}_0 , die von Null verschieden und nicht orthogonal zur entsprechenden Nulldynamik ist, dann schwingt das System intern auf. Es wird immer mehr Energie im System gespeichert, welche vom Regler und dessen Stellgliedern dem System zugeführt wird.

Das Auftreten einer instabilen Nulldynamik im geschlossenen Regelkreis ist nicht prinzipiell ein Problem, da der passende aufklingende Systemeingangsverlauf hierfür vorhanden sein muss. Im Fall des kollozierten Übertragungspfads lässt sich dieser Systemeingang durch einfaches

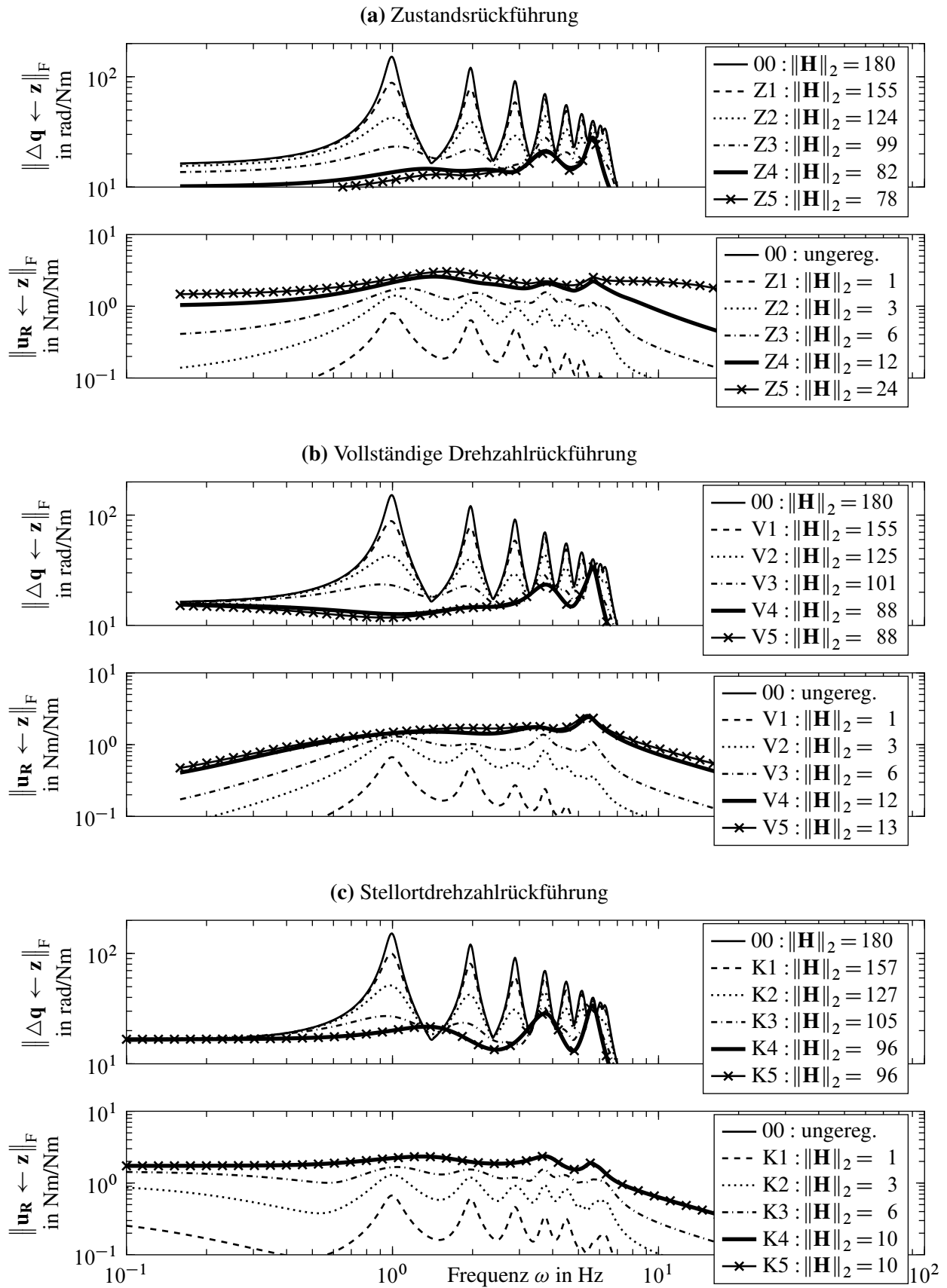


Bild 6.9: Verlauf der Frobenius-Norm für verschiedene Rückführgrößen und variierten, maximal zulässigen Stellnormen. Stellort $\mathbf{m} = [1, 4, 7]$.

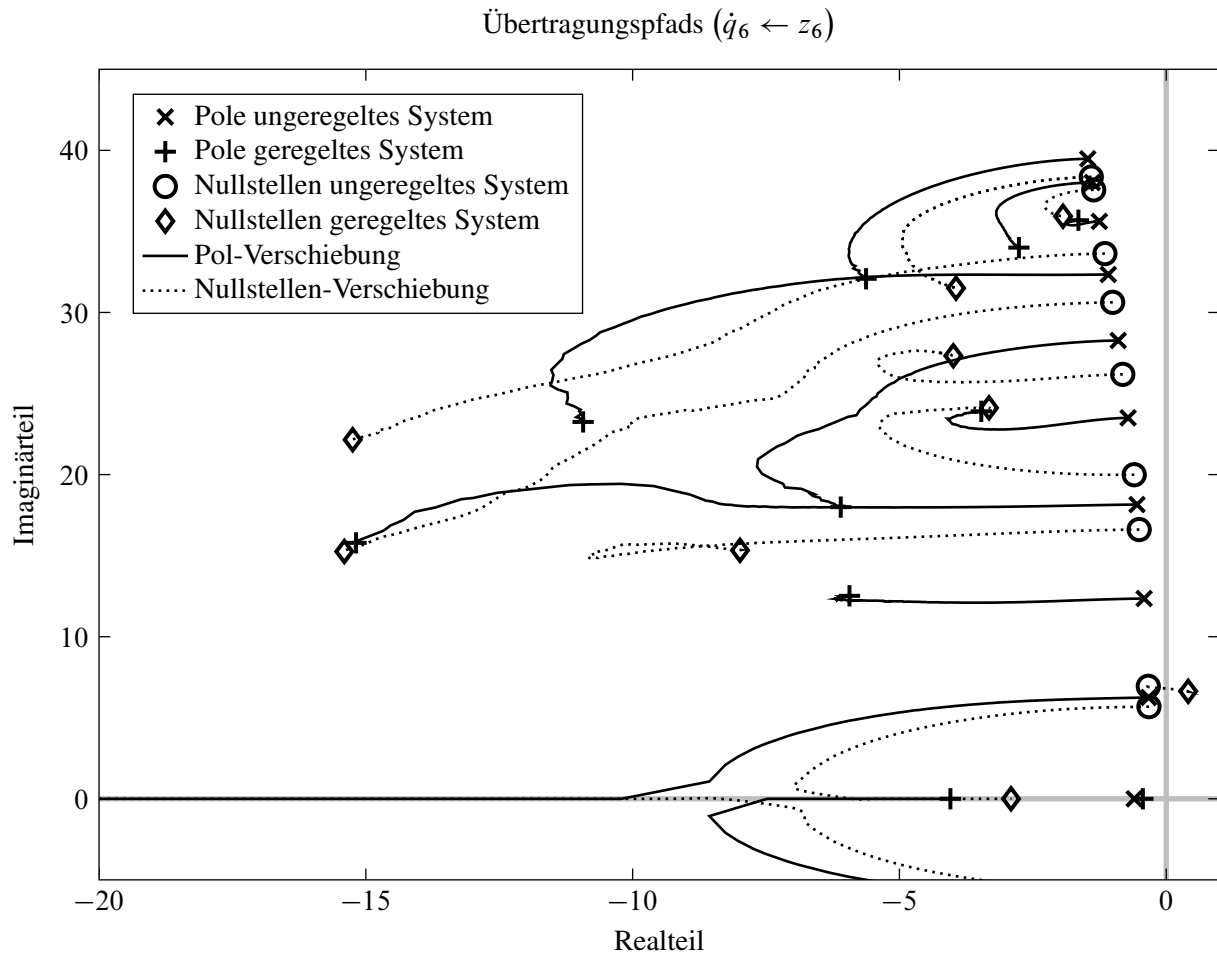


Bild 6.10: Beispielverlauf der Pol-Nullstellen bei zunehmenden Stellaufwand.

„Festhalten“ des entsprechenden mechanischen Freiheitsgrads erreichen, was in der Praxis ein unwahrscheinlicher Fall ist. Jedoch kann an diesem Beispiel die Abhängigkeit von mechanischen Modellparametern verdeutlicht werden. Gäbe es eine im Modell nicht berücksichtigte absolute Dämpfung am sechsten mechanischen Freiheitsgrad, so laufen mit Zunahme dieser Dämpfung auch Eigenwerte in die Nullstellen mit positivem Realteil, also in die rechte Halbebene hinein und das System wird instabil. Dieses Beispiel zeigt, wie Modellabweichungen zu einem instabilen System führen können. Praktisch ist dieser Effekt häufig nicht relevant, da hierzu ein hoher Stellaufwand und gleichzeitig eine vergleichsweise hohe Modellabweichung (z.B. mechanische Dämpfungen) oder ein Ausfall von Sensorik nötig ist. Ein Sensorausfall wird heutzutage bereits erkannt, da dieser bei den aktuell eingesetzten PI-Reglerstrukturen bereits zu instabilen Verhalten führen kann.

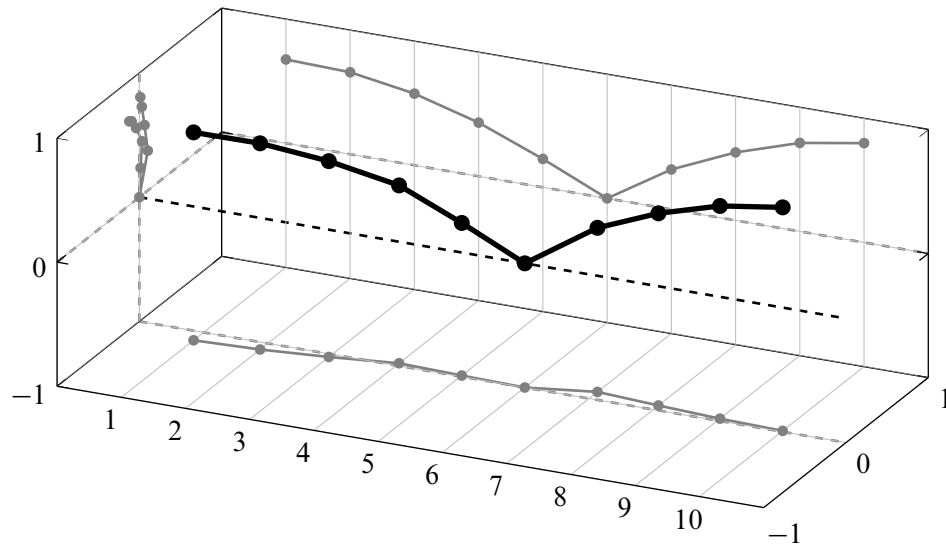


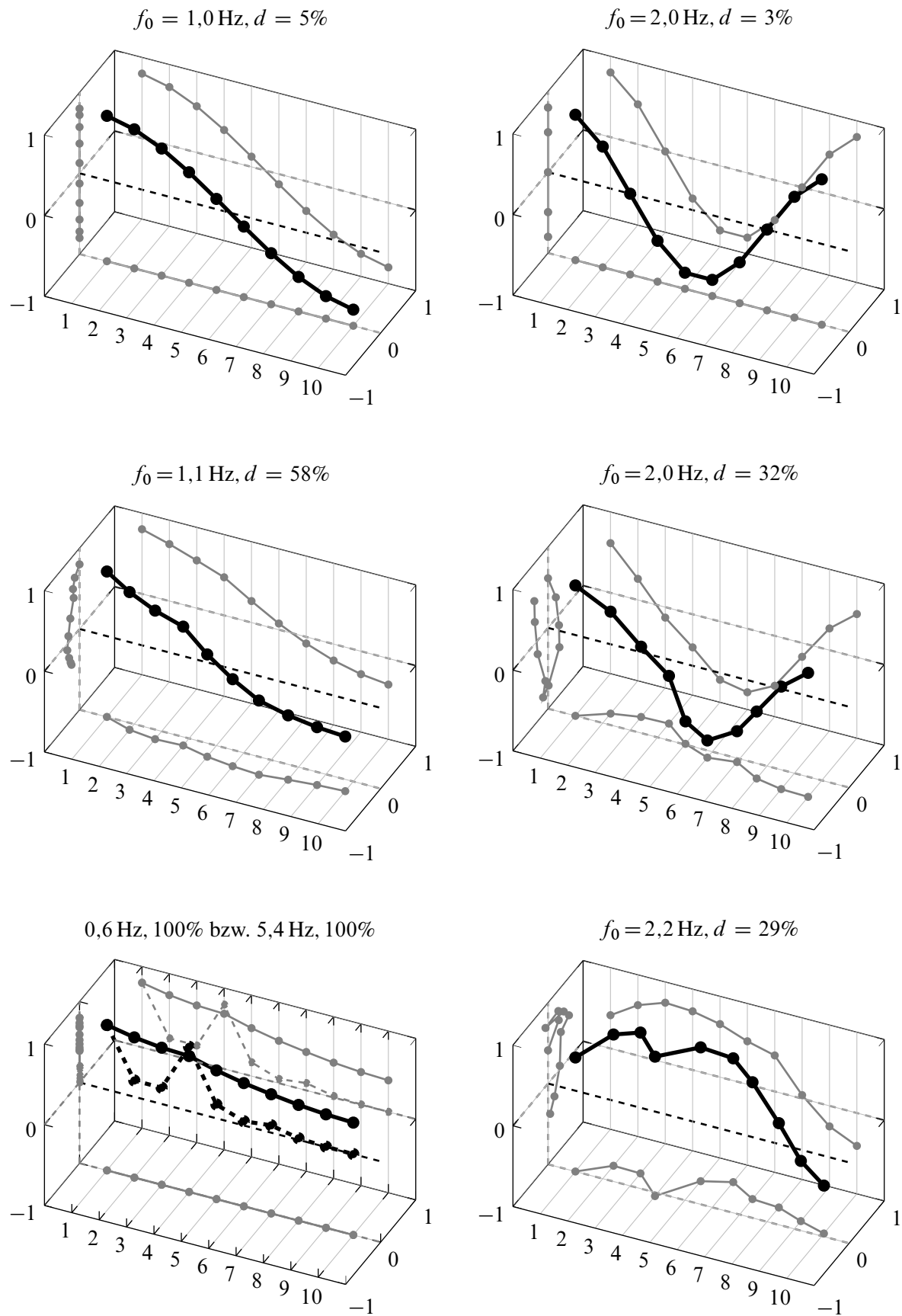
Bild 6.11: Instabile Nulldynamik des Übertragungspfad ($\dot{q}_6 \leftarrow u_6$)

Bild 6.12 zeigt die Änderung der ersten (linke Spalte) und der zweiten elastischen Eigenform (rechte Spalte) des Systems durch den Regler mit zunehmendem Stellaufwand. Zur Regelung wurden alle Drehzahlen zurückgeführt.

Die beiden oberen Diagramme zeigen die Eigenform im ungeregelten Fall. Die Elemente beider Schwingungsformen befinden sich in einer Ebene. Bei der ersten Eigenform schwingt der hintere Teil des Reihenschwingers gegen den vorderen Teil, wogegen die zweite Eigenform ein Schwingen des mittleren Teils gegen die Randbereiche darstellt.

In den mittleren Diagrammen sind die Eigenformen für eine Stellnorm von $\|\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 8,5$ gezeigt. Beide Eigenformen schwingen nicht mehr in einer Ebene und die Verbindungslinien der einzelnen Koordinaten verlaufen nicht mehr durch den Koordinatenursprung der komplexen Ebene. Das heißt, dass die maximalen Amplituden der Eigenschwingung nicht mehr zum gleichen Zeitpunkt an den einzelnen mechanischen Koordinaten auftreten und sich keine Schwingungsknoten mehr ausbilden.

Die beiden unteren Diagramme zeigen die Eigenformen für die maximal mögliche Stellnorm von $\|\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 13,3$. Im Fall der ersten elastischen Eigenform teilt sich diese in zwei unterschiedliche, nicht schwingungsfähige Eigenwerte, von denen beide Eigenformen im linken Diagramm dargestellt sind. Aufgrund der rein reellen Eigenwerte sind auch die Eigenformen nicht komplex und verlaufen damit in einer Ebene. Die zweite elastische Eigenform bleibt schwingungsfähig und die einzelnen Elemente befinden sich nicht in einer Ebene.



(a) Erste elastische Eigenformen

(b) Zweite elastische Eigenformen

Bild 6.12: Änderung der Eigenformen mit zunehmender Stellgröße

6.3.5 PI-Ausgangsrückführung mit Eingangsverkopplung

Für die stationär genaue Regelung der Maschinendrehzahl wird die Regelung mit einem Integrator nach Bild 5.5 erweitert. Das zugehörige Optimierungsproblem (6.7) zeigt analog zum vorherigen Problem (6.5) für den Fall einer Drehzahlrückführung neben einem Grenzwert für die Dämpfungsnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ auch ein Grenzwert für die Stellnorm $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2$. Der zusätzliche Entwurfsparameter der maximal zulässigen Stellnormgrenze α_I stellt keinen wirklichen Freiheitsgrad zur Reglerauslegung dar. Zum einen wird der benötigte Stelleingang zum stationären Antreiben der Druckmaschine mit der gewünschten Produktionsdrehzahl durch die streckeninterne mechanische Dämpfung bestimmt. Zum anderen ist der integrierte Regelfehler x_{IV} bereits im Gütemaß enthalten und der Stellanteil des Integrators unterscheidet sich nur durch den Regelparameter r_I vom integrierten Regelfehler x_{IV} . Als zusätzlicher Parameter zum Reglerentwurf ist der Faktor γ_v wichtig, der die Gewichtung zwischen dem integrierten Regelfehler $\|x_{IV} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ und der Dämpfungsnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ vornimmt. Praktisch lässt sich mit diesem Parameter der Einschwingvorgang bei Änderung der Solldrehzahl des geschlossenen Regelkreises beeinflussen.

Bild 6.13 zeigt eine vollständige Drehzahlrückführung mit drei Stelleingängen an den Positionen eins, vier und sieben. Der Reglerentwurf wurde einmal ohne I-Anteil (V1) und einmal mit I-Anteil (I1) durchgeführt und Details können dem Anhang B entnommen werden. Das Gewicht γ_v wurde so gewählt, dass das Einschwingen der Regelgröße (Maschinendrehzahl) im Vergleich zur restlichen Dynamik langsam abläuft. Dies ist aufgrund der geringen dynamischen Anforderungen an die Festsollwertregelung der Maschinendrehzahl möglich. Damit beeinflusst die Regelung der Produktionsdrehzahl praktisch nicht die regelungstechnische Dämpfung der Resonanzüberhöhungen. Dies zeigt die erreichte Dämpfungsnorm, welche mit $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \approx 88$ identisch ist. Der Verlauf der Frobenius-Norm für die Stellgröße $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_F$ unterscheidet sich nur im unteren Frequenzbereich < 1 Hz. Das untere Diagramm zeigt den Frobenius-Normverlauf für die Ausgangsgröße des Integrators u_I , welche in der Stellgröße \mathbf{u}_R nicht enthalten ist. Für den Reglerentwurf wurde die Aufteilung des Integratorausgangs gleichmäßig auf die Stelleingänge verteilt, $\mathbf{t} = [1 \ 1 \ 1]^T / 3$.

In den Untersuchungen am Versuchsaufbau hat sich gezeigt, dass eine Änderung der Aufteilung \mathbf{t} ohne einen erneuten Reglerentwurf praktisch gut funktioniert. Die Dämpfung des Systems bleibt erhalten und auch das Einschwingverhalten der Drehzahl unterscheidet sich nur geringfügig. Dieses robuste Verhalten des Systems gegenüber der Änderung der Drehmomentaufteilung ist zu erwarten, da aufgrund der niederfrequenten Dynamik des I-Anteils die zu dämpfende höherfrequente Dynamik kaum beeinflusst wird und der Antriebsstrang zur Regelung der Drehzahl quasi als starrer Körper betrachtet werden kann. Dies gilt insbesondere für den Antriebsstrang der Druckmaschine, dessen Resonanzfrequenzen um eine Zehnerpotenz höher im Vergleich zum hier untersuchten Modell sind. Durch die Verwendung des integrierten Regelfehlers im Gütemaß wird der niederfrequente Anteil im Regelfehler stärker gewichtet. Dadurch kann auf zusätzliche Bewertungsfilter verzichtet werden. Erfahrungsgemäß lässt sich die Zeit bis zum Erreichen des stationären Endwerts durch die Verwendung des integrierten Regelfehlers im Gütemaß besser einstellen.

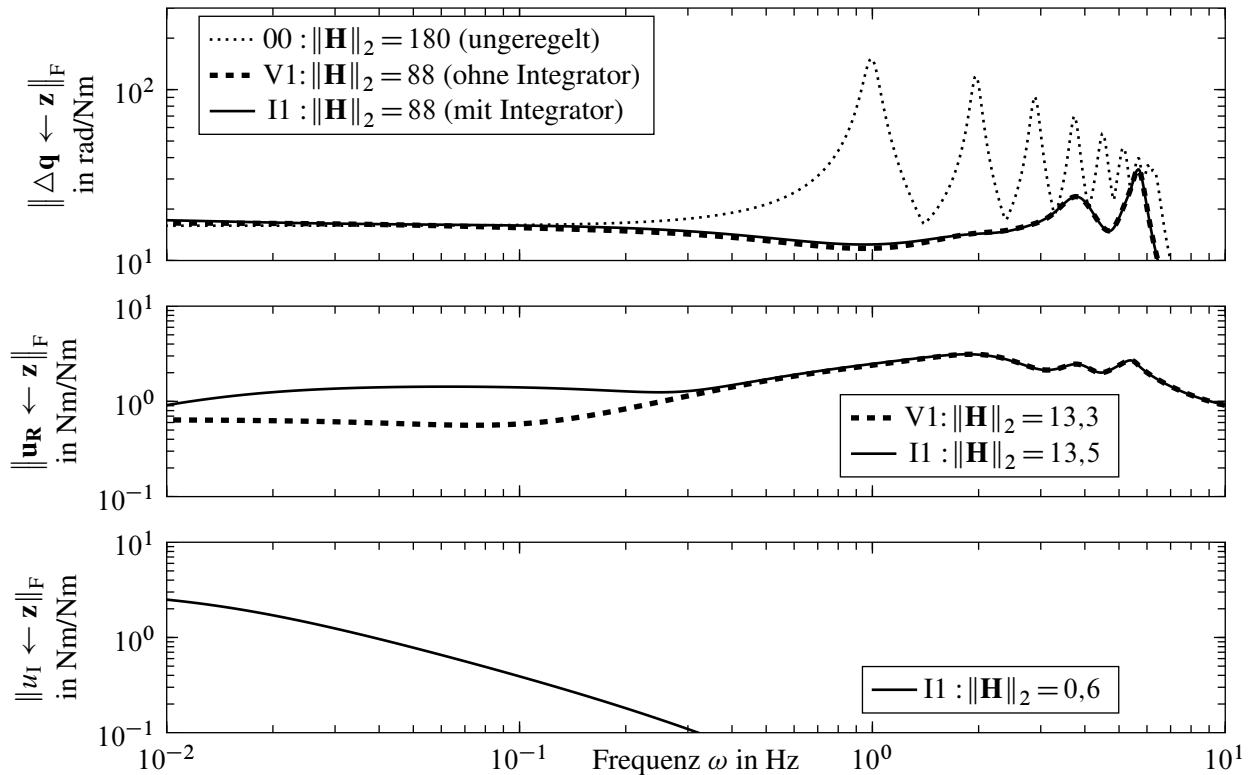


Bild 6.13: PI-Drehzahlrückführung mit Eingangsverkopplung,
Stellort $\mathbf{m}^T = [1, 4, 7]$, Entwurf mit maximal möglicher Stellnorm

6.3.6 PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung

Soll die Drehmomentdifferenz nicht durch eine Eingangsverkopplung beeinflusst, sondern stationär genau geregelt werden, so bietet sich hierfür die PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung aus Bild 5.2 auf Seite 91 an. Der Streckenausgang \mathbf{y} umfasst hier auch die Stelldrehmomentdifferenzen, die zur Entkopplung gegenüber dem Eigenverhalten des mechanischen Systems tiefpassgefiltert wurden. Die Strecke besteht somit aus dem mechanischen Modell inklusive der Tiefpassfilterung. Die tiefpassgefilterten Stelldrehmomentdifferenzen als Systemausgang weisen somit keinen Durchgriff auf und werden im folgenden Beispiel neben den Drehzahlen ebenfalls von der statischen Reglermatrix \mathbf{R} zurückgeführt. Analog zur PI-Eingangsverkopplung zeigt sich auch hier ein Grenzwert für die maximal zu erreichende Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$.

Bild 6.14 zeigt die Frobenius-Normverläufe der offenen Strecke und für zwei verschiedene Regelungen. Die Regler sind jeweils mit der maximal erreichbaren Stellnorm mit einem Tiefpassfilter erster Ordnung je Stelldifferenz Ausgang entworfen. Details zum Reglerentwurf können dem Anhang B entnommen werden. Die Dämpfung des Systems (Bild oben) mithilfe der PI-Mehrgrößen-Drehzahlrückführung (I3: Volllinie) weicht nur gering von der statischen Drehzahlrückführung (V1: Strichlinie) ab und die erreichte Systemnorm $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ ist ähnlich. Der Stellaufwand der statischen Rückführung $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ zeigt, ähnlich zur Eingangsverkopplung im Bild 6.13, einen Unterschied zwischen der Regelung I3 mit und V1 ohne Integrator im unteren Frequenzbereich, was anschaulich wieder durch die stationäre Regelung der Maschinendrehzahl und der Drehmomentdifferenzen hervorgerufen wird. Auch der Stellbeitrag der dynamischen Rückführung $\|\mathbf{u}_I \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ ist qualitativ ähnlich der Eingangsverkopplung I1.

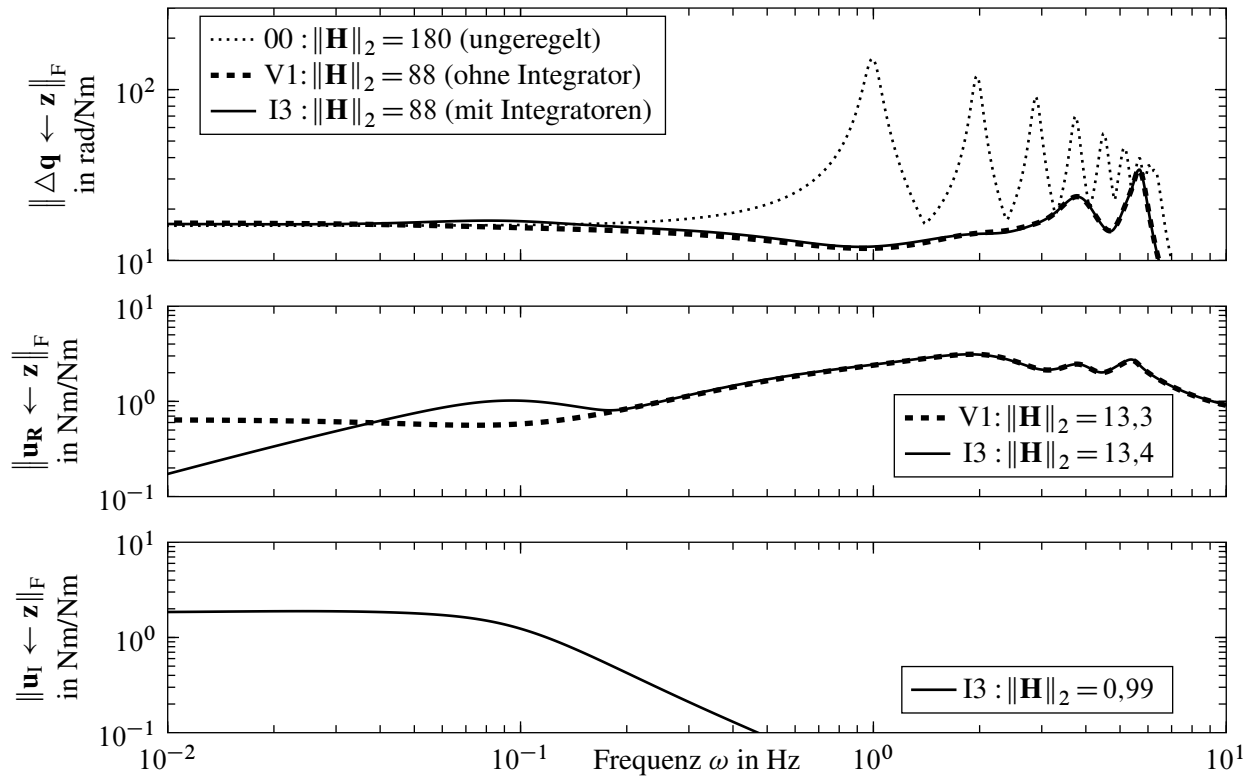


Bild 6.14: PI-Mehrgrößen-Drehzahlrückführung, Stellort $\mathbf{m}^T = [1, 4, 7]$, Entwurf mit maximal möglicher Stellnorm

6.4 Modale Synthese

Alternativ zur Optimierung von Systemnormen (Abschnitt 6.2) können die Reglerparameter durch Vorgabe von modalen Parametern für den geschlossenen Regelkreis gewonnen werden. Oftmals lassen sich hierfür aus der physikalischen Anschauung Eigenwerte und Eigenformen identifizieren, deren gezielte Beeinflussung sinnvoll erscheint. Die Methode der Vollständigen Modalen Synthese ermöglicht dies für den Fall einer Zustandsrückführung und liefert verbleibende Freiheitsgrade in parametrischer Form zur weiteren Nutzung [66][67]. In diesem Abschnitt wird die Modale Synthese für Ausgangsrückführungen in Hinblick der Regelung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen beleuchtet. Die zugrundeliegende Methodik ohne weitläufige Details kann dem Anhang A.6 entnommen werden. Weiterführende Ausführungen sind der einschlägigen Literatur zu entnehmen [34]. Ziel ist es, Vor- und Nachteile der Modalen Synthese in Hinblick auf die Regelung des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen herauszustellen.

Das geregelte diagonalähnliche System (5.3) lässt sich mit der Rechts- und Linkseigenvektormatrix

$$\mathbf{V}_R = [\mathbf{v}_{R1} \dots \mathbf{v}_{RI}] , \quad \mathbf{W}_R = [\mathbf{W}_{Ra} \mathbf{W}_{Rb}] = [\mathbf{w}_{R1} \dots \mathbf{w}_{RI}]^T = \mathbf{V}_R^{-1}$$

in die modal transformierte Form

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_r &= \mathbf{\Lambda}_r \tilde{\mathbf{x}}_r + \tilde{\mathbf{B}}_{rz} \mathbf{z} \\ \mathbf{y}_q &= \tilde{\mathbf{C}}_{qR} \tilde{\mathbf{x}}_r \end{aligned} \tag{6.10}$$

mit der Diagonalmatrix der Eigenwerte des geregelten Systems

$$\mathbf{\Lambda}_r = \mathbf{W}_R \mathbf{A}_R \mathbf{V}_R ,$$

der Ausgangsmatrix für die mechanischen Größen

$$\tilde{\mathbf{C}}_{qR} = \mathbf{C}_q \mathbf{V}_R = \mathbf{V}_R \tag{6.11}$$

und der modalen Störeingangsmatrix

$$\tilde{\mathbf{B}}_{rz} = \mathbf{W}_R \mathbf{B}_z \tag{6.12}$$

transformieren. Für dieses System können R Eigenwerte λ_{Rr} vorgegeben und die zugehörigen Rechtseigenvektoren \mathbf{v}_{Rr} oder Linkseigenvektor \mathbf{w}_{Rr} beeinflusst werden. Im Fall einer statischen Ausgangsrückführung stehen insgesamt $P \times Q$ Freiheitsgrade in Form der einzelnen Elemente der Reglermatrix \mathbf{R} zur Verfügung. Stehen genügend Freiheitsgrade zur Verfügung, so lassen sich alle Eigenwerte vorgeben und die Reglermatrix lässt sich für vollständig beobachtbare und steuerbare Systeme analytisch berechnen. Sind p unabhängige Stelleingänge und q unabhängige Systemausgänge zur Regelung verfügbar, so sind alle Eigenwerte vorgebar, wenn die Relation $p + q \geq I + 1$ erfüllt ist [34]. Stehen zur Regelung alle Zustandsgrößen zur Verfügung, so handelt es sich um einen Zustandsregler und alle steuer- und beobachtbaren Eigenwerte lassen sich ebenfalls gezielt vorgeben (Vollständige Modale Synthese).

Neben der Vorgabe von Eigenwerten λ_{Rr} lassen sich mit der Modalen Synthese auch gezielt Elemente der zugehörigen Rechts- oder Linkseigenvektoren zu Null wählen (vgl. Anhang A.6). Im Fall des Rechtseigenvektors \mathbf{v}_{Rr} wirkt sich dieses Null-Element an der Stelle i direkt auf die Ausgangsmatrix (6.11) aus und der Eigenwert ist im Ausgang y_{qi} nicht mehr beobachtbar. Damit können störende Eigenschwingungen an auswählbaren mechanischen Koordinaten verhindert werden. Zum Beispiel lässt sich eine Maschinendrehzahl- oder Maschinenwinkelmessung eines Sensors für eine andere Applikation unempfindlich gegenüber relevanten Eigenwerten machen. Wird alternativ ein Element im Linkseigenvektor zu Null gewählt, so wirkt sich dies auf die Eingangsmatrix der Störungen (6.12) aus. Greifen die Störungen in (2.10) beispielsweise an alle mechanischen Freiheitsgrade $\mathbf{P}_z = \mathbf{I}$ an, so folgt aus (2.8) und (6.12) die Störeingangsmatrix

$$\widetilde{\mathbf{B}}_{rz} = \mathbf{W}_R \mathbf{B}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1} & \dots & \mathbf{w}_{RI} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{Ra} \mathbf{M}^{-1}$$

und auch hier bleibt aufgrund der Diagonalstruktur der Massenträgheitsmatrix \mathbf{M} ein Null-Element an der Stelle j im Linkseigenvektormatrixteil \mathbf{W}_{Ra} erhalten. Damit ist ein vorgegebener Eigenwert λ_{Rr} durch eine Krafteinwirkung an der mechanischen Koordinate q_j nicht steuerbar. Dies kann beispielsweise genutzt werden, um die Erregung von kritischen Eigenwerten durch relevante Störquellen an entsprechenden Erregerorten zu verhindern. Solch eine Störquelle kann beispielsweise ein Wendemodul zur Wendung des Bogens im mittleren Teil der Druckmaschine sein, welches die erste elastische Schwingungsform nicht anregen soll.

Die Vorteile der Modalen Synthese liegen im direkten Vorgeben von Eigenwerten mit der Möglichkeit, gleichzeitig Rechts- oder Linkseigenvektoren gezielt zu beeinflussen. Das Bereitstellen übriger Freiheitsgrade in parametrischer Form zur weiteren Nutzung stellt eine weitere Stärke der Methodik dar. Allerdings ist nicht immer eindeutig, wohin die Eigenwerte genau verschoben werden sollen, zum anderen kann es passieren, dass die Eigenwerte selbst gedämpft werden, jedoch die Verstärkungen einzelner relevanter Übertragungspfade trotzdem unzulässig hohe Werte aufweisen, da diese beim Entwurf zunächst keine Berücksichtigung finden. Darüber hinaus ist die Zuordnung der Eigenwerte vom unregelmäßigen zum geregelten System nicht immer eindeutig und es ist nicht sicher vorhersehbar, welche Eigenwerte der Strecke bei Vorgabe einzelner Eigenwerte für den geschlossenen Regelkreis verschoben werden. Auch das prinzipiell mögliche Aufzwingen eines unnatürlichen Eigenverhaltens kann, in Hinblick der hier gewünschten Reduzierung der Systemnormen, zu unnötig hohen Stellgrößen führen. Stehen nicht genügend Freiheitsgrade beim Reglerentwurf zur Vorgabe aller Eigenwerte zur Verfügung, so können ungünstige bis instabile Eigenwerte entstehen. Einige Nachteile lassen sich durch das nachträgliche Optimieren der verbleibenden Freiheitsgrade abschwächen. So lässt sich beispielsweise eine Systemnorm von relevanten Übertragungspfaden, die Norm der Reglermatrix oder die Lage von nicht vorgegebenen Eigenwerten nachträglich optimieren.

Als Beispiel wurde eine Ausgangsrückführung wie im Bild 5.1 für den Versuchsaufbau mithilfe der Vorgabe von Linkseigenvektorelementen entworfen. Die Modellparameter sind in der Tabelle 7.1 (Startwerte) aufgeführt. Zur Regelung werden die Drehzahlen an den Stellorten 1, 4 und 7 zurückgeführt. Als Eigenwert wurde die Kennkreisfrequenz des ersten elastischen Eigenwerts der

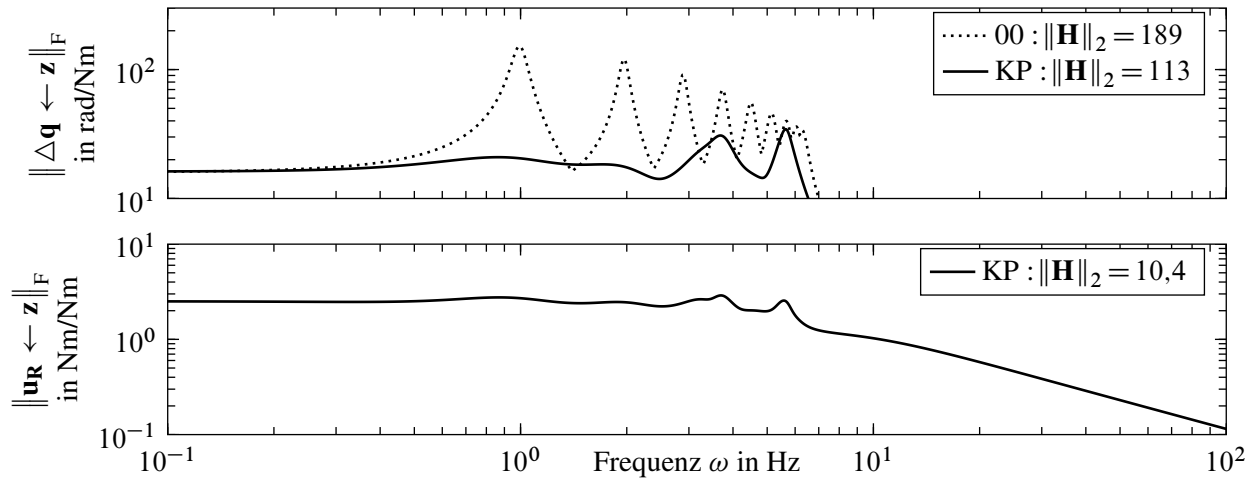


Bild 6.15: Verlauf der Frobenius-Norm des Beispielsentwurfs mit Modaler Synthese

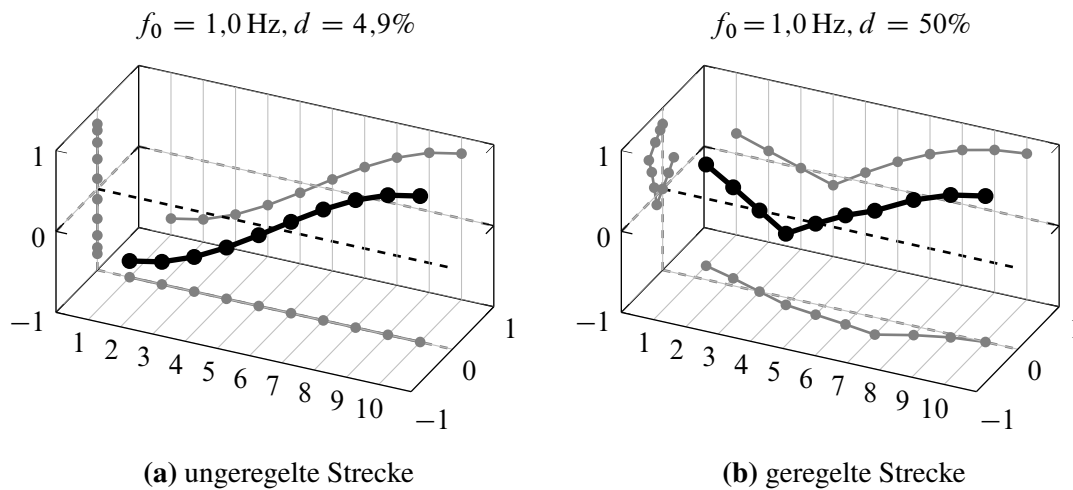


Bild 6.16: Vergleich der Linkseigenvektoren zum ersten schwingungsfähigen Eigenwert

Strecke mit einer erhöhten Dämpfung von ca. 5 % auf 50 % vorgegeben und für das 3. Element des zugehörigen Linkseigenvektors der Wert Null gewählt. Zusätzlich wird der Eigenwert der Starrkörpergeschwindigkeit mit erhöhten negativen Realteil vorgegeben. Bild 6.15 zeigt den Verlauf der Frobenius-Norm im Vergleich zum unregelmäßigem Systems. Das gesamte Eigenverhalten (oberes Diagramm) ist in diesem Beispiel gut gedämpft und im Vergleich zu den vorangegangenen Regelungen mit moderat erhöhtem Stellaufwand (unteres Diagramm). Die ersten N Elemente des Linkseigenvektors zum ersten elastischen Eigenwert für die unregelmäßigte und die geregelte Strecke sind im Bild 6.16 dargestellt. Aufgrund des Schwingungsknotens der unregelmäßigten Strecke zwischen der fünften und sechsten mechanischen Koordinate weisen die zugehörigen Elemente des Linkseigenvektors hier kleine Werte auf. Die Elemente des Linkseigenvektors des geregelten Systems befinden sich erwartungsgemäß nicht mehr in einer Ebene und das dritte Element weist den gewünschten Wert Null auf. Durch die Regelung des Systems unterscheiden sich die zu einem Eigenwert gehörenden Links- und Rechtseigenvektoren und der erste elastische Eigenwert des geregelten Systems ist im Beispiel trotz der nicht vorhandenen Steuerbarkeit an der dritten mechanischen Koordinate beobachtbar.

6.5 Beobachterentwurf

Für den Entwurf der Beobachtermatrix \mathbf{L} werden häufig zwei Methoden verwendet. Zum einen kann der Entwurf mithilfe der Modalen Synthese erfolgen (vgl. Abschnitt 6.4). Hierbei ist häufig die Wahl der vorzugebenden Eigenwerte und der gegebenenfalls zusätzlichen Freiheitsgrade nachteilig. Aus diesem Grund wird die zweite Methode weiter verfolgt, was im Allgemeinen eine intuitivere Wahl der (stochastischen) Entwurfparameter erlaubt. Diese Methode basiert auf der Annahme, dass das System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}_u \mathbf{u} + \mathbf{v}_x \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{v}_y\end{aligned}$$

mit einer stochastischen Zustandsstörung $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_x(t)$ (Prozessrauschen) und einer stochastischen Ausgangsstörung $\mathbf{v}_y = \mathbf{v}_y(t)$ (Messrauschen) versehen ist. Diese einzelnen Störsignale sollen dabei aus weißem Rauschen bestehen, welches mittelwertfrei $E\{\mathbf{v}_x\} = E\{\mathbf{v}_y\} = 0$, unabhängig, stationär und normal verteilt ist. Damit gilt für die Kovarianzmatrizen der Zusammenhang

$$\begin{aligned}\text{cov}\{\mathbf{v}_x(t_1), \mathbf{v}_x(t_2)\} &= E\{\mathbf{v}_x(t_1), \mathbf{v}_x(t_2)\} = \mathbf{Q} \delta(t_1 - t_2) \\ \text{cov}\{\mathbf{v}_y(t_1), \mathbf{v}_y(t_2)\} &= E\{\mathbf{v}_y(t_1), \mathbf{v}_y(t_2)\} = \mathbf{S} \delta(t_1 - t_2)\end{aligned}$$

mit der symmetrischen Systemrauschmatrix \mathbf{Q} und der symmetrischen Messrauschmatrix \mathbf{S} . Wird die Abweichung der Zustandsschätzung (Schätzfehler)

$$\varepsilon_{xi} = x_i - x_{oi}$$

betrachtet, so kann der zugehörige Erwartungswert des Schätzfehlers für ergodische Prozesse aus der zeitlichen Mittelung

$$E\{\varepsilon_{xi}^2\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \varepsilon_{xi}^2 dt$$

gewonnen werden. Die Minimierung

$$\min_{\mathbf{L}} J(\mathbf{L})$$

der Verlustfunktion

$$J = \sum_{i=1}^I E\{\varepsilon_{xi}^2\}$$

durch Optimierung der Beobachtermatrix \mathbf{L} wird im Allgemeinen als Kalman- oder genauer als Kalman-Bucy-Filterentwurf bezeichnet. Für ein lineares, zeitinvariantes und vollständig beobachtbares System existiert eine eindeutige Lösung für die konstante Beobachtermatrix (engl. steady-state continuous-time kalman filter). [71, S. 252 ff.][16, S. 359 ff.][48, S. 371 ff.]

Häufig sind die Kovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{S} unbekannt. In diesem Fall können diese als diagonal und positiv definite Gewichtsmatrizen aufgefasst und vorgegeben werden. Die einzelnen Diagonalelemente der Systemrauschmatrix \mathbf{Q} entsprechen dabei der Varianz der jeweiligen Zustandsableitung $\sigma_{\dot{x}_i}^2$ und die Diagonalelemente der Messrauschmatrix \mathbf{S} der Varianz des zugehörigen Messwerts $\sigma_{y_n}^2$. Jede Varianz gleicht der spektralen Leistungsdichte des jeweiligen Störsignals. Werden zur Beobachtung nur Drehzahlgrößen von vergleichbarer Signalqualität genutzt, so kann die Varianz der Messgrößen mit einem Parameter σ_y^2 beschrieben werden. Analog lässt sich auch das Prozessrauschen der Drehzahlen und der Winkeldifferenzen auf die Parameter σ_v^2 und σ_d^2 reduzieren. Damit lassen sich die Rauschmatrizen

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \sigma_v^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \sigma_d^2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{S} = \mathbf{I} \sigma_y^2$$

mit den drei Rauschparametern σ_v^2 , σ_d^2 und σ_y^2 beschreiben. Die optimale Lösung ist unabhängig einer beliebigen Skalierung r der beiden Rauschmatrizen $\mathbf{Q}_r = r \mathbf{Q}$ und $\mathbf{S}_r = r \mathbf{S}$ und die optimale Beobachtermatrix ist nur von zwei Entwurfsparmetern abhängig, wie beispielsweise den Verhältnissen $r_v = \sigma_v^2 / \sigma_y^2$ und $r_d = \sigma_d^2 / \sigma_y^2$. Im Fall eines Störbeobachters kommt das Verhältnis $r_z = \sigma_z^2 / \sigma_y^2$ für das Zustandsrauschen des Störmodells hinzu, womit der Beobachterentwurf mit den Rauschmatrizen

$$\mathbf{Q}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{I} r_z & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} r_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} r_d \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{S}_r = \mathbf{I}$$

erfolgen kann. Die drei Entwurfsparmeter können als Gewichtung zwischen den Unsicherheiten des Modells und der Messung interpretiert werden. Dabei lassen sich die Unsicherheit bezüglich den Drehzahl- und Winkelverläufen sowie dem Störmodell unterscheiden. Je größer ein Entwurfsparmeter gewählt wird, desto geringer wird das Modell und mehr die Messung bei der Schätzung der Systemzustände gewichtet. Das Prozessrauschen \mathbf{v}_x besteht im Wesentlichen aus unbekannten Störeregungen mit der Varianz σ_v^2 , die direkt auf die Massenbeschleunigung wirken und gegenüber dem Prozessrauschen der Drehzahlen $\sigma_v^2 \gg \sigma_d^2$ dominieren. Damit kann der Entwurfsparmeter $r_d = \sigma_d^2 / \sigma_y^2 \ll r_v$ vernachlässigt werden ($r_d = 0$) und es bleiben die beiden Entwurfsparmeter r_v und r_z übrig. Die starke Reduktion der Anzahl an Entwurfsparmetern und deren intuitive Interpretation stellen einen wesentlichen Vorteil gegenüber der ersten Methode mit der Vorgabe von Eigenwerten dar. Für das Finden geeigneter Werte für die Entwurfsparmeter empfiehlt es sich, verschiedene Werte auszuprobieren und die jeweiligen berechneten Beobachtermatrizen in einer Simulation mit realistischen Störungen zu überprüfen und gegebenenfalls iterativ zu optimieren.

Das im Beobachter enthaltene nichtlineare Störmodell ($\mathbf{A}_z = \mathbf{A}_{z0} \Omega$) wurde bis jetzt als linear angenommen, was jedoch außerhalb des Arbeitspunkts zu einem instabilen Beobachter führen kann. Aus diesem Grund wird die Beobachtermatrix ebenfalls abhängig von der Maschinendrehzahl gewählt. Dazu wird für verschiedene Maschinendrehzahlen Ω_r eine Beobachtermatrix \mathbf{L}_r entworfen und je nach aktuell ermittelter Maschinendrehzahl eine zwischen den berechneten Beobachtermatrizen interpolierte Beobachtermatrix verwendet (engl. gain-scheduling [1, S. 295 ff.]). Im Abschnitt 7.3.3 sind am Versuchsaufbau experimentell gewonnene Schätzergebnisse eines solchen Störbeobachters gezeigt.

7 Entwurfsbeispiel

In diesem Kapitel werden experimentell gewonnene Messergebnisse zur Überprüfung der vorangegangenen Regelungsstrukturen und Entwurfsverfahren diskutiert. Hierfür wurde ein Reihenschwinger mit zehn örtlich diskreten, mechanischen Freiheitsgraden am Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik der Technischen Universität Darmstadt aufgebaut, welcher im Bild 7.1 abgebildet ist.

Zunächst wird auf die mechanische Struktur des Versuchsaufbaus und die zugehörige Modellierung eingegangen. Mit dem Abschnitt Identifikation folgt die theoretische Untersuchung der Identifizierbarkeit von Modellparametern am Beispiel. Daraufhin werden typische Messdaten und deren Aufbereitung im Zeitbereich dargestellt, nicht parametrische Frequenzgänge geschätzt und die behandelten Möglichkeiten zur Unterdrückung von Störungen bei der Schätzung gezeigt. Am Ende der Identifikation steht die Schätzung von mechanischen Modellparametern.

Der letzte Abschnitt überprüft experimentell die Wirksamkeit der verschiedenen regelungstechnischen Konzepte. Begonnen wird mit der aktiven Schwingungsdämpfung durch eine PI-Drehzahlrückführung mit Eingangsverkopplung und der Reduktion von Winkeldifferenzen durch eine dynamische Änderung der Antriebsdrehmomentaufteilung auf einzelne Stellglieder. Am Ende wird die Schwingungsreduktion durch eine Störgrößenaufschaltung mithilfe von Beobachtern gezeigt.



Bild 7.1: Versuchsaufbau des Zehn-Massen-Drehschwingers

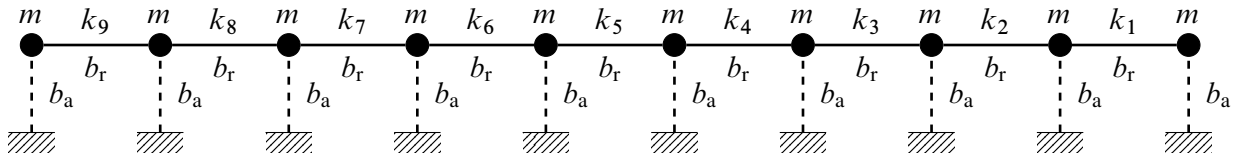


Bild 7.2: Zehnmassenmodell

7.1 Mechanischer Aufbau und Modellierung

Zum mechanischen Antreiben des Versuchsaufbaus stehen zehn Gleichstrommotoren mit durchgehender Motorwelle zur Verfügung, die die mechanischen Freiheitsgrade darstellen. Zur Erhöhung der Drehträgheit wurde je Motor ein Rad mit zwei Armen auf die Motorwelle montiert. Die Motorwellen sind elastisch mit Torsionsfedern verbunden und bilden zusammen ein drehschwingungsfähiges System. Die Drehträgheit einer Radkonstruktion inklusive des Motors ist wesentlich höher als die einer Drehfeder und es ist ausreichend, nur die Radkonstruktionen als örtlich konzentrierte Massenträgheit mit jeweils einem mechanischen Freiheitsgrad zu modellieren. Umgekehrt ist die Radkonstruktion und die Motorwelle viel steifer als die Torsionsfedern und es genügt, bei der Modellierung nur die Torsionsfedern als Elastizität zu berücksichtigen. Im Inneren der Räder ist jeweils ein Winkelsensor verbaut, wodurch die Winkellage jedes mechanischen Freiheitsgrads messtechnisch erfasst werden kann.

Der Versuchsaufbau wird als lineares Mehrkörpersystem modelliert, dessen Struktur Bild 7.2 zeigt. Dabei wurden die absoluten und die relativen mechanischen Dämpfungen und die Massenträgheiten zu den gemittelten Parametern

$$b_a = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N b_{an} \quad , \quad b_r = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} b_{rn} \quad \text{und} \quad m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N m_n$$

zusammengefasst. Inklusive der neun relativen Steifigkeiten k_1 bis k_9 ergeben sich insgesamt 12 zu identifizierende mechanische Parameter.

7.2 Identifikation

Dieser Abschnitt zeigt die schrittweise Identifikation der mechanischen Modellparameter am Beispiel, angefangen von der Überprüfung der Identifizierbarkeit der Modellparameter anhand geplanter Messdaten, über die Störungsreduktion, der Ermittlung von nicht parametrischen Frequenzgängen bis hin zur Schätzung einzelner mechanischer Modellparameter. Die Schätzung modaler Kenngrößen wurde bereits im Abschnitt 4.4 auf Seite 75 der Experimentellen Modalanalyse behandelt und die Ergebnisse können der Tabelle 7.2 entnommen werden.

7.2.1 Identifizierbarkeit

Vor der Identifikation der mechanischen Modellparameter wird deren lokale Identifizierbarkeit überprüft (siehe Abschnitt 4.2). Zur Identifikation wurde die Messung der Frequenzgänge

$$(\dot{q}_1 \leftarrow f_1), (\dot{q}_4 \leftarrow f_1), (\dot{q}_7 \leftarrow f_1) \text{ und } (\dot{q}_{10} \leftarrow f_1)$$

mit einer Frequenzauflösung von $\Delta f = 50$ mHz im Frequenzintervall 0,1 Hz bis 10 Hz geplant. Die Singulärwertzerlegung der Sensitivitätsmatrix (4.5) zeigt für die in der Tabelle 7.1 aufgeführten Startwerte der Modellparameter, dass alle Singulärwerte größer Null sind und die Matrixkondition (4.6) in der Größenordnung 10^3 liegt. Damit sind alle Modellparameter eindeutig identifizierbar. Die Identifizierbarkeitsmaße der einzelnen Parameter nach (4.7) können der Tabelle 7.1 entnommen werden. Hiernach hat die zusammengefasste Massenträgheit m das größte Identifizierbarkeitsmaß und kann mit den gewählten Messdaten am besten identifiziert werden. Die zusammengefasste mechanische, relative Dämpfung b_r lässt sich am schlechtesten identifizieren.

7.2.2 Messdaten

Als Messdaten wurden die Motorströme i_1 bis i_{10} , die Drehzahlen \dot{q}_1 bis \dot{q}_{10} und die Winkeldifferenzen $\Delta q_1 = q_2 - q_1$ bis $\Delta q_9 = q_{10} - q_9$ aufgezeichnet. Bild 7.3 zeigt beispielhaft Messdaten, die an den mechanischen Freiheitsgraden 1 und 10 aufgezeichnet wurden. Dargestellt ist je Diagramm eine einzelne Messung (hellgrau) und die Mittelung über 34 Einzelmessungen (schwarz). Für die Messung wurden alle Motoren mit einem Gleichstrom beaufschlagt, um den Reihenschwinger in Rotation zu versetzen. Zusätzlich wurde am 10. Motor ein Gleitsinussignal zur dynamischen Erregung der Strecke überlagert.

Das Drehzahlsignal zeigt aufgrund der relativ geringen Winkelauflösung der Sensorik (2000 Inkremente pro Umdrehung) und der verwendeten Methode zur Drehzahlgewinnung (Anzahl Inkremente je Millisekunde) eine grobe Wertquantisierung (mittlere Diagramme, hellgraue Linie). Durch die Mittelung lässt sich dieser Effekt deutlich reduzieren. Die Mittelung über mehrere Messungen ist möglich (mittlere Diagramme, schwarze Linie), da das Erregersignal reproduzierbar ist und mit den einzelnen Messungen zeitlich synchronisiert werden kann. Dabei wird eine Änderung des Systemverhaltens über mehrere Messungen hinweg vernachlässigt.

Die Winkeldifferenzen und Motorströme zeigen ein vergleichsweise geringes Rauschen. Zu erkennen ist, dass die Systemantwort grundsätzlich mit zunehmender Erregerfrequenz erwartungsgemäß abnimmt und höherfrequente Erregungen sich nur noch lokal an der Erregerposition auswirken (vgl. Winkeldifferenzantwort links mit rechts unten im Bild 7.3 ab ca. $t > 20$ s).

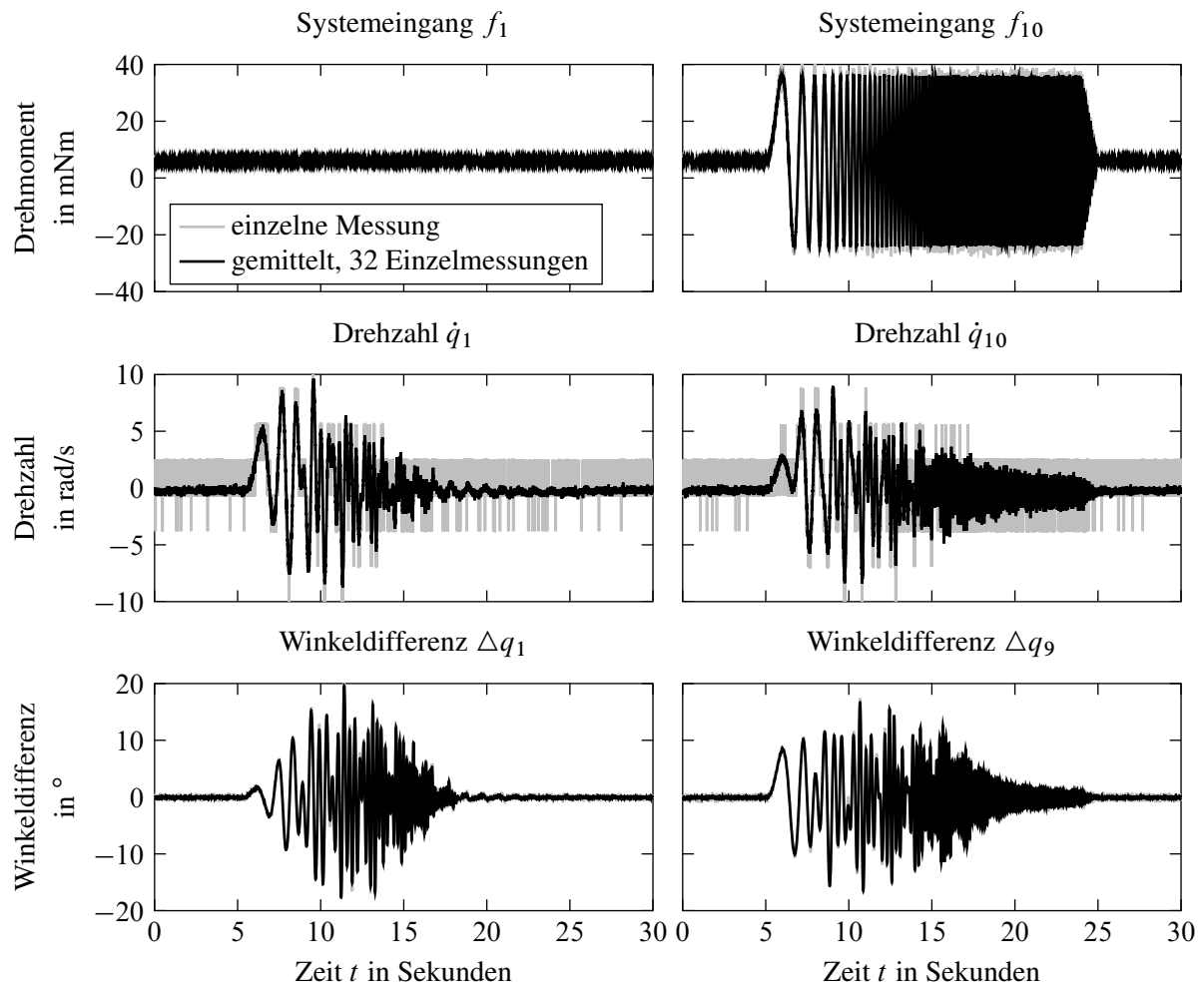


Bild 7.3: Messdatenbeispiel

7.2.3 Schätzung nicht parametrischer Frequenzgänge

Mithilfe der aufgezeichneten Ein- und Ausgangssignale können die Frequenzgänge ermittelt werden (Abschnitt 4.3.2). Bild 7.4 zeigt beispielhaft die zwei geschätzten Frequenzgänge ($\dot{q}_1 \leftarrow f_1$) und ($\dot{q}_4 \leftarrow f_1$) (graue Volllinie). Die Schätzung erfolgte nach der H0-Methode (4.11) mit vorheriger Mittelung im Zeitbereich von 34 Einzelmessungen. Die Tilgungsstellen (Nullstellen) und die Resonanzüberhöhungen treten im kollozierten Übertragungspfad ($\dot{q}_1 \leftarrow f_1$) abwechselnd über der Frequenz f auf. Mit größer werdender Entfernung des Systemausgangs zum Erregerort treten im zugehörigen Übertragungspfad weniger Tilgungsstellen auf, wie der Vergleich zwischen den Beispielpfaden ($\dot{q}_1 \leftarrow f_1$) und ($\dot{q}_4 \leftarrow f_1$) zeigt. Dieses prinzipielle Verhalten zeigt sich auch in Übertragungspfaden mit einem Differenzwinkel als Systemausgang.

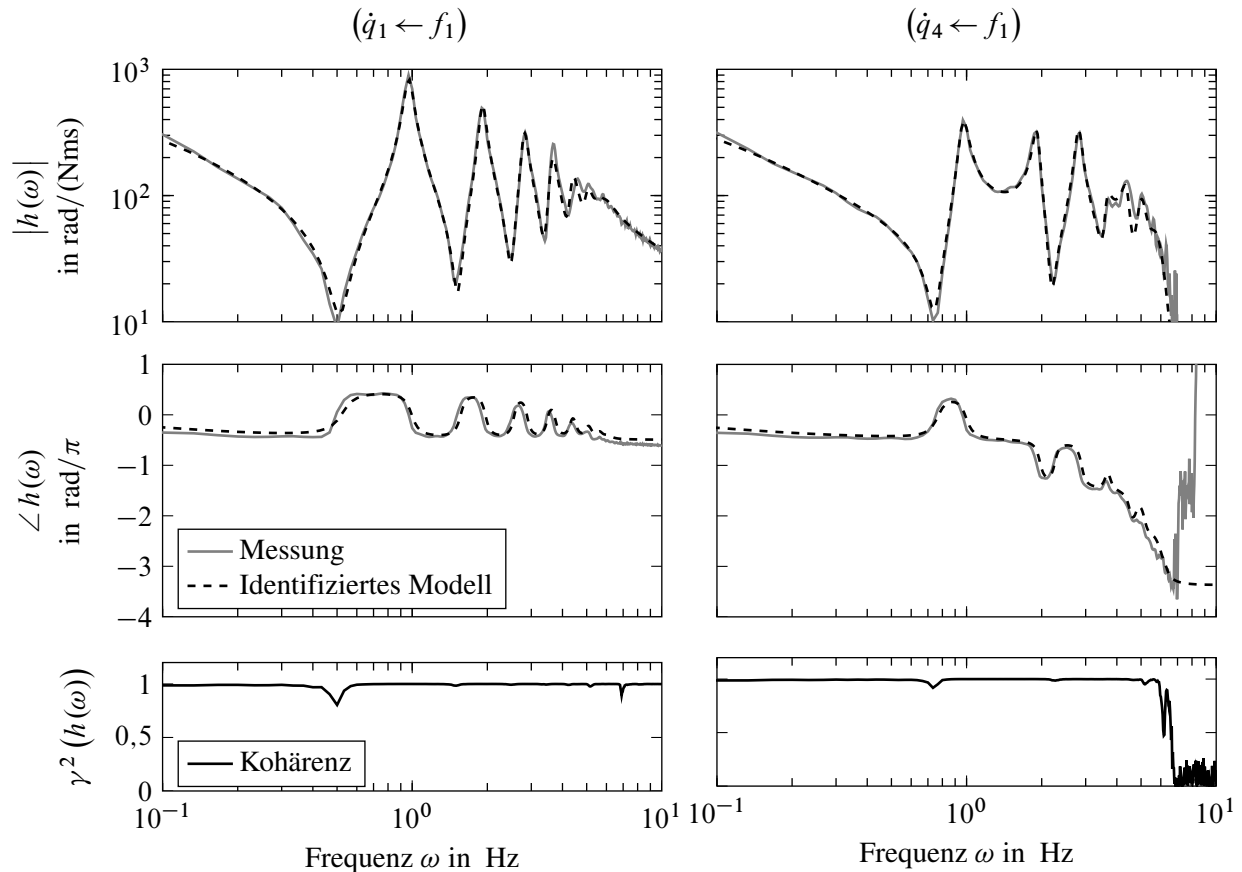


Bild 7.4: Vergleich gemessener und theoretischer Frequenzgänge

Die beiden unteren Diagramme zeigen den Verlauf der Kohärenzfunktion (4.12) zur Bewertung der Messqualität. Der nahezu durchgängige hohe Wert von über 95% lässt auf eine hohe Messqualität schließen. Der Kohärenzabfall des zweiten Frequenzgangs ($\Delta q_4 \leftarrow f_1$) ab ca. 6 Hz ist auf den starken Amplitudenabfall im Antwortsignal für höhere Frequenzen und der damit einhergehenden Abnahme des Signal-Rausch-Verhältnisses zurückzuführen. Die weiteren kleinen Einbrüche der Kohärenz sind auf periodische Störeregungen aufgrund der mittleren Drehzahl bei ca. 7 Hz und auf ein schlechtes Signal-Rausch-Verhältnis in der Nähe von Tilgungsfrequenzen bei ca. 0,5 Hz und 0,7 Hz zurückzuführen.

7.2.4 Unterdrückung von periodischen Störungen

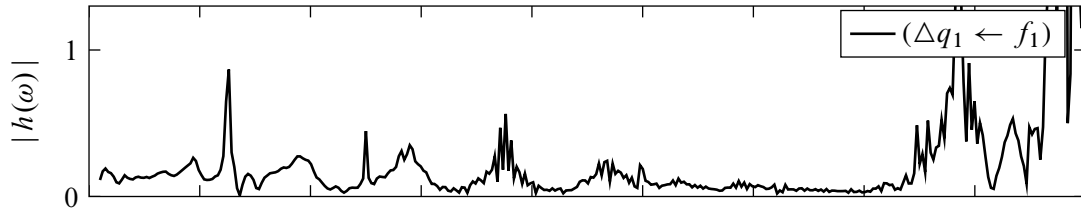
Zum Vergleich der einzelnen Strategien zur Unterdrückung von Störungen aus Abschnitt 4.3.4 zeigt Bild 7.5 verschiedene geschätzte Amplitudengänge. Zur Vergleichbarkeit beträgt die Gesamtmessdauer jeweils ca. $t_{\text{ges}} \approx 6$ min. Neben den bereits im System enthaltenen periodischen Störerregungen wurden hier zusätzlich winkelabhängige Störungen in das System eingebracht. Dazu wurde am ersten mechanischen Freiheitsgrad einer der zwei mitdrehenden Arme verwendet, der winkelabhängig gegen einen feststehenden Pinsel schlug und so bei einer konstanten mittleren Drehzahl eine periodische Erregung bewirkte. Links im Bild 7.11 auf Seite 151 ist der mechanische Aufbau der zusätzliche Erregung mit dem Pinsel skizziert. Während der Messungen betrug die Grunddrehzahl des Versuchsaufbaus (Maschinendrehzahl) und damit auch die Grundfrequenz der Störungen $\Omega = \omega_z = 1,25$ Hz beziehungsweise einer Periode von $t_p = 0,8$ s.

Im ersten Bild 7.5a wurden die Einzelmessungen mit einer jeweiligen Messzeit von $t_m = 40,4$ s inklusive des Ausschwingvorgangs immer zum gleichen Maschinenwinkel gestartet. Deutlich sind die gestörten Frequenzstützstellen im Bereich der harmonischen Störfrequenzen 1,25 Hz, 2,5 Hz und 3,75 Hz zu erkennen. Aufgrund der ungünstigen Einzelmessdauer mit einem nicht ganzzahligen Vielfachen der Maschinenperiode sind mehrere Frequenzstützstellen um die harmonischen Störfrequenzen verfälscht.

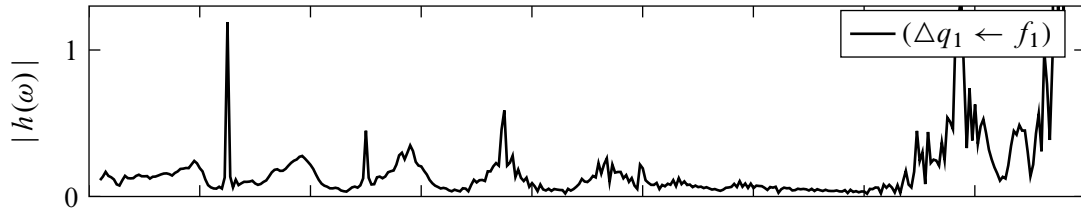
Eine Konzentration der harmonischen Störungen auf jeweils einen Frequenzstützpunkt durch die Anpassung der Einzelmessdauer auf ein ganzzahliges Vielfaches der Maschinenperiode $t_m = 50/\Omega = 40$ s ist im Bild 7.5b zu erkennen (Methode A, 4.3.4). Hierfür wurden die gleichen Messdaten verwendet, jedoch in entsprechend geringfügig kürzere Einzelmessungen zerschnitten. Dies ist möglich, da der Ausschwingvorgang, aufgrund der vergleichsweise geringen Kürzung der Einzelmessdauer, in jeder Einzelmessung enthalten bleibt. Der Vergleich mit Bild 7.5a zeigt, dass die periodischen Störungen deutlich weniger Frequenzstützstellen stören.

Für den Amplitudengang im Bild 7.5c wurde eine Messung verwendet, deren Startzeitpunkte der Einzelmessungen wieder vom Maschinenwinkel abhing, jedoch jeweils um 90° verschoben begannen (Methode B, Abschnitt 4.3.4). Der Einfluss der harmonischen Störungen auf die jeweiligen Frequenzstützstellen ist erheblich reduziert. Zusätzlich zum Amplitudengang ist die Kohärenzfunktion dargestellt. Deutlich ist der Abfall im Bereich der störrharmonischen Frequenzen erkennbar, die aufgrund der vorhandenen Kompensierung der periodischen Störungen nicht mehr als gestört betrachtet werden müssen und somit die Kohärenz an dieser Stelle nicht zum Erkennen von gestörten Frequenzstützstellen verwendet werden kann.

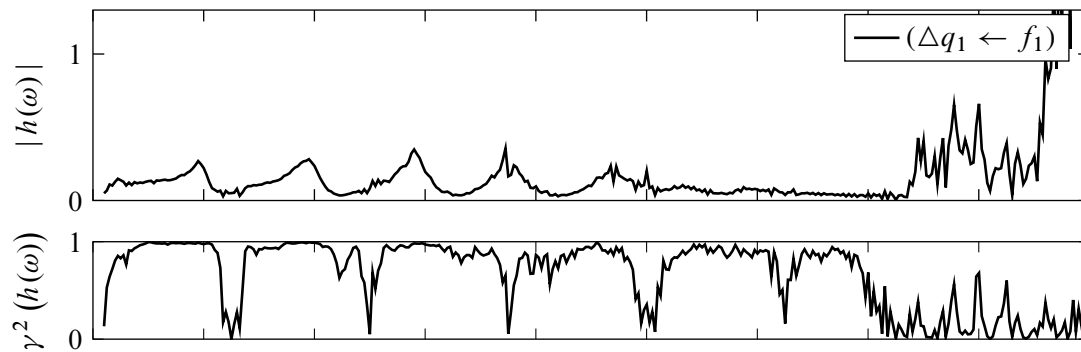
Bild 7.5d zeigt das Ergebnis einer periodischen Gleitsinuserregung mit einer halbierten Einzelmessdauer $t_{\text{ges}} = 20,2$ s nach Methode B. Durch die kürzere Einzelmessdauer konnte die Anzahl an Einzelmessungen während einer vergleichbaren Gesamtmessdauer verdoppelt werden. Die Frequenzauflösung ist dadurch halbiert und Störungsauswirkungen können aufgrund der höheren Anzahl an Einzelmessungen zur Mittelung weiter reduziert werden. Die periodischen Störungen sind wie im vorherigen Fall erheblich reduziert.



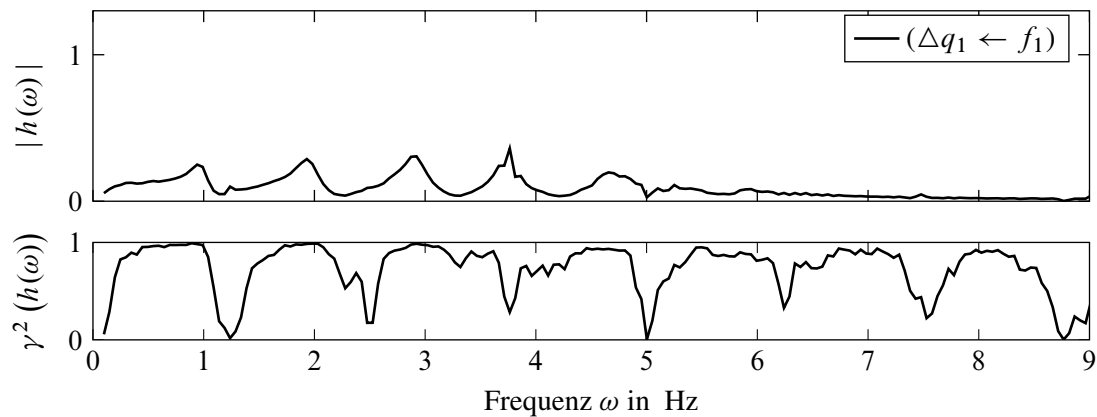
(a) Nicht periodische Messung: 8 Einzelmessungen, maschinenwinkelsynchron ohne Offset
Messzeit $t_m = 50,5 \times t_p = 40,4$ s, Gesamtmesszeit $t_{\text{ges}} \approx 6$ min, Gleitsinusdauer $t_{\text{GS}} \approx 28$ s



(b) Nicht periodische Messung: 8 Einzelmessungen, maschinenwinkelsynchron ohne Offset
Messzeit $t_m = 50 \times t_p = 40$ s, Gesamtmesszeit $t_{\text{ges}} \approx 6$ min, Gleitsinusdauer $t_{\text{GS}} \approx 28$ s



(c) Nicht periodische Messung: 8 Einzelmessungen, maschinenwinkelsynchron mit Offset
Messzeit $t_m = 50 \times t_p = 40,0$ s, Gesamtmesszeit $t_{\text{ges}} \approx 6$ min, Gleitsinusdauer $t_{\text{GS}} \approx 28$ s



(d) Periodische Messung: 16 Einzelmessungen, fortlaufend
Messzeit $t_m = 25,25 \times t_p = 20,2$ s, Gesamtmesszeit $t_{\text{ges}} \approx 6$ min, Gleitsinusdauer $t_{\text{GS}} \approx 18$ s

Bild 7.5: Vergleich verschiedener H0-Frequenzgangschätzungen, Grunddrehzahl $\Omega \approx 1,25$ Hz

Tabelle 7.1: Mechanische Modellparameter

Parameter	Startwert	opt. Wert	Einheit	Identifizierbarkeitsmaß
m	500	469	$\cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$	$32 \cdot 10^8$
k_1	200	175	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$24 \cdot 10^5$
k_2	200	171	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$17 \cdot 10^6$
k_3	200	178	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$56 \cdot 10^6$
k_4	200	174	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$10 \cdot 10^7$
k_5	200	180	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$13 \cdot 10^7$
k_6	200	175	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$10 \cdot 10^7$
k_7	200	179	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$56 \cdot 10^6$
k_8	200	165	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$16 \cdot 10^6$
k_9	200	216	$\cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad}$	$14 \cdot 10^5$
b_r	300	398	$\cdot 10^{-6} \text{ Nms/rad}$	$28 \cdot 10^4$
b_a	300	240	$\cdot 10^{-6} \text{ Nms/rad}$	$43 \cdot 10^6$

Tabelle 7.2: Eigenfrequenz und Dämpfung vom optimierten Modell

Eigenfrequenz* in Hz	0,1	1,0	1,9	2,8	3,7	4,5	5,1	5,6	5,9	6,1
Dämpfung ζ in %	100,0	4,9	3,5	3,4	3,7	4,0	4,3	4,6	4,8	5,0

*Konjugiert-komplexe Eigenwertpaare (Dämpfung < 100%) sind einfach aufgeführt.

7.2.5 Identifikation mechanischer Parameter

Zur Identifikation der mechanischen Parameter werden die Steifigkeitsparameter zwischen den mechanischen Freiheitsgraden $k_n = k$ in einem ersten Schritt als identisch und eine homogene Verteilung der Massenträgheiten $m_n = m$ angenommen. Mithilfe der Gleichung (4.15), der ersten vier abgelesenen Kennkreisfrequenzen aus der Tabelle 4.2, und der theoretisch berechneten Massenträgheit $m = 500 \text{ kgmm}^2$ kann die mittlere Steifigkeit zu $\hat{k} = 192 \text{ Nmm/rad}$ abgeschätzt werden.

In einem zweiten Schritt wurden die Dämpfungsparameter b_a und b_r des gedämpften Modells aus Bild 7.2 identifiziert. Hierfür wurden die Frequenzgänge $(\dot{q}_1 \leftarrow f_1)$, $(\dot{q}_4 \leftarrow f_1)$, $(\dot{q}_7 \leftarrow f_1)$ und $(\dot{q}_{10} \leftarrow f_1)$ genutzt. Die Modellparameter wurden mithilfe der nichtlinearen Verlustfunktion (4.19) optimiert und sind der Tabelle 7.1 zu entnehmen.

Zum visuellen Vergleich des Modellverhaltens mit den tatsächlich gemessenen Verhalten sind neben den gemessenen Frequenzgängen auch die aus dem Modell berechneten Frequenzgänge im Bild 7.4 auf Seite 139 dargestellt (Strichlinie, schwarz). Das Modell mit den identifizierten Modellparameter bildet das Schwingungsverhalten qualitativ wie auch quantitativ gut ab. Auch eine Überprüfung der in Tabelle 7.2 aufgeführten Eigenwerte des identifizierten Modells mit denen aus der Experimentellen Modalanalyse aus Tabelle 4.3 bestätigt das identifizierte Modell.

7.3 Regelung

In diesem Abschnitt werden die verschiedenen Aspekte zur Regelung experimentell gezeigt. Angefangen bei der aktiven Schwingungsdämpfung durch eine Drehzahlrückführung über die Reduzierung von Winkeldifferenzen durch eine dynamische Aufteilung des Drehmoments auf mehrere Eintriebsstellen schließt der Abschnitt mit der Kompensation von Störungen durch eine beobachtergestützte Störgrößenaufschaltung.

7.3.1 Aktive Schwingungsdämpfung

Zunächst wird die PI-Drehzahlrückführung mit einer Regelgröße (Eingangsverkopplung, Struktur siehe Bild 5.5 auf Seite 94) am Versuchsaufbau getestet. Zur Regelung werden die Stellorte eins, vier und sieben und die zugehörigen Drehzahlen der Stellorte verwendet. Aufgrund der bereits erwähnten Wertquantisierung der gemessenen Drehzahlen werden diese jeweils mit einem PT1-Tiefpass (Grenzfrequenz $f_g \approx 10$ Hz) geglättet, bevor diese dem Regler zugeführt werden. Die PT1-Glieder wurden der Strecke zugeschlagen und der Reglerentwurf erfolgt nach (6.7) mit einer maximalen Stellnormgrenze von $\alpha_R = 24$.

Bild 7.6 zeigt beispielhaft die Messwerte für die drei Systemeingänge \mathbf{u} (oberes Diagramm), alle zehn gemessenen Drehzahlen $\dot{\mathbf{q}}$ mit Führungsgröße w_1 (mittleres Diagramm) und alle neun gemessenen Winkeldifferenzen $\Delta \mathbf{q}$ (unteres Diagramm) des geregelten Systems für ein vorgegebenes Drehzahlprofil. Zunächst wird von Null auf 7,5 Hz beschleunigt. Dabei werden Resonanzfrequenzen durchfahren, wodurch es zu größeren Amplitudenschwankungen der Winkeldifferenzen während der Beschleunigungsphase zwischen 10 s und 20 s kommt. Erregt werden die Resonanzen aufgrund der bereits erwähnten systemimmanenten Störkräfte im Versuchsaufbau. Der gemessene Motorstrom ist vergleichsweise stark verrauscht, lässt jedoch die drei verwendeten Stelleingänge deutlich erkennen. Nach ca. 40 s wird die Drehzahl auf ca. 3,7 Hz reduziert. Hierdurch wird insbesondere die vierte elastische Eigenform (Resonanzfrequenz) durch die vorhandenen periodischen Störungen erregt. Nach dem Abschalten der Regelung und dem gleichzeitigen Beibehalten der mittleren Stellgrößen nach ca. 70 s ist das System nicht mehr aktiv gedämpft, jedoch wird die mittlere Drehzahl näherungsweise konstant gehalten. Deutlich zu erkennen ist der starke Anstieg der Differenzwinkelamplitude aufgrund der verbleibenden Erregung der vierten elastischen Eigenform und der fehlenden aktiven Schwingungsdämpfung beziehungsweise der abgeschalteten Drehzahlrückführung.

Zur Beurteilung der Regelung im Frequenzbereich sind beispielhaft die Amplitudengänge für die Erregerorte eins, sechs und zehn zu den Antwortsignalen der Differenzwinkel eins, sechs und neun für das ungeregelte (OL, Volllinie) und das geregelte System (CL, Strichlinie) im Bild 7.7 dargestellt. Zum Vergleich zwischen Modell und Versuchsaufbau sind jeweils die theoretisch errechneten (Linienfarbe: grau) und die tatsächlich gemessenen Amplitudengänge (Linienfarbe: schwarz) dargestellt. Zunächst ist zu erkennen, dass bei allen neun Übertragungspfaden die gemessenen und die berechneten (Modell) Amplitudengänge des offenen Regelkreises gut übereinstimmen (schwarze und graue Volllinie) und die größten Amplituden erwartungsgemäß im Übertragungspfad

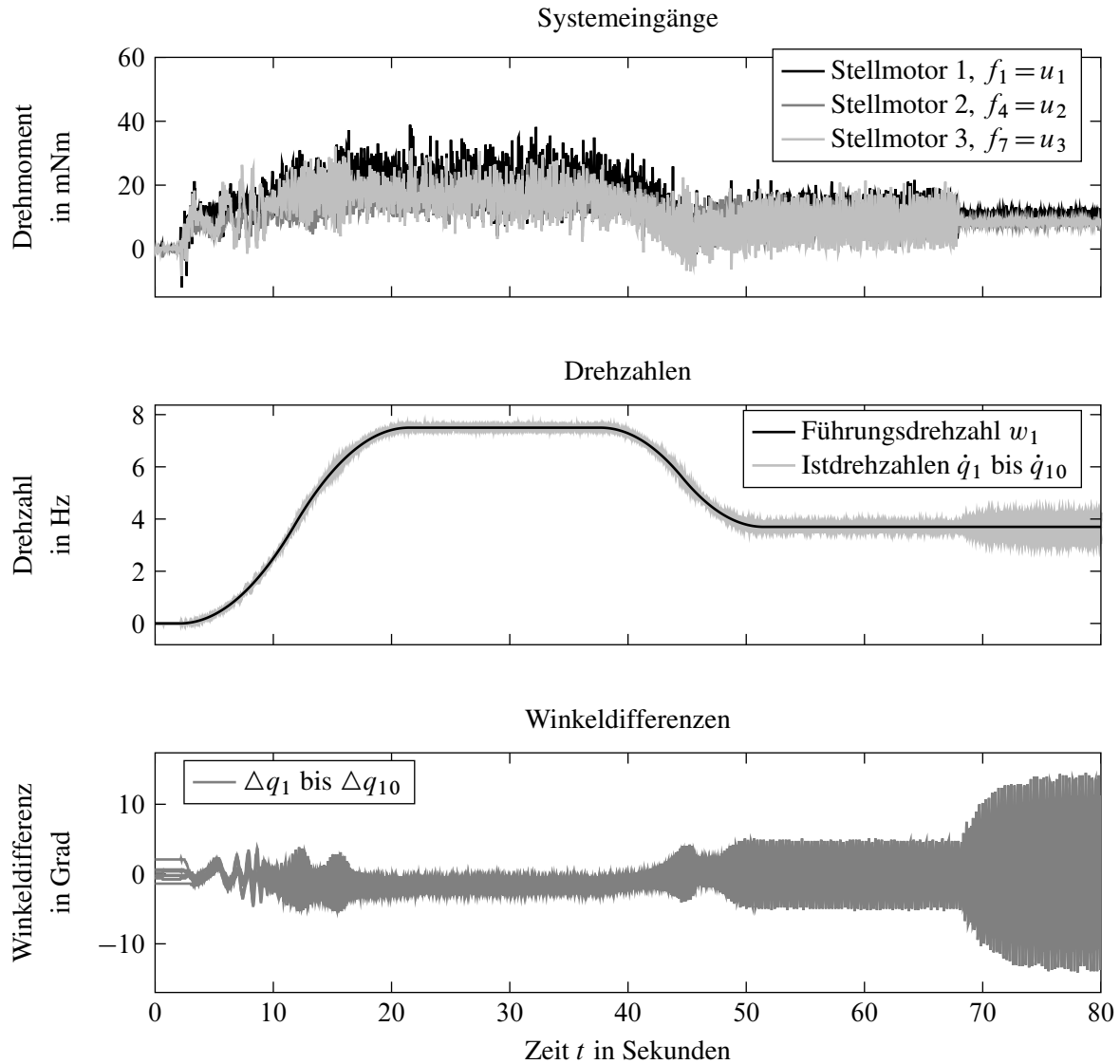


Bild 7.6: Beispielmessung für aktive Schwingungsdämpfung

($\Delta q_6 \leftarrow f_1$) und ($\Delta q_6 \leftarrow f_{10}$) auftreten. Das liegt daran, dass an den Randpositionen eins und zehn insbesondere die dominante erste elastische Eigenform gut angeregt wird und die zugehörigen Differenzwinkel im mittleren Bereich des Reihenschwingers die größten Werte aufweisen (vgl. Abschnitt 3.4). Das geregelte System zeigt eine deutliche Dämpfung der einzelnen Frequenzgänge und die Messergebnisse stimmen qualitativ mit den berechneten Verläufen des geregelten Modells überein. Der Übertragungspfad ($\Delta q_9 \leftarrow f_{10}$) lässt bei ca. 4 Hz und 5,5 Hz eine geringere Dämpfung in der Messung erkennen, die qualitativ auch im berechneten Frequenzgang auftritt, was auf die größere Entfernung zum nächstgelegenen Stellglied zurückgeführt wird. Würden die Stellglieder ungeachtet eines möglichen Abhebens von Zahnflanken in realen Druckmaschinen über den Reihenschwinger aufgeteilt und zum Beispiel die Position des dritten Motors zum Ende hin verschoben, so wäre aus theoretischer Sicht eine stärkere Dämpfung im Übertragungspfad ($\Delta q_9 \leftarrow f_{10}$) zu erwarten. Insgesamt werden die Resonanzüberhöhungen wie gewünscht stark gedämpft und liegen mit der Regelung deutlich unter 10 rad/Nm.

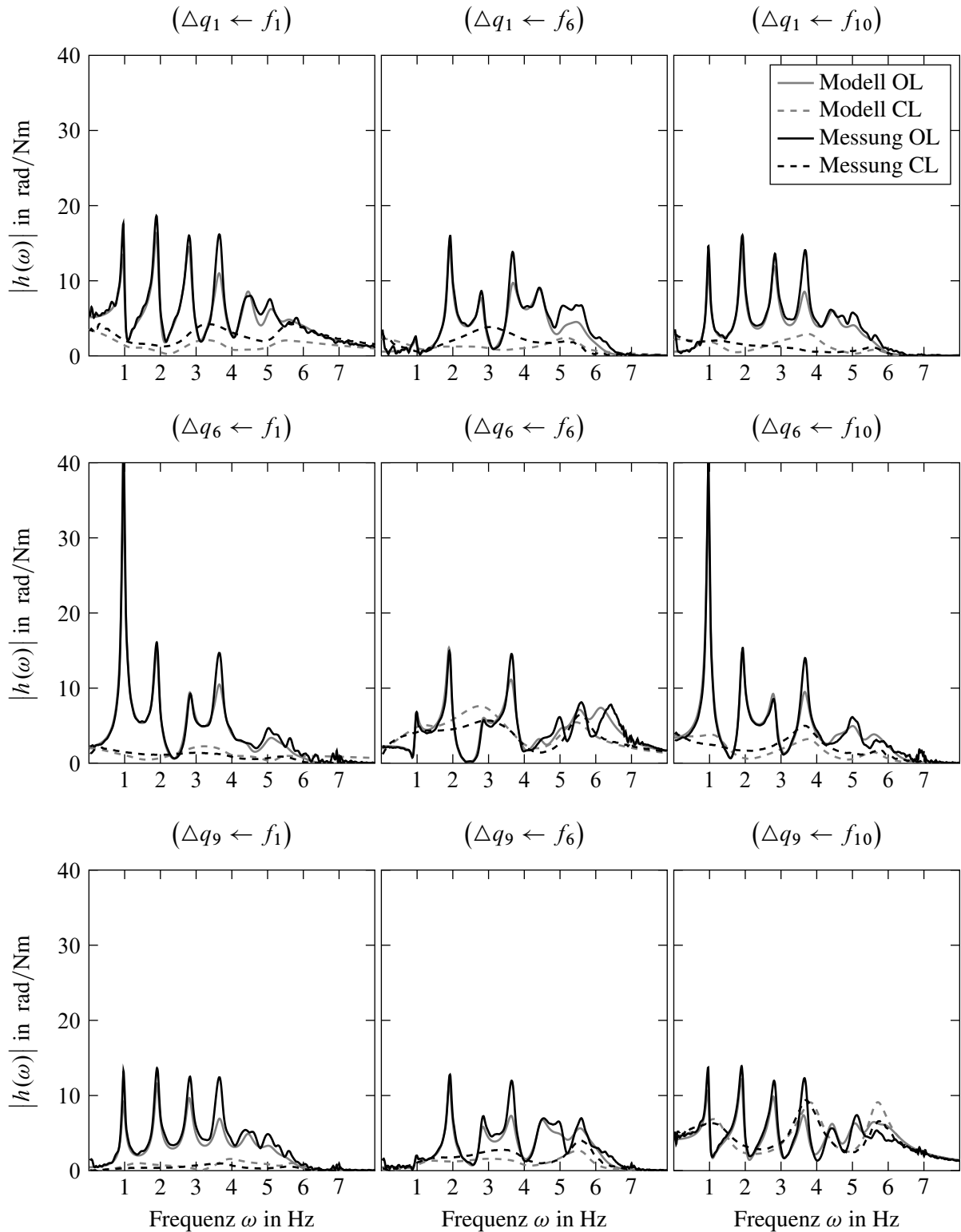


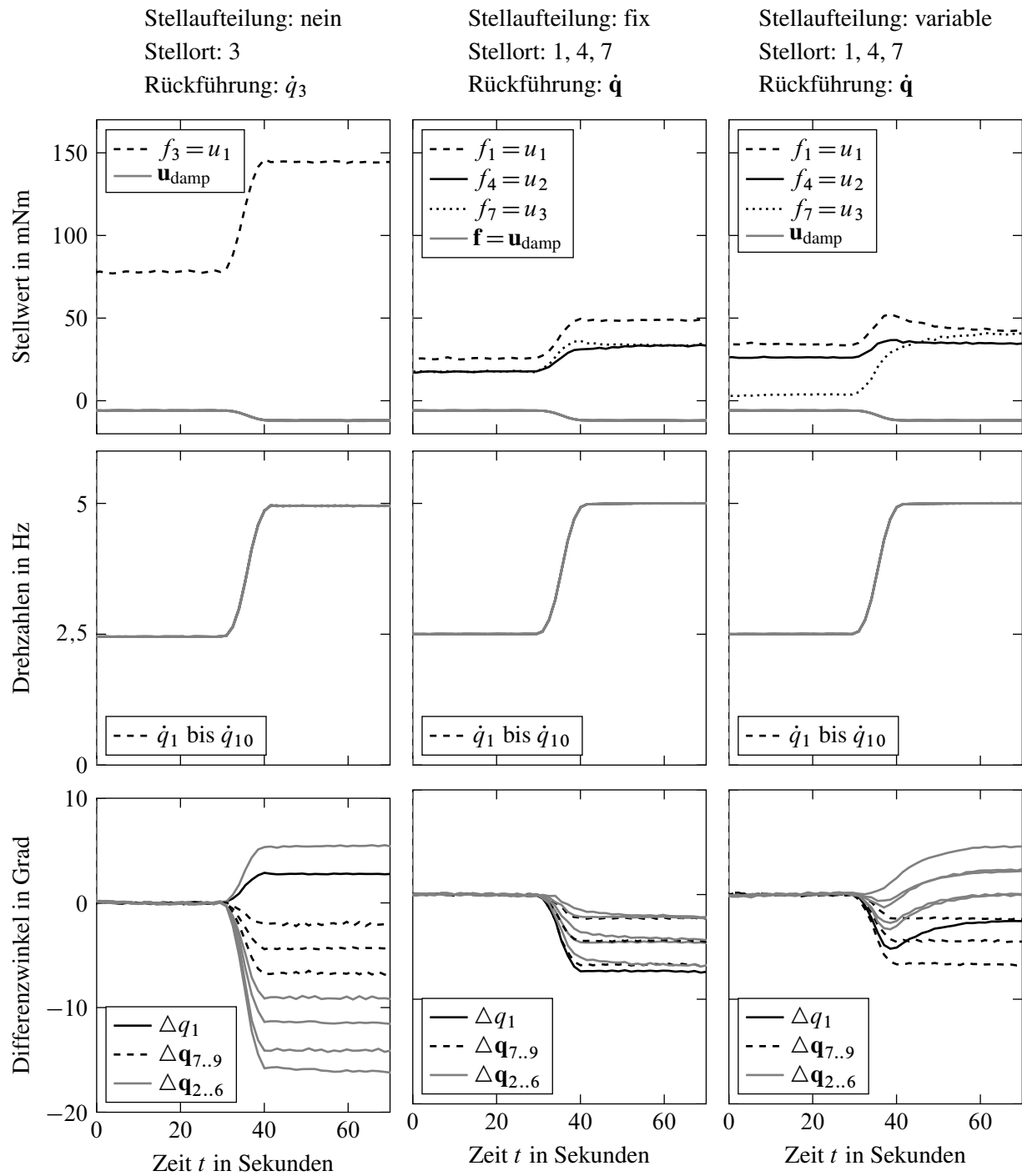
Bild 7.7: Vergleich von gemessenen und berechneten Amplitudengängen des geregelten und unregulierten Zehnmassenschwingers. Zur Regelung wurden die drei Stellmotoren an den Positionen eins, vier und sieben verwendet und nur die Stellortdrehzahlen zurückgeführt.

Weitere Frequenzgangsmessungen mit anderen Reglerstrukturen sind im Anhang C aufgeführt. So zeigt Bild C.1 nur einen geringen Unterschied zum vorherigen Bild, wenn alle zehn Drehzahlen zurückgeführt werden. Bereits die lokale Rückführung der Stellordrehzahlen zeigt eine beachtliche Dämpfung des Systems, wie Bild C.2 zeigt. Interessant ist auch Bild C.3 mit der vergleichsweise starken Dämpfung des Systems, die bereits mit einem Stellort an der Position eins erreicht werden kann. Bild C.4 zeigt das ungünstige Regelungsergebnis, wenn der einzige Stellort in einem Schwingungsknoten (dritter mechanischer Freiheitsgrad) liegt und dadurch der zugehörige Eigenwert bei ca. 2 Hz nicht gedämpft werden kann.

7.3.2 Aufteilung des Antriebsdrehmoments

Mit der Aufteilung des Antriebsdrehmoments auf verschiedene Stellorte kann die Drehmomentflussrichtung im Antriebsstrang eingestellt werden (siehe Abschnitt 5.7 und 6.1). Darüber hinaus erlaubt eine vom Gesamtdrehmomentbedarf abhängige Verteilung des Antriebsdrehmoments eine Reduzierung von Differenzwinkeländerungen im Räderzug, welche aufgrund eines geänderten Gesamtdrehmomentbedarfs der Druckmaschine auftreten können (vgl. Abschnitt 6.1). Einhergehende Änderungen des Umfangspassers oder des Umfangsregisters – zum Beispiel durch temporär auftretende Beschleunigungsdrehmomente, ein geänderter Gesamtdrehmomentbedarf durch Erwärmung der Druckmaschine oder Änderung der Produktionsdrehzahl – werden reduziert.

Bild 7.8 vergleicht drei verschiedene Regelungen. Für den Vergleich wurden Stelldrehmomente, Drehzahlen und Winkeldifferenzen aufgezeichnet, die sich bei einer Drehzahländerung von 2,5 Hz auf 5 Hz ergeben. Dabei entspricht jede Spalte mit Diagrammen einem Regler und jede Zeile den eingepägten Systemeingängen \mathbf{f} (Motoren), den gemessenen Drehzahlen $\dot{\mathbf{q}}$ oder den gemessenen Winkeldifferenzen $\Delta\mathbf{q}$ zwischen den benachbarten Drehträgheiten. Die aufgezeichneten Messsignale wurden stark geglättet, um die quasistatischen Effekte hervorzuheben. Die niedrige Drehzahl von 2,5 Hz kann beispielsweise den Einrichtbetrieb der Druckmaschine darstellen, bei dem das Umfangsregister eingestellt wird und die quasistationären Winkeldifferenzen nach dem Einstellvorgang im Idealfall Null sind. Die gemessenen Winkeldifferenzen wurden mit einem Offset versehen, so dass diese während der kleinen Drehzahl zwischen der Messzeit $t = 0$ s bis ca. $t = 30$ s ungefähr bei Null liegen, was dem Einstellen des Umfangsregister entsprechen soll. Die größere Drehzahl von 5 Hz zwischen der Messzeit $t = 40$ s bis 70 s soll die tatsächliche Produktionsdrehzahl darstellen, die nach dem Einrichtbetrieb angefahren wird. Aufgrund des Beschleunigungsvorgangs und der erhöhten Produktionsdrehzahl steigt der gesamte Drehmomentbedarf und es kommt zu veränderten Differenzwinkeln (vgl. Abschnitt 6.1). Zur Steigerung des Drehmomentbedarfs wurde an allen zehn Motoren jeweils ein drehzahlabhängiges Drehmoment beaufschlagt, welches einem absolut wirkenden, viskosen Dämpfer an dem jeweiligen Ort entspricht. Hierdurch wird die Drehmomentänderung durch eine Drehzahländerung erhöht und die Änderung des Differenzwinkeleffekts hervorgehoben.

**Bild 7.8:** Winkeldifferenzen bei Drehzahländerung für verschiedene Regler

Der erste Regler (linke Spalte) nutzt nur den Stellmotor an der Position drei $f_3 = u_1$ und hat als Rückführgröße auch nur die lokale Motordrehzahl \dot{q}_3 zur Verfügung. Im oberen Diagramm ist zu erkennen, wie das Stellmoment u_1 (Strichlinie, schwarz) den gesamten Drehmomentbedarf zum Betreiben liefert und mit Zunahme der Drehzahl ab ca. 30 s steigt. Ebenso nehmen die viskosdämpfend wirkenden, negativen Drehmomente an den übrigen Systemeingängen u_{damp} (Volllinie, grau) zur Erhöhung der Systemdämpfung zu (werden negativer). Dies ist unabhängig von der untersuchten Regelung. Das untere Diagramm lässt einen relativ gleichmäßig verteilten Anstieg der Differenzwinkel mit der Zunahme der Drehzahl erkennen. Dies war zu erwarten (siehe Abschnitt 6.1.2) und bestätigt die linear und in etwa gleichgroßen Steifigkeiten zwischen den mechanischen Freiheitsgraden. Der größte Differenzwinkel Δq_3 stellt sich zwischen dem dritten und vierten Freiheitsgrad ein, da hier der gesamte Drehmomentbedarf für die folgenden sieben Freiheitsgrade übertragen wird. Auch wenn als Stellort der erste mechanische Freiheitsgrad eine gute Wahl zur Dämpfung des Systems wäre, so ist dieser hinsichtlich der möglichen Differenzwinkel, die aufgrund eines geänderten Gesamtdrehmomentbedarfs entstünden, die ungünstigste Wahl.

Die Regelung in der mittleren Spalte verwendet drei Motoren an den Positionen eins, vier und sieben. Das Drehmoment u_{1w} wird dabei statisch im Verhältnis 40 % : 30 % : 30 % aufgeteilt (siehe Bild 6.2b). Von dieser Aufteilung wird nur geringfügig während der Beschleunigungsphase aufgrund der zusätzlichen Stellmomente durch die proportionale Drehzahlrückführung u_R abgewichen. Deutlich ist zu erkennen, wie die maximalen Änderungen der Differenzwinkel abgenommen haben und alle negativ sind.

Die dritte Regelung in der letzten Spalte verwendet die gleichen Motorpositionen wie die zweite Regelung, jedoch wird das Antriebsdrehmoment nun variabel nach dem Beispiel im Bild 6.4 auf Seite 109 aufgeteilt. Dabei entsprechen 100 % dem gesamten Drehmomentbedarf für die Drehzahl von 5 Hz. Im oberen Diagramm ist zu erkennen, wie sich die ursprüngliche Drehmomentaufteilung 50 % : 40 % : 10 % nach der Beschleunigungsphase ändert und sich die neue Aufteilung 35 % : 30 % : 35 % einstellt. Dieser Prozess geht etwas über die Beschleunigungsphase hinaus, da die Verstärkung des integrierenden Reglerteils gering ist und der Stellanteil u_{1w} etwas langsamer den Stellanteil der proportionalen Rückführung u_R übernimmt. Der Verlauf der Lagedifferenzen zwischen den letzten drei Freiheitsgraden bleibt bei allen drei Regelungen gleich (schwarze Strichlinien, Diagramme in der letzten Zeile), da bei allen Regelungen kein Motor hinter dem Modul sieben verwendet wurde und so die sich ergebenden Winkeldifferenzen nicht beeinflusst werden können.

Der Vorteil der dritten Regelung mit variabler Stellaufteilung zeigt Bild 7.9, durch den Vergleich der kumulierten Differenzwinkel der drei verschiedenen Regelungen. Alle drei Verläufe entsprechen qualitativ den zu erwartenden theoretischen Verläufen aus Bild 6.3 auf Seite 109. Deutlich ist der Vorteil der Regelung mit Stellaufteilung zu erkennen, bei dem der kumulative Differenzwinkel (—■—) nur geringe Abweichungen vom Wert Null aufweist. Dies stellt einen wesentlichen Vorteil bei der Verwendung von mehreren Motoren mit gleichzeitig variabler Drehmomentaufteilung dar, der auch mit einer zusätzlichen mechanischen Längswelle nicht erreicht werden kann.

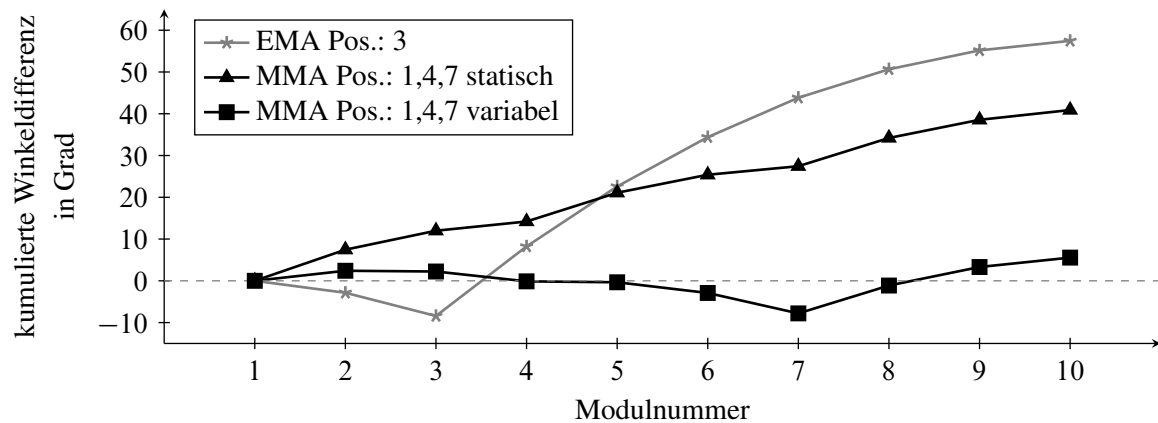


Bild 7.9: Gemessene kumulative Differenzwinkel über zehn Module

Abgesehen von der Eingangsverkopplung kann auch eine Mehrgrößenregelung Einsatz finden, die neben der Drehzahl beispielsweise auch die Stellgrößendifferenzen regelt (siehe Abschnitt 5.7). Dadurch lassen sich, ähnlich der prozentualen Drehmomentaufteilung, indirekt die Winkeldifferenzen zwischen den mechanischen Freiheitsgraden beeinflussen. Bild 7.10 zeigt beispielhaft solch eine Regelung am Versuchsaufbau. Zunächst bleibt der Drehzahlsollwert beim Wert Null und es werden zwei unterschiedliche Sollwerte w_1 und w_2 für die beiden Stelldifferenzen Δu_1 und Δu_2 vorgegeben. Zu erkennen ist, wie die Regelung die gewünschte Stelldifferenz (Diagramm unten) bis. ca 30 s ändert (Diagramm unten). Dabei treten nur kleine, im Diagramm nicht zu erkennende Abweichungen vom Stillstand auf, die zu geänderten Differenzwinkeln führen. Aufgrund der vergleichsweise starken Tiefpassfilterung der Stelldifferenzregelgröße ergibt sich eine leicht voreilende tatsächliche Stelldifferenz. Ab ca. 40 s wird der Drehzahlsollwert von 0 auf 7 Hz mit entsprechender Drehzahlrampe geändert. Der Regler erhöht daraufhin das gesamte Antriebsdrehmoment bei gleichbleibender Stellgrößendifferenz bis zum Erreichen der gewünschten Drehzahl. Nach 60 s werden die beiden Sollwerte für die Stelldifferenzen wieder zu Null gewählt und die Regelung fährt bei konstant geregelter Drehzahl die Stellgrößen wieder auf einen gleichen Mittelwert. Am Ende wird der Drehzahlsollwert wieder zu Null gewählt und die Regelung hält den Versuchsaufbau an. Das Beispiel zeigt, wie sich neben der Produktionsdrehzahl der Druckmaschine auch die Differenzen zwischen den Stelldrehmomenten regeln lassen und so die sich einstellenden Differenzwinkel während des Betriebs der Druckmaschine beeinflusst werden können.

7.3.3 Störgrößenaufschaltung

Können Störerregungen gemessen oder beobachtet werden, so ist deren Rückführung über die Stellgrößen möglich, um ihren störenden Einfluss auf das System zu reduzieren. Zum Beispiel ist der Zusammenhang zwischen der Störerregung des Vorgreifers und dem Winkel beziehungsweise der Winkelgeschwindigkeit des zugehörigen mechanischen Freiheitsgrads analytisch gut bekannt. Die Messung des Winkels ist also ausreichend, um auf die aktuell wirkende Störerregung durch den Vorgreifer zu schließen (vgl. Abschnitt 2.2). Alternativ können für die vorwiegend periodischen Störungen Störmodelle erstellt werden. Damit lassen sich Störbeobachter entwerfen, die nach einer Einschwingzeit eine Schätzung der tatsächlichen Störgrößen liefern (vgl. Abschnitt 5.10).

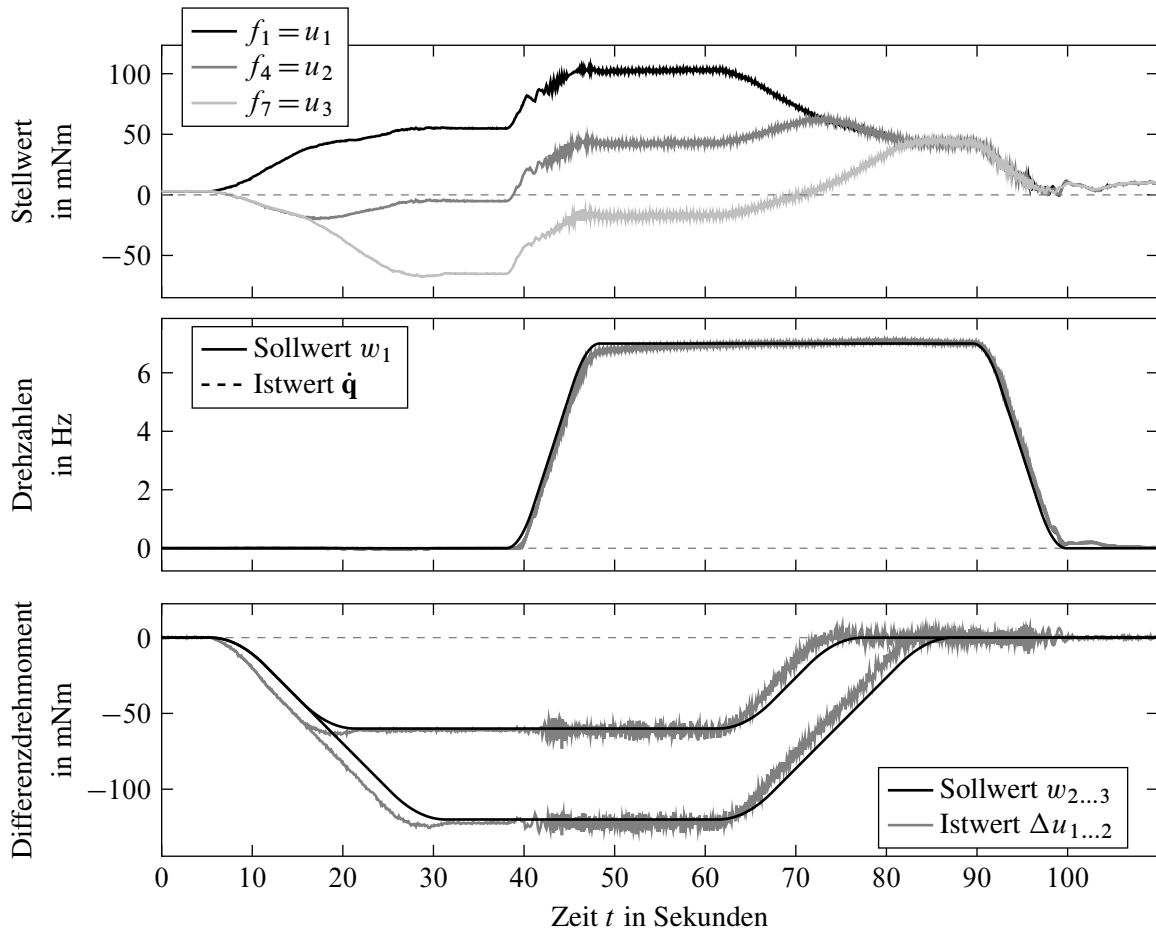


Bild 7.10: Beispielmessung zur Regelung der Stelldifferenz

Zur experimentellen Überprüfung des Störbeobachters und der Störgrößenaufschaltung wurde am Versuchsaufbau am ersten mechanischen Freiheitsgrad eine zusätzliche Störgröße eingebracht. Die Störung wurde – ähnlich zum Beispiel im Abschnitt 7.2.4 – durch einen feststehenden Handbesen verursacht, dessen Haarbörsten von den zwei Armen am ersten mechanischen Freiheitsgrad zweimal pro Umdrehung durchfahren wurden. Rechts im Bild 7.11 ist die zusätzliche Erregung mit dem Handbesen skizziert. Die beiden Arme verursachten durch die Rotation eine Störerregung mit einer dominanten Erregerfrequenz, die der zweifachen Drehzahl entsprach. Für den Störbeobachterentwurf wurde ein Störmodell verwendet, dass an jedem mechanischen Freiheitsgrad ein rein imaginäres Eigenwertpaar vorsieht, dessen Frequenz der mittleren Drehzahl entspricht. Dadurch können eintourige Störungen an den einzelnen mechanischen Freiheitsgraden abgebildet werden. Zusätzlich wurden am ersten mechanischen Freiheitsgrad drei weitere rein imaginäre Eigenwertpaare vorgesehen, deren Frequenz paarweise der zweiten bis vierten Drehzahlordnung entsprach, um die zusätzlich eingebrachte Störung durch den Handbesen zu schätzen (siehe Abschnitt 2.2). Damit besteht die Störgröße am ersten mechanischen Freiheitsgrad im eingeschwungenen Zustand aus vier Sinusschwingungen mit den Frequenzen der ersten vier Drehzahlharmonischen. Zur Drehzahlregelung wurde eine PI-Eingrößenregelung mit einer Stellgröße am dritten mechanischen Freiheitsgrad verwendet, die die gemessene Drehzahl zum Stellort zurückführt. Der Störbeobachter verwendete als Eingangsgröße die gemessenen Drehzahlen aller zehn mechanischen Freiheitsgrade.

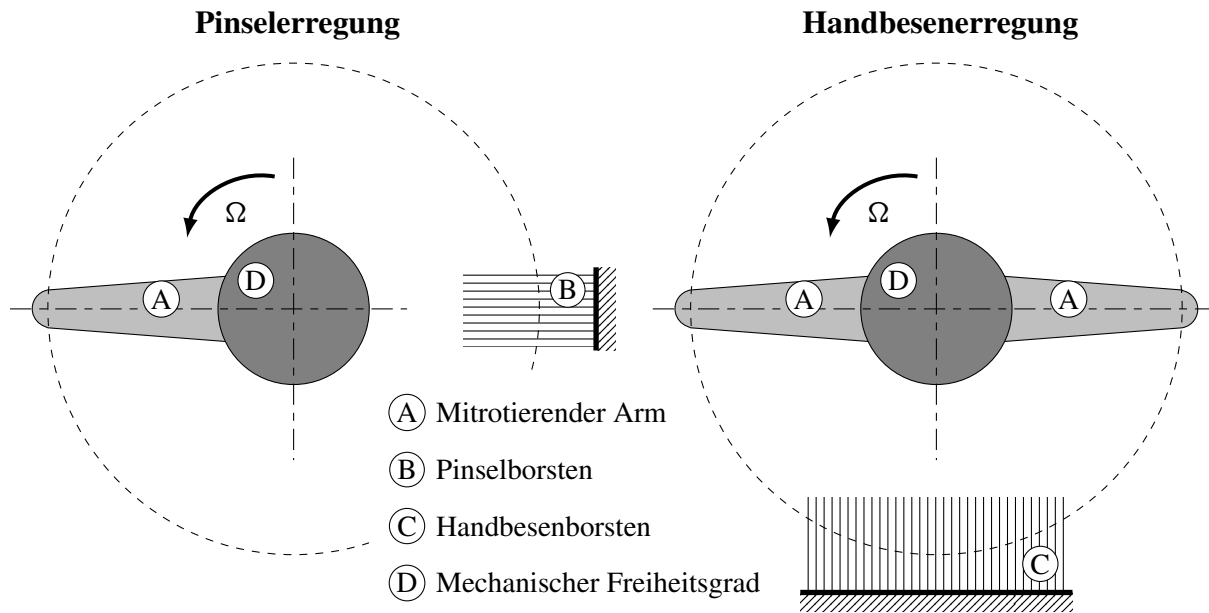


Bild 7.11: Mechanische Vorrichtung zur zusätzlichen Störrerregung

Bild 7.12 zeigt eine Beispielmessung von diesem Versuchsaufbau, bei der für alle zehn mechanischen Freiheitsgrade jeweils eine Störgröße geschätzt und zwischen der Messzeit von 20 s und 70 s zur Kompensation lokal negativ zurückgeführt wurde. In den ersten Sekunden wurde der Versuchsaufbau auf ca. 1 Hz beschleunigt und aufgrund der systemimmanenten Störungen sind Schwingungen in den Drehzahlen und den Differenzwinkeln zu erkennen. Der Störbeobachter schwingt ein und liefert die Schätzwerte der systemimmanenten Störrerregungen. Nach ca. siebzehn Sekunden wurde die zusätzliche, mechanische Störrerregung am ersten mechanischen Freiheitsgrad angebracht. Diese erregt das System insbesondere mit der zweiten Drehzahlordnung und es entstehen vergleichsweise starke Schwingungen, deren Frequenz nahe der zweiten Resonanzfrequenz liegt. Deutlich ist zu erkennen, wie die geschätzte Störgröße am ersten mechanischen Freiheitsgrad ansteigt. Ab ca. der dreißigsten Sekunden werden alle zehn geschätzten Störgrößen negativ auf die jeweiligen Störangriffsorte aufgeschaltet. Diese Störkompensation führt zur erheblichen Reduzierung der Drehzahl- und Differenzwinkelschwingungen. Daraufhin folgt eine Drehzahländerung auf ca. 2,5 Hz und zurück auf ca. 1 Hz. Dies zeigt, wie trotz der Drehzahländerung der Störbeobachter stabil bleibt und weiter die Störgrößen schätzt. Bei ca. 70 s wurde die zusätzliche, mechanische Erregung entfernt und es kommt zum kurzen Aufschwingen bis der Störbeobachter auf den neuen Störzustand einschwingt. Ab dem Zeitpunkt $t = 80$ s wurde die Rückführung der Störgrößen abgeschaltet und es entstanden Schwingungen aufgrund der verbleibenden systemimmanenten Störrerregungen. Dieses Beispiel zeigt die Schwingungsreduzierung durch eine Störgrößenaufschaltung mithilfe eines Störbeobachters. Im Versuchsaufbau treten nennenswerte Störrerregungen an allen mechanischen Freiheitsgraden auf. Aus diesem Grund wurden zur Kompensation alle zehn Motoren verwendet. In der Druckmaschine konzentrieren sich die wesentlichen Störungen auf wenige Stellen im Antriebsstrang und es empfiehlt sich, diese nur dort kompensierend zurückzuführen, um die Anzahl an Stellgrößen klein zu halten.

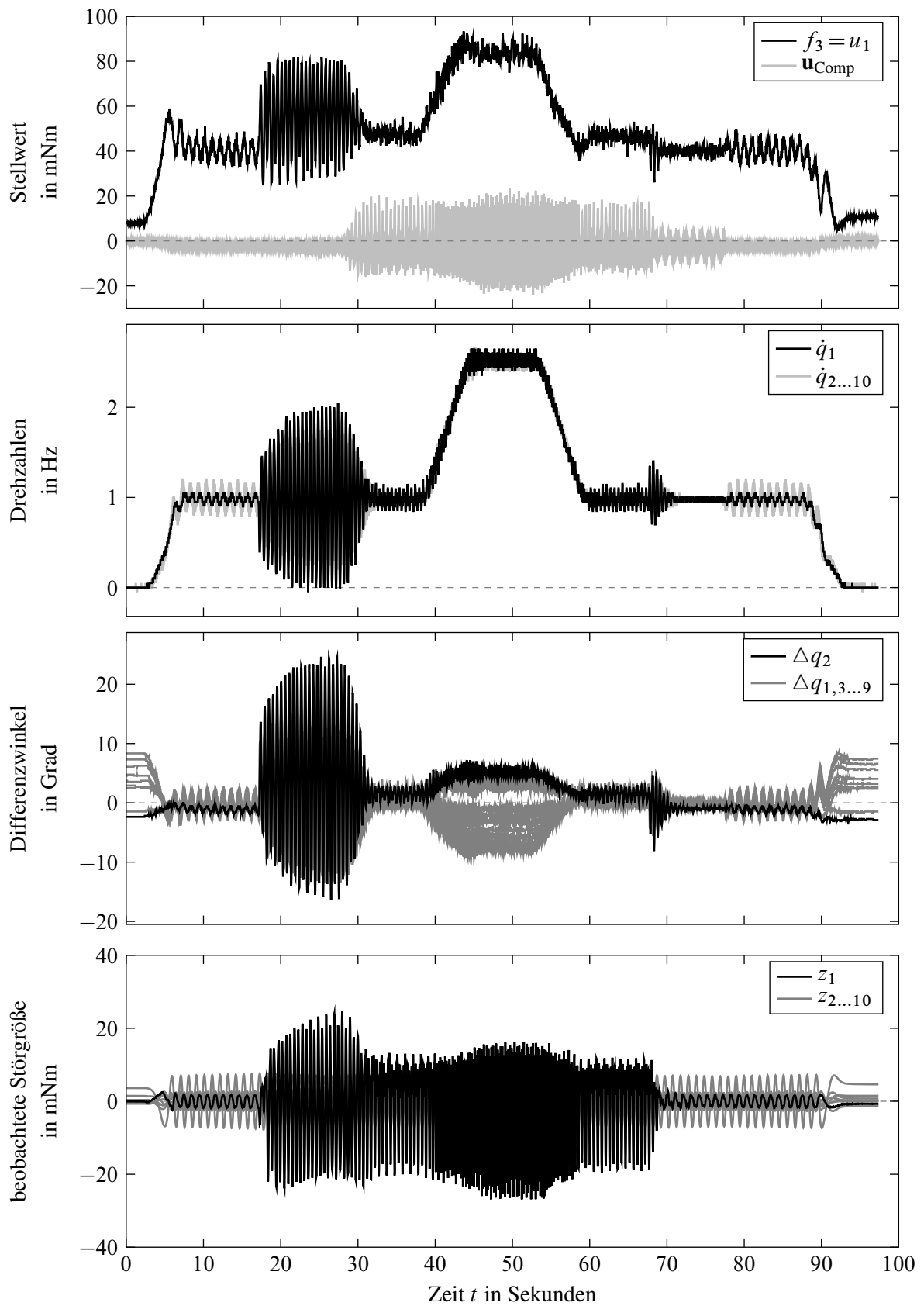


Bild 7.12: Beispielmessung zur Störgrößenaufschaltung

8 Zusammenfassung

Die stetige Weiterentwicklung moderner Bogenoffsetdruckmaschinen zu produktiveren und automatisierteren Maschinen führt zunehmend zu unerwünschten Drehschwingungen im Antriebsstrang. Die im Vergleich zu anderen Druckverfahren hohe Druckqualität ist dadurch zunehmend gefährdet. Gleichzeitig führen Maßnahmen zur Senkung von Herstellungskosten, wie der Wegfall einer Längswelle, zur Verschärfung der Schwingungsproblematik. Bereits heute führen Drehschwingungen und nicht konstante Differenzwinkel innerhalb des Antriebsstrangs in modernen Druckmaschinen zu Problemen, die sich beispielsweise während einer Änderung der Produktionsdrehzahl zeigen. So kann während einer Änderung der Produktionsdrehzahl die Druckqualität unzureichend sein und die gedruckten Bögen sind nicht verwertbar. Dies erhöht die Produktionskosten einer Auflage. Im Zuge des Trends zu immer kleineren Auflagen und dem hohen Wettbewerbsdruck gewinnt das Vermeiden von Makulatur zunehmend an Bedeutung.

Diese Arbeit liefert einen Beitrag zur Beherrschung der immer relevanter werdenden Drehschwingungen und Differenzwinkeländerungen im Antriebsstrang. Der Schwerpunkt liegt dabei in der Regelung des Antriebsstrangs insbesondere mit mehreren Motoren. Es werden allgemeingültige Antworten zur örtlichen Lage der Antriebsmotoren und Sensoren wie auch zur Regelungsstruktur und dem Reglerentwurf gegeben. Gleichzeitig werden alle nötigen Teilaufgaben zum Realisieren einer Regelung, angefangen von der Modellbildung und der Parameteridentifikation über die Wahl der Regelungsstruktur bis zum modellbasierten Reglerentwurf, behandelt. Abgeschlossen wird die Arbeit durch ein Entwurfsbeispiel an einem realen, der Druckmaschine nachempfundenen Versuchsaufbau, der die behandelten Konzepte experimentell bestätigt. Zusammenfassend werden praxisrelevante Antworten zu den folgenden Punkten gegeben:

- Allgemeine strukturelle Aussagen zum Drehschwingungsverhalten der Druckmaschine
- Modellbildung und Identifikation von Modellparametern unter Berücksichtigung von druckmaschinentypischen Störungen
- Antreiben der Druckmaschine mit mehreren Motoren unter Berücksichtigung des Zahnspiels
- Steigerung der Druckqualität durch Verringerung von Winkeldifferenzänderungen.

Die Verringerung von Winkeldifferenzänderungen wird erreicht durch

- eine aktive Dämpfung des Schwingungsverhaltens mithilfe moderner Regelungsstrukturen,
- eine variable Aufteilung des Antriebsdrehmoments, indem die Stellgrößendifferenzen geregelt oder die Stelleingänge antriebsdrehmomentabhängig verkoppelt werden und
- eine störungskompensierende Störgrößenaufschaltung mithilfe eines nichtlinearen Störbeobachters.

Zunächst wird die zunehmende Bedeutung von Drehschwingungen und Differenzwinkel im Antriebsstrang aus wirtschaftlicher und technischer Sicht herausgearbeitet. Die Zusammenhänge zur Druckqualität werden dargelegt und der Stand der Technik aufgeführt. Es folgt die Modellbildung einschließlich relevanter Störmechanismen. Die anschließende Systemanalyse liefert allgemeingültige Aussagen über das Schwingungsverhalten von Bogenoffsetdruckmaschinen und bereitet die Grundlage für die folgenden Kapitel.

Zur Lösung des Identifikationsproblems zur Schätzung der mechanischen Modellparameter wird ein schrittweises Vorgehen vorgeschlagen, welches die Schätzaufgabe in einfachere Teilaufgaben zerlegt. Dabei ist in jedem Schritt die Plausibilisierung und das Korrigieren der Teilergebnisse möglich. Insbesondere wird auf druckmaschinenspezifische Störungen mit vergleichsweise hohen Amplituden eingegangen und es werden Möglichkeiten zur effizienten Unterdrückung angegeben.

Ein wesentlicher Teil der vorliegenden Arbeit besteht aus der systematischen Untersuchung der Regelungsstruktur und Antriebstopologie. Behandelt wird der Einfluss der örtlichen Lage von Stell- und Messgliedern am Antriebsstrang und deren Anzahl. Zur Bewertung werden im Wesentlichen \mathcal{H}_2 -Systemnormen verwendet. Aufbauend auf den heutigen Stand der Technik werden sukzessive zwei Mehrgrößenreglerstrukturen entwickelt, die eine gewünschte Reduzierung von Drehschwingungen und Differenzwinkeländerungen erlauben. Dabei können neben der Maschinendrehzahl entweder die prozentuale Aufteilung des Antriebsdrehmoments vorgegeben oder die Stellgrößendifferenzen geregelt werden. Auf ein mögliches Abheben der Zahnflanken während des Druckprozesses wird eingegangen und Möglichkeiten zur Vermeidung angegeben.

Neben der aktiven Schwingungsdämpfung und der Reduktion von arbeitspunktabhängigen Differenzwinkeländerungen wird auch die Störkompensation durch die lokale Störgrößenaufschaltung behandelt. Hierfür wird ein nichtlinearer Störbeobachter eingeführt, der es erlaubt, die Störgrößen im relevanten Drehzahlbereich der Druckmaschine zu beobachten.

Für den Reglerentwurf werden im Wesentlichen \mathcal{H}_2 -systemnormenbasierende Ansätze gewählt, die das Entwurfsproblem auf wenige Entwurfparameter vereinfachen und eine möglichst hohe Schwingungsdämpfung bei gleichzeitiger Berücksichtigung des Stellgrößenaufwands sicherstellen. Neben dem Reglerentwurf durch die Optimierung von Systemnormen wird auch die Methode der Modalen Synthese vorgestellt und gezeigt, wie sich der Einfluss bestimmter Störquellen auf die Erregung von Eigenfrequenzen verhindern lässt. Dazu werden neben den Eigenwerten auch Elemente der zugehörigen Linkseigenvektoren des geregelten Systems vorgegeben.

Die Wirksamkeit der einzelnen Ansätze, angefangen von der Identifikation der Modellparameter bis hin zu den vorgestellten modernen Reglerstrukturen und Entwurfsmethoden, wird experimentell überprüft. Der hierzu verwendete Versuchsaufbau ist der mechanischen Struktur einer modernen Bogenoffsetdruckmaschine nachempfunden. Die experimentellen Ergebnisse zur Dämpfung von Resonanzüberhöhungen, der Reduzierung von Winkeldifferenzänderungen aufgrund eines geänderten Antriebsdrehmomentbedarfs und der Kompensation von Störerregungen zeigen, wie Passerschwankungen und eine Registerdrift in Umfangsrichtung reduziert werden können.

Ausblick

Ein Thema für weiterführende Untersuchungen kann die Einbindung von weiteren Hilfsmotoren zur Schwingungsminderung sein. So stellen direkt angetriebene Plattenzylinder eine vielversprechende Möglichkeit zur Schwingungsreduzierung dar. Diese Hilfsmotoren sind reibschlüssig mit dem Antriebsstrang verbunden und bei hoch automatisierten Druckmaschinen häufig bereits vorhanden.

Daneben steht der Test der vorgestellten Ansätze insbesondere mit mehreren Motoren an einer realen Druckmaschine aus. Interessant ist hierbei, inwieweit die Reduzierung der Drehschwingungen und Differenzwinkeländerungen die Druckqualität praktisch steigern und Makulatur aufgrund einer Änderung der Produktionsdrehzahl reduziert werden kann. Dies gilt insbesondere für Druckmaschinen mit vielen Modulen, die nur eine Bogen­seite bedrucken (ohne Bogenwendung).

Eine detaillierte theoretische Untersuchung der Modalen Synthese und der damit verbundenen Möglichkeit, gewählte Eigenwerte an gewünschten Orten am Antriebsstrang nicht beobachtbar oder nicht steuerbar zu machen, kann ein weiteres Thema für zukünftige Arbeiten darstellen. Dieser Ansatz verspricht, die Erregung von relevanten Resonanzen der Druckmaschine aufgrund dominanter Störungen, die an bekannten Orten auftreten, zu reduzieren. Darüber hinaus ist auch eine Kombination der Modalen Synthese mit anschließender Optimierung von verbleibenden Freiheitsgraden, wie der Reduzierung von systemnormbasierten Gütefunktionen, interessant.

A Mathematischer Anhang

A.1 Simultane Diagonalisierbarkeit

Im Folgenden wird die Diagonalähnlichkeit der impliziten Zustandsraumdarstellung (2.5) untersucht. Hierzu wird die simultane Diagonalisierbarkeit der Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d unter Berücksichtigung der strukturellen Eigenschaften gezeigt. Zunächst wird die aus praktischer Sicht häufig vertretbare Einschränkung von einfach auftretenden Eigenwerten getroffen, welche im Anschluss auch auf Systeme mit mehrfachen Eigenwerten verallgemeinert wird.

Gegeben ist die homogene mechanische Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad (\text{A.1})$$

mit den mechanischen Systemmatrizen der Massenträgheit \mathbf{M} , der Dämpfung \mathbf{D} und der Steifigkeit \mathbf{K} . Aus der Modellbildung folgen die Matrizeneigenschaften

- Die mechanischen Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} sind symmetrisch.
- Die Massenmatrix \mathbf{M} ist eine Diagonalmatrix und positiv-definit und damit regulär.
- Die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} sind positiv-semidefinit.

Mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}^T = [\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{q}^T]$ kann die mechanische Bewegungsgleichung als homogenes Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung in ein homogenes Differentialgleichungssystem erster Ordnung

$$\mathbf{E}_d \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_d \mathbf{x} \quad (\text{A.2})$$

mit den Systemmatrizen

$$\mathbf{E}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K} \end{bmatrix}$$

überführt werden. Bei der gewählten Anordnung der mechanischen Systemmatrizen bleibt die Symmetrie in den Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d erhalten. Aufgrund der regulären Massenmatrix \mathbf{M} sind alle $I = 2N$ Spaltenvektoren der Systemmatrix \mathbf{E}_d unabhängig und die Matrix ebenfalls regulär. Das System (A.2) stellt ein Deskriptorsystem mit dem Spezialfall einer regulären Systemmatrix \mathbf{E}_d dar und kann mit $\mathbf{A} = \mathbf{E}_d^{-1} \mathbf{A}_d$ in das Zustandsraumsystem

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (\text{A.3})$$

überführt werden.

A.1.1 Einfache Eigenwerte

In diesem Abschnitt wird die simultane Diagonalisierung unter der Annahme von ausschließlich einfach vorhandenen Eigenwerten angegeben, wodurch die Systemmatrix \mathbf{A} grundsätzlich diagonalisierbar ist [76, S. 113]. Der folgende Ansatz ist im Kern aus [75, S. 241 ff.] entnommen. Die simultane Diagonalisierung der beiden Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d folgt unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften, wodurch spezielle Systemeigenschaften erkennbar werden. Für die Lösung der homogenen Bewegungsgleichung (A.1) wird der Exponentialansatz

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\psi}_r e^{\lambda_r t} \quad \text{mit der Ableitung} \quad \dot{\mathbf{q}} = \lambda_r \boldsymbol{\psi}_r e^{\lambda_r t}$$

gewählt [51, S. 245] der im Fall der Darstellung (A.2) auf

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}_r e^{\lambda_r t} \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{x}} = \lambda_r \mathbf{v}_r e^{\lambda_r t} \quad \text{mit} \quad \mathbf{v}_r = \begin{pmatrix} \lambda_r \boldsymbol{\psi}_r \\ \boldsymbol{\psi}_r \end{pmatrix}$$

führt [23, A.1.14]. In (A.2) eingesetzt und die Exponentialfunktion gekürzt folgt das algebraische Gleichungssystem

$$\lambda_r \mathbf{E}_d \mathbf{v}_r - \mathbf{A}_d \mathbf{v}_r = \mathbf{0} \quad (\text{A.4})$$

beziehungsweise für das explizite Zustandsraumsystem (A.3)

$$\lambda_r \mathbf{v}_r - \mathbf{A} \mathbf{v}_r = \mathbf{0} . \quad (\text{A.5})$$

Die Gleichung (A.4) kann mit Linksmultiplikation von \mathbf{E}_d^{-1} in die Gleichung (A.5) überführt werden und die Eigenvektoren \mathbf{v}_r sind für beide Gleichungssysteme identisch. Die Linksmultiplikation der Gleichung (A.4) für den r -ten Eigenwert mit dem liegenden Eigenvektor \mathbf{v}_s^T und für den s -ten Eigenwert mit dem liegenden Eigenvektor \mathbf{v}_r^T ergeben

$$\lambda_r \mathbf{v}_s^T \mathbf{E}_d \mathbf{v}_r - \mathbf{v}_s^T \mathbf{A}_d \mathbf{v}_r = \mathbf{0} \quad (\text{A.6})$$

$$\lambda_s \mathbf{v}_r^T \mathbf{E}_d \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_r^T \mathbf{A}_d \mathbf{v}_s = \mathbf{0} . \quad (\text{A.7})$$

Das Transponieren der Gleichung (A.6) ergibt

$$\lambda_r \mathbf{v}_r^T \mathbf{E}_d \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_r^T \mathbf{A}_d \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \quad (\text{A.8})$$

unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaft $\mathbf{E}_d^T = \mathbf{E}_d$ und $\mathbf{A}_d^T = \mathbf{A}_d$. Die Subtraktion (A.7) - (A.8) und die Addition (A.7) + (A.8) ergeben

$$(\lambda_s - \lambda_r) \mathbf{v}_r^T \mathbf{E}_d \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad (\lambda_s + \lambda_r) \mathbf{v}_r^T \mathbf{E}_d \mathbf{v}_s - 2 \mathbf{v}_r^T \mathbf{A}_d \mathbf{v}_s = \mathbf{0}$$

woraus der Zusammenhang

$$\mathbf{v}_r^T \mathbf{E}_d \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad \mathbf{v}_r^T \mathbf{A}_d \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \quad \text{mit} \quad r \neq s , \quad (\text{A.9})$$

für zwei verschiedene Eigenvektoren $\mathbf{v}_r \neq \mathbf{v}_s$ bei einfachen auftretenden Eigenwerten gelten muss. Mit den orthogonalen Beziehungen (A.9) ist gezeigt, dass beide Systemmatrizen

$$\mathbf{V}^T \mathbf{E}_d \mathbf{V} = \tilde{\mathbf{E}}_d = \text{diag}\{\tilde{e}_{d1}, \dots, \tilde{e}_{dI}\}$$

$$\mathbf{V}^T \mathbf{A}_d \mathbf{V} = \tilde{\mathbf{A}}_d = \text{diag}\{\tilde{a}_{d1}, \dots, \tilde{a}_{dI}\}$$

mit einer Eigenvektormatrix $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_I]$ simultan diagonalisiert werden können.

A.1.2 Mehrfache Eigenwerte

Im Folgenden wird in Anlehnung an Theorem 4.5.17b aus [25, S. 287] gezeigt, wie die beiden symmetrischen Systemmatrizen

$$\mathbf{E}_d, \mathbf{A}_d \in \mathbb{R}^{I \times I} \quad \mathbf{E}_d = \mathbf{E}_d^T \quad \text{rang}\{\mathbf{E}_d\} = I \quad \mathbf{A}_d = \mathbf{A}_d^T$$

mit der regulären Systemmatrix \mathbf{E}_d auch bei mehrfach vorkommenden Eigenwerten simultan diagonalisiert werden können. Hierfür ist die aus praktischer Sicht wenig einschränkende Eigenschaft der Diagonalisierbarkeit des Systems Voraussetzung. Diese ist gegeben, wenn die Systemmatrix

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}_d^{-1} \mathbf{A}_d = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^{-1}$$

in die Diagonalmatrix der Eigenwerte $\mathbf{\Lambda}$ ohne Jordan-Blöcke mit der regulären Eigenvektormatrix \mathbf{V} zerlegt werden kann. Nach der Multiplikation mit $\mathbf{V}^T \mathbf{E}_d$ von links und mit \mathbf{V} von rechts folgt

$$\hat{\mathbf{A}}_d = \hat{\mathbf{E}}_d \mathbf{\Lambda} \tag{A.10}$$

mit den wieder symmetrischen Matrizen

$$\hat{\mathbf{A}}_d = \mathbf{V}^T \mathbf{A}_d \mathbf{V} = \hat{\mathbf{A}}_d^T \quad \hat{\mathbf{A}}_d \in \mathbb{C}^{I \times I} \tag{A.11}$$

$$\hat{\mathbf{E}}_d = \mathbf{V}^T \mathbf{E}_d \mathbf{V} = \hat{\mathbf{E}}_d^T \quad \hat{\mathbf{E}}_d \in \mathbb{C}^{I \times I} . \tag{A.12}$$

Die Diagonalmatrix $\mathbf{\Lambda}$ lässt sich ohne Einschränkung der Allgemeinheit als Blockdiagonalmatrix

$$\mathbf{\Lambda} = \bigoplus_{k=1}^K \mathbf{\Lambda}_k$$

strukturieren, bei dem alle n_k -fach auftretenden Eigenwerten λ_k jeweils zu einem Block

$$\mathbf{\Lambda}_k = \lambda_k \mathbf{I}_{n_k} \quad \lambda_i \neq \lambda_k \quad i \neq k \quad i, k = 1 \dots K$$

zusammengefasst werden. Entsprechend können die Systemmatrizen \mathbf{A}_d und \mathbf{E}_d

$$\hat{\mathbf{A}}_{dik} = \hat{\mathbf{A}}_{dki}^T \tag{A.13}$$

$$\hat{\mathbf{E}}_{dik} = \hat{\mathbf{E}}_{dki}^T \tag{A.14}$$

unterteilt werden. Aus (A.10) folgt der Zusammenhang

$$\hat{\mathbf{A}}_{dik} = \hat{\mathbf{E}}_{dik} \mathbf{\Lambda}_k = \hat{\mathbf{E}}_{dik} \lambda_k \tag{A.15}$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{dki} = \hat{\mathbf{E}}_{dki} \mathbf{\Lambda}_i = \hat{\mathbf{E}}_{dki} \lambda_i \tag{A.16}$$

für die einzelnen Matrixblöcke. Nach dem Transponieren von (A.16) und dem anschließenden Einsetzen von (A.13) und (A.14) ergibt sich

$$\hat{\mathbf{A}}_{dik} = \hat{\mathbf{E}}_{dik} \lambda_i$$

woraus nach Subtraktion mit (A.15)

$$\mathbf{0} = (\lambda_i - \lambda_k) \hat{\mathbf{E}}_{dik}$$

hervorgeht. Die Gleichung kann nur erfüllt sein, wenn alle Nebendiagonalblöcke $\hat{\mathbf{E}}_{dik} = \mathbf{0}$ für $i \neq k$ verschwinden und die Systemmatrix $\hat{\mathbf{E}}_d$ somit eine Blockdiagonalstruktur aufweist. Aufgrund der Regularität von \mathbf{E}_d muss jeder Hauptdiagonalblock $\hat{\mathbf{E}}_{dkk}$ ebenfalls regulär sein. Der Zusammenhang (A.15) zeigt, dass auch die Nebendiagonalmatrizen $\hat{\mathbf{A}}_{dik} = \mathbf{0}$ für $i \neq k$ Null sein müssen und die Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}_d$ ebenfalls eine Blockdiagonalstruktur hat,

$$\hat{\mathbf{E}}_d = \bigoplus_{k=1}^K \hat{\mathbf{E}}_{dkk} \quad \hat{\mathbf{A}}_d = \bigoplus_{k=1}^K \hat{\mathbf{A}}_{dkk} . \quad (\text{A.17})$$

Die symmetrischen Hauptdiagonalblöcke $\hat{\mathbf{E}}_{dkk}$ können mit der Autonne-Takagi-Faktorisierung

$$\tilde{\mathbf{E}}_{dk} = \mathbf{Q}_k^T \hat{\mathbf{E}}_{dkk} \mathbf{Q}_k \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_k^{*T} \mathbf{Q}_k = \mathbf{I} \quad \text{und} \quad \tilde{\mathbf{E}}_{dk} \succ 0 \quad (\text{A.18})$$

durch eine unitäre Matrix $\mathbf{Q}_k \in \mathbb{C}^{n_k \times n_k}$ diagonalisiert werden [25, S. 263, Corollary 4.4.4c]. Durch das Zusammenfassen zu Blockdiagonalmatrizen

$$\tilde{\mathbf{E}}_d = \bigoplus_{k=1}^K \tilde{\mathbf{E}}_{dk} \quad \text{und} \quad \mathbf{Q} = \bigoplus_{k=1}^K \mathbf{Q}_k \quad (\text{A.19})$$

folgt mit (A.12)

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_d &= (\mathbf{V} \mathbf{Q})^T \mathbf{E}_d \mathbf{V} \mathbf{Q} \\ \tilde{\mathbf{E}}_d &= \mathbf{T}^T \mathbf{E}_d \mathbf{T} \quad \text{mit} \quad \mathbf{T} = \mathbf{V} \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

was zeigt, dass die Systemmatrix mithilfe der Transformationsmatrix \mathbf{T} diagonalisiert werden kann. Wird (A.18) nach $\hat{\mathbf{E}}_{dkk}$ umgestellt und in (A.15), für den Fall $k = i$, eingesetzt, ergibt sich

$$\hat{\mathbf{A}}_{dkk} = \mathbf{Q}_k^{-T} \tilde{\mathbf{E}}_{dk} \boldsymbol{\Lambda}_k \mathbf{Q}_k^{-1}$$

unter Ausnutzung der Kommutativität der beiden Matrizen $\boldsymbol{\Lambda}_i \mathbf{Q}_i^{-1} = \lambda_i \mathbf{Q}_i^{-1} = \mathbf{Q}_i^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_i$. Das Anwenden der Blockdiagonalmatrizen (A.17) und (A.19) führt auf

$$\hat{\mathbf{A}}_d = \mathbf{Q}^{-T} \tilde{\mathbf{E}}_d \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{Q}^{-1} ,$$

was durch Einsetzen von (A.11) und Umstellen nach $\tilde{\mathbf{E}}_d \boldsymbol{\Lambda}$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_d \boldsymbol{\Lambda} &= (\mathbf{V} \mathbf{Q})^T \mathbf{A}_d \mathbf{V} \mathbf{Q} \\ \tilde{\mathbf{A}}_d &= \mathbf{T}^T \mathbf{A}_d \mathbf{T} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

ergibt. Durch Einführen der, aus Multiplikation der Diagonalmatrizen $\tilde{\mathbf{E}}_d$ und $\boldsymbol{\Lambda}$ resultierenden, diagonalen Systemmatrix $\tilde{\mathbf{A}}_d = \tilde{\mathbf{E}}_d \boldsymbol{\Lambda}$ und dem Einsetzen der Transformationsmatrix \mathbf{T} analog (A.20) zeigt (A.21) die Diagonalisierung der Systemmatrix \mathbf{A}_d . Beide Systemmatrizen \mathbf{E}_d und \mathbf{A}_d können mit derselben Transformationsmatrix \mathbf{T} diagonalisiert werden.

A.2 Kompensation von periodischen Störungen

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie druckmaschinentypische periodische Störungen in Messungen durch die Mittlung mehrerer Einzelmessungen entfernt werden können. Im Gegensatz zur statistisch zufälligen Mittelung und der damit vergleichsweise langsamen Abnahme von Störungen mit zunehmender Anzahl an gemittelten Einzelmessungen lässt sich bei Kenntnis der Störungsgrundfrequenz eine vollständige Kompensation innerhalb eines Frequenzintervalls bei vergleichsweise geringer Anzahl an Einzelmessungen erreichen. Dazu wird die Anzahl von hintereinander folgenden Einzelmessungen und deren Messzeit voneinander abhängig gewählt.

Ein periodisches und mittelwertfreies Störsignal $z(t)$ mit der Grundfrequenz ω_z lässt sich mithilfe der Fourier-Reihenentwicklung

$$z(t) = \sum_{r=1}^{\infty} a_r \sin(r \omega_z t + \varphi_r) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} c_r e^{j r \omega_z t} \quad a_r \in \mathbb{R}, c_r \in \mathbb{C} \quad (\text{A.22})$$

darstellen. Eine Messung mit endlicher Messzeit t_m führt auf das gemessene Störsignal

$$y(t) = z(t) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} c_r e^{j r \omega_z t} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right).$$

Werden M unmittelbar aufeinander folgende Einzelmessungen durchgeführt, folgt

$$y_m(t) = z(t + (m-1)t_m) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} c_r e^{j r \omega_z (m-1)t_m} e^{j r \omega_z t} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right)$$

für die m -te Einzelmessung. Die arithmetische Mittelung der Signale ergibt anschließend

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_m(t) = \frac{1}{M} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^M e^{j r \omega_z (m-1)t_m} \right) c_r e^{j r \omega_z t} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right). \quad (\text{A.23})$$

Für das Umsortieren der Summen wird die absolute Konvergenz der Fourier-Reihe (A.22) angenommen [80, S. 389], die für die hier untersuchten stetigen und stückweise glatten Störfunktionen $z(t)$ gegeben ist [7, S. 430 ff., Satz 5.25]. Die Einzelmessdauer wird im Weiteren als Vielfaches der Störsignalperiodendauer $t_z = 2\pi/\omega_z$ plus einen M -Teil der Periodendauer zu

$$t_m = \frac{2\pi}{\omega_z} \left(\frac{1}{M} + n \right) \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \quad (\text{A.24})$$

gewählt, wodurch die Einzelmessungen bezüglich der Grundfrequenz der Störung jeweils sukzessive um die Phase $360^\circ/M$ weiter verschoben werden. Damit führt der von M abhängige Faktor aus (A.23) auf

$$f(M) = \left(\sum_{m=1}^M e^{j r \omega_z (m-1)t_m} \right) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{j 2\pi r m / M} \underbrace{e^{j 2\pi r m n}}_{=1} = \sum_{m=0}^{M-1} \left(e^{j \frac{2\pi}{M} r} \right)^m$$

mit dem Zusammenhang $e^{j2\pi r mn} = 1$. Für den Fall, dass der Oberwellenindex r ein Vielfaches o der Anzahl an Einzelmessungen ist, folgt

$$f(M) = \sum_{m=0}^{M-1} \left(e^{j\frac{2\pi}{M}r} \right)^m = \sum_{m=0}^{M-1} \left(e^{j2\pi o} \right)^m = \sum_{m=0}^{M-1} 1 = M \quad \text{für } r = o M \quad o \in \mathbb{N}.$$

In allen anderen Fällen ergibt sich mithilfe der Lösung für endliche geometrische Summen

$$\sum_{m=0}^{M-1} a^m = a^0 \frac{a^M - 1}{a - 1} \quad \text{mit} \quad a = e^{j\frac{2\pi}{M}r}$$

(vgl. [7, S. 19]) der Zusammenhang

$$f(M) = \sum_{m=0}^{M-1} \left(e^{j\frac{2\pi}{M}r} \right)^m = \frac{e^{j2\pi r} - 1}{e^{j\frac{2\pi}{M}r} - 1} = \frac{0}{e^{j\frac{2\pi}{M}r} - 1} = 0 \quad \text{für } r \neq o M \quad o \in \mathbb{N},$$

was zum Ergebnis

$$f(M) = \begin{cases} M & \text{für } r = o M \\ 0 & \text{für } r \neq o M \end{cases}$$

führt. Das gemittelte Zeitsignal (A.23)

$$\bar{y}(t) = \sum_{o=-\infty}^{\infty} c_{Mo} e^{j o M \omega_z t} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right) = \sum_{o=1}^{\infty} a_{Mo} \sin(o M \omega_z t + \varphi_{Mo}) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_m}\right)$$

besteht somit nur noch aus den harmonischen Oberwellen der Störung $z(t)$, deren Ordnung ein ganzzahliges Vielfaches der Anzahl an Einzelmessungen beträgt. Die Kompensation gilt auch für andere Anzahlen an Einzelmessungen $M_{\text{ext}} = p M$ mit $p \in \mathbb{N}$, die ein ganzzahliges Vielfaches der hier betrachteten Einzelmessungen entsprechen. Ein Beispiel zur Kompensationswirkung am Versuchsstand zeigt Bild 7.5 auf Seite 141.

Die Kompensation von periodischen Störungen ist nicht auf eine periodische Erregung beschränkt, sondern lässt sich auf nicht hintereinander durchgeführte transiente Einzelmessungen erweitern, die einen ausreichenden Teil des Ausschwingvorgangs beinhalten. Aufgrund der angenommenen Gleichheit zwischen der Maschinenperiode t_p und der Störsignalperiodendauer t_z kann die Kompensation von periodischen Störungen auch durch Synchronisation der Einzelmessungen an dem nicht fortlaufenden Maschinenwinkel φ erfolgen. Dazu wird der Startzeitpunkt der jeweiligen Einzelmessung y_m zum nicht fortlaufenden Maschinenwinkel

$$\varphi_m = 2\pi \frac{m-1}{M}$$

gestartet und die Mittelung von M Einzelmessungen ergibt die diskutierte Störkompensation.

Abweichungen der Maschinendrehzahl, deren Grundfrequenzen kein ganzzahlig Vielfaches der Maschinendrehzahl sind, stören die Kompensation von periodischen Störungen. Mit dem im Vergleich zur periodischen Erregung zusätzlichen Aufwand zur Synchronisation jeder Einzelmessung auf den aktuellen Maschinenwinkel kann der störende Einfluss reduziert werden. Je länger die Einzelmessdauer t_m ist und je feiner der Maschinenwinkel in M Teile aufgeteilt wird, desto größer ist die Winkelabweichung zum Ende einer Einzelmessung und desto störender ist der Einfluss von nicht maschinendrehzahlharmonischen Drehzahlabweichungen.

A.3 Partielle Ableitung der Verlustfunktion

Für die Identifikation der mechanischen Parameter wird die Verlustfunktion

$$f = \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R |e_{rj}(\boldsymbol{\theta})|^2 = \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R \left(e_{Rrj}^2(\boldsymbol{\theta}) + e_{Irrj}^2(\boldsymbol{\theta}) \right) \quad (\text{A.25})$$

mit dem Modellfehler

$$e_{rj}(\boldsymbol{\theta}) = h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega_j) - \hat{h}_r(\omega_j) = e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta}) + j e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta})$$

an den Frequenzstützstellen ω_j für die R berechneten und gemessenen Frequenzgänge h_r und \hat{h}_r verwendet. Für die effiziente numerische Optimierung der Verlustfunktion ist häufig die analytische Berechnung der partiellen Ableitung

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \theta_k} &= \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R \left(\frac{\partial e_{Rrj}^2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} + \frac{\partial e_{Irrj}^2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} \right) \\ &= 2 \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R \left(e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} + e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} \right) \\ &= 2 \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R \left(\begin{bmatrix} e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta}) & e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_k} \begin{bmatrix} e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta}) \\ e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

vorteilhaft. Dies gelingt mithilfe des aus (A.28) und (A.33) gebildeten Fehlervektors

$$\begin{bmatrix} e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta}) & e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{dr}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-T}(\boldsymbol{\theta}, \omega_j) \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{zr} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c}_{zr} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{h}_{Rr}(\omega_j) & \hat{h}_{Irr}(\omega_j) \end{bmatrix}$$

und der zugehörigen Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial \theta_k} \begin{bmatrix} e_{Rrj}(\boldsymbol{\theta}) \\ e_{Irrj}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{zr}^T & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{c}_{zr}^T \end{bmatrix} \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega_j) \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega_j) \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega_j) \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{dr} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

die sich aus (A.30) ergibt.

Werden die Modellparameter $\theta_k = \theta_{0k} \alpha_k$ mithilfe der relativen Parameter α_k und der Bezugsparameter θ_{0k} gebildet und die relativen Parameter optimiert, so folgt aus (A.25) die Verlustfunktion

$$f = \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^R |e_{rj}(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha})|^2 \quad \text{mit} \quad e_{rj}(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\alpha}) = e_{rj}(\boldsymbol{\theta}), \quad \boldsymbol{\theta} = \text{diag}\{\boldsymbol{\theta}_0\} \boldsymbol{\alpha}$$

und die partielle Ableitung nach den relativen Parametern lässt sich mit dem Zusammenhang

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial f}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial f}{\partial \theta_k} \theta_{0k} \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \theta_k}{\partial \alpha_k} = \theta_{0k} \quad (\text{A.27})$$

analog zu (A.26) analytisch berechnen.

A.4 Partielle Ableitung des Frequenzgangs

In diesem Abschnitt wird die partielle Ableitung des komplexen Frequenzgangs (3.10)

$$h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega) = \mathbf{c}_{zr}^T [\mathbf{j}\omega \mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})]^{-1} \mathbf{b}_{dr}, \quad h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega) \in \mathbb{C}, \quad \mathbf{E}_d, \mathbf{A}_d \in \mathbb{R}^{I \times I}, \quad \mathbf{b}_{dr}, \mathbf{c}_{zr} \in \mathbb{R}^I$$

mit den reellwertigen Systemmatrizen $\mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta})$ und $\mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})$ aus (4.1) nach den Modellparametern $\boldsymbol{\theta}^T = [\theta_1 \dots \theta_K]$ hergeleitet. Hierzu wird die komplexe Frequenzgangfunktion zunächst als reelle Matrixfunktion

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{\text{Rer}}(\boldsymbol{\theta}, \omega) &= \mathbf{C}_{\text{Rer}} \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \mathbf{B}_{\text{Rer}} \\ &= \begin{bmatrix} \text{Re}\{h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega)\} & -\text{Im}\{h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega)\} \\ \text{Im}\{h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega)\} & \text{Re}\{h_r(\boldsymbol{\theta}, \omega)\} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}_{\text{Rer}}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

mithilfe der nach Anhang A.5 gebildeten Matrizen

$$\mathbf{B}_{\text{Rer}} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{dr} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{b}_{dr} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{\text{Rer}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{zr}^T & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{c}_{zr}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{\text{Re}}(\boldsymbol{\theta}, \omega) = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) & -\omega \mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta}) \\ \omega \mathbf{E}_d(\boldsymbol{\theta}) & -\mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}$$

dargestellt. Die von den Modellparametern $\boldsymbol{\theta}$ abhängige Matrix

$$\mathbf{X}_{\text{Re}}(\boldsymbol{\theta}, \omega) = \mathbf{X}_{\text{Re}0} + \sum_k^K \mathbf{X}_{\text{Re}k}(\theta_k, \omega) \quad \text{mit} \quad \mathbf{X}_{\text{Re}k}(\theta_k, \omega) = \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega) \theta_k \quad (\text{A.29})$$

lässt sich analog zu (4.1) aus Submatrizen

$$\mathbf{X}_{\text{Re}0} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{d0} & -\omega \mathbf{E}_{d0} \\ \omega \mathbf{E}_{d0} & -\mathbf{A}_{d0} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega) = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{\theta k} & -\omega \mathbf{E}_{\theta k} \\ \omega \mathbf{E}_{\theta k} & -\mathbf{A}_{\theta k} \end{bmatrix}$$

aufbauen.

Mithilfe der Ableitung von (A.29) nach dem Modellparameter θ_k

$$\frac{\partial \mathbf{X}_{\text{Re}}(\boldsymbol{\theta}, \omega)}{\partial \theta_k} = \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega)$$

und der daraus folgenden Ableitung der inversen Matrixfunktion [76, S. 55]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega)}{\partial \theta_k} &= -\mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \frac{\partial \mathbf{X}_{\text{Re}}(\boldsymbol{\theta}, \omega)}{\partial \theta_k} \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \\ &= -\mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega) \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \end{aligned}$$

kann die partielle Ableitung des reellen Frequenzgangs (A.28)

$$\frac{\partial \mathbf{h}_{\text{Rer}}(\boldsymbol{\theta}, \omega)}{\partial \theta_k} = -\mathbf{C}_{\text{Rer}} \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega) \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \mathbf{B}_{\text{Rer}} \quad (\text{A.30})$$

angegeben werden.

Werden die Modellparameter mithilfe der relativen Parameter α_k und der Bezugsparameter θ_{0k} nach

$$\theta_k = \theta_{0k} \alpha_k$$

gebildet, so lässt sich der Frequenzgang (A.28) mithilfe der Ableitung

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial \alpha_k} = \theta_{0k}$$

und (A.30) nach den relativen Modellparametern α_k ableiten

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{h}_{\text{Rer}}(\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\alpha}), \omega)}{\partial \alpha_k} &= \frac{\partial \mathbf{h}_{\text{Rer}}(\boldsymbol{\theta}, \omega)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial \mathbf{h}_{\text{Rer}}(\boldsymbol{\theta}, \omega)}{\partial \theta_k} \theta_{0k} \\ &= -\mathbf{C}_{\text{Rer}} \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \mathbf{X}_{\theta \text{Re}k}(\omega) \mathbf{X}_{\text{Re}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, \omega) \mathbf{B}_{\text{Rer}} \theta_{0k} . \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Die reellen Gleichungen (A.28), (A.30) und (A.31) lassen sich mit (A.32) wieder in den komplexen Raum transformieren, wie zum Beispiel für die Gleichung der Sensitivität (4.4).

A.5 Transformation von komplexen in reelle Abbildungen

Eine komplexe Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times m}$ lässt sich durch die reelle Matrix

$$\mathbf{A}_{\text{Re}} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{A}\} & -\text{Im}\{\mathbf{A}\} \\ \text{Im}\{\mathbf{A}\} & \text{Re}\{\mathbf{A}\} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} \in \mathbb{R}^{2n \times 2m}$$

darstellen. Für komplexe Gleichungssysteme mit weiteren komplexen Matrizen \mathbf{B} und \mathbf{C} gelten nach der Transformation die entsprechenden Rechenregeln [63, S. 553]

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{C} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} = \mathbf{B}_{\text{Re}} + \mathbf{C}_{\text{Re}}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} \mathbf{C} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} = \mathbf{B}_{\text{Re}} \mathbf{C}_{\text{Re}}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} = \mathbf{B}_{\text{Re}}^{-1}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^+ \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} = \mathbf{B}_{\text{Re}}^+$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{*\text{T}} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A}_{\text{Re}} = \mathbf{B}_{\text{Re}}^{\text{T}}$$

$$\det\{\mathbf{A}_{\text{Re}}\} = \det\{\mathbf{A}\}^2$$

$$\text{rang}\{\mathbf{A}_{\text{Re}}\} = 2 \text{rang}\{\mathbf{A}\} .$$

Die reelle Abbildung \mathbf{A}_{Re} lässt sich mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{jI} \end{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{Re}} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

in die komplexe Darstellung bringen. Die reelle Matrix \mathbf{A}_{Re} lässt sich auch mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{R}} \\ \mathbf{A}_{\text{I}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{Re}} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{\text{R}}, \mathbf{A}_{\text{I}}, \in \mathbb{R}^{2n \times m} \quad (\text{A.33})$$

in einer reduzierten Form als Matrix oder für $m = 1$ als Vektor angegeben.

A.6 Vorgabe von Eigenwerten und Eigenvektorelementen

Die folgende Methodik zur Modalen Synthese ist im Wesentlichen aus den Quellen [34][66][67] entnommen und um die Vorgabe von Nullelementen in den Rechts- oder Linkseigenvektoren erweitert. Für eine ausführliche Betrachtung wird auf die genannte einschlägige Literatur verwiesen.

A.6.1 Vorgabe von Rechtseigenvektorelementen

Ausgehend vom homogenen geregelten System (5.3)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_R \mathbf{x}$$

führt der Exponentialansatz $\mathbf{x}_i = \mathbf{v}_{Ri} e^{\lambda_{Ri} t}$ und das anschließende Kürzen der zeitabhängigen Exponentialfunktion auf die Rechtseigenvektor-Eigenwertgleichung

$$\mathbf{v}_{Ri} \lambda_i = \mathbf{A}_R \mathbf{v}_{Ri} . \quad (\text{A.34})$$

Diese lässt sich mit der Systemmatrix $\mathbf{A}_R = \mathbf{A} - \mathbf{B}_u \mathbf{R} \mathbf{C}$ zu

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A} - \lambda_{Ri} \mathbf{I}) & \mathbf{B}_u \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{Ri} \\ \mathbf{h}_i \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{A.35})$$

mit dem hier eingeführten Steuermodus

$$\mathbf{h}_i = -\mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{v}_{Ri} \quad (\text{A.36})$$

umformen. Die entstandene liegende Koeffizientenmatrix $\mathbf{S}_{Bi} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A} - \lambda_{Ri} \mathbf{I}) & \mathbf{B}_u \end{bmatrix}$ besitzt aufgrund der vorausgesetzten Steuerbarkeit der Strecke einen P -dimensionalen Nullraum. Wird die Nullraumbasis entsprechend partitioniert

$$\text{kern}\{\mathbf{S}_{Bi}\} = \text{bild}\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{vi} \\ \mathbf{M}_{vi} \end{bmatrix} \right\}$$

lassen sich über die Parametervektoren \mathbf{p}_{vi} der Eigenvektor \mathbf{v}_{Ri} und der Steuermodus \mathbf{h}_i

$$\mathbf{v}_{Ri} = \mathbf{N}_{vi} \mathbf{p}_{vi}$$

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{M}_{vi} \mathbf{p}_{vi}$$

zum entsprechenden Eigenwert λ_{Ri} verändern, die zusammen die Gleichung (A.35) erfüllen. Werden die R Rechtseigenvektoren \mathbf{v}_{Rr} und Steuermodi \mathbf{h}_r zu den Matrizen

$$\mathbf{V}_{RX} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{R1} & \dots & \mathbf{v}_{RR} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \dots & \mathbf{h}_R \end{bmatrix}$$

zusammengefasst, so folgt aus (A.36) das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{V}_{RX}$$

mit der Reglermatrix \mathbf{R} als Variable. Im Allgemeinen lässt sich für $R \leq Q$ eine Lösung finden und es können maximal Q Eigenwerte mit der Lösung

$$\mathbf{R} = -\mathbf{Q} (\mathbf{C} \mathbf{V}_{\text{RX}})^{-1}$$

platziert werden. Zu jedem vorgegebenen Eigenwert λ_{Rr} stehen weitere Freiheitsgrade in Form der Richtung des Parametervektors \mathbf{p}_{vr} zur Verfügung, was für den weiteren Reglerentwurf genutzt werden kann.

Eine interessante Erweiterung der Methodik erlaubt das Nutzen übriger Freiheitsgrade, um einzelne Elemente der Rechtseigenvektoren gleich Null zu Wählen. Dies lässt sich durch die Erweiterung der Gleichung (A.35)

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A} - \lambda_{Rr} \mathbf{I}) & \mathbf{B}_u \\ \mathbf{e}_a^T & \mathbf{0}^T \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{Rr} \\ \mathbf{h}_r \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad r \in \{1, \dots, R\} \quad (\text{A.37})$$

um weitere Zeilen bestehend aus liegenden Einheitsvektoren erreichen, vorausgesetzt es stehen genügend Freiheitsgrade hierfür zur Verfügung.

A.6.2 Vorgabe von Linkseigenvektorelementen

Analog zur Rechtseigenvektor-Eigenwertgleichung (A.34) lässt sich auch die Linkseigenvektor-Eigenwertgleichung

$$\mathbf{w}_{Ri}^T \lambda_i = \mathbf{w}_{Ri}^T \mathbf{A}_R$$

aufstellen. Diese lässt sich entsprechend (A.35) zu

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A}^T - \lambda_{Ri} \mathbf{I}) & \mathbf{C}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{Ri} \\ \mathbf{l}_i \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{A.38})$$

mit dem hier eingeführten Messmodus

$$\mathbf{l}_i = -\mathbf{R}^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{w}_{Ri} \quad (\text{A.39})$$

umformen. Die entstandene liegende Koeffizientenmatrix $\mathbf{S}_{Ci} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}^T - \lambda_{Ri} \mathbf{I}) & \mathbf{C}^T \end{bmatrix}$ besitzt aufgrund der vorausgesetzten Beobachtbarkeit der Strecke einen Q -dimensionalen Nullraum. Wird die Nullraumbasis entsprechend partitioniert

$$\text{kern}\{\mathbf{S}_{Ci}\} = \text{bild}\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{wi} \\ \mathbf{M}_{wi} \end{bmatrix} \right\}$$

lassen sich über die Parametervektoren \mathbf{p}_{wi} der Linkseigenvektor \mathbf{w}_{Ri} und der Messmodus \mathbf{l}_i

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{Ri} &= \mathbf{N}_{wi} \mathbf{p}_{wi} \\ \mathbf{l}_i &= \mathbf{M}_{wi} \mathbf{p}_{wi} \end{aligned}$$

zum entsprechenden Eigenwert λ_{Ri} verändern, die zusammen die Gleichung (A.38) erfüllen. Werden die R Linkseigenvektoren \mathbf{w}_{Rr} und Messmodi \mathbf{l}_r zu den Matrizen

$$\mathbf{W}_{RX} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1} & \dots & \mathbf{w}_{RR} \end{bmatrix}^T \quad \text{und} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & \dots & \mathbf{l}_R \end{bmatrix}^T$$

zusammengefasst, so folgt aus (A.39) das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{L}^T = -\mathbf{R}^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{W}_{RX}^T$$

mit der Reglermatrix \mathbf{R} als Variable. Im Allgemeinen lässt sich für $R \leq P$ eine Lösung finden und es können maximal P Eigenwerte mit der Lösung

$$\mathbf{R} = -(\mathbf{W}_{RX} \mathbf{B}_u)^{-1} \mathbf{L}$$

sicher platziert werden. Zu jedem vorgegebenen Eigenwert λ_{Rr} stehen vergleichbar zur Vorgabe der Rechtseigenvektoren übrige Freiheitsgrade in Form der Richtung des Parametervektors \mathbf{p}_{wr} für weitere Entwurfsziele zur Verfügung. Die Erweiterung aus (A.37) mit liegenden Einheitsvektoren lässt sich auch hier auf die Gleichung (A.38) anwenden, um einzelne Elemente der Linkseigenvektoren mit dem Wert Null vorzugeben.

A.7 Vorfilterauslegung

Im Folgenden wird die Entwurfsgleichung (5.4) für ein stationär genaues Vorfilter im Fall einer Ausgangsrückführung hergeleitet. Dies erfolgt in Anlehnung an [16, S. 323 f.], in dem der spezielle Fall einer Zustandsrückführung behandelt wird.

Ausgangspunkt ist die Zustandsraumdarstellung der Strecke

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_R &= \mathbf{C}_R \mathbf{x} \end{aligned}$$

mit den Regelgrößen \mathbf{y}_R als Ausgang und der Forderung, dass das geregelte System asymptotisch stabil ist. Um Weitläufigkeit zu vermeiden wird angenommen, dass alle Stelleingänge und Regelgrößen untereinander unabhängig sind, die Anzahl an Stelleingängen und Regelgrößen gleich ist und die Systemmatrix \mathbf{A} regulär ist.

Besteht nun die Führungsgrößen \mathbf{w} aus konstanten Sollwerten \mathbf{w}_∞ , so sollen die Regelgrößen diesen Wert stationär erreichen

$$\mathbf{y}_{R\infty} = \mathbf{w}_\infty. \quad (\text{A.40})$$

Die Stellgrößen werden dann ebenfalls stationäre Werte \mathbf{u}_∞ annehmen. Sind alle Eigenbewegungen abgeklungen, $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, so folgt aus der Zustandsraumdarstellung für den stationären Fall

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{A} \mathbf{x}_\infty + \mathbf{B} \mathbf{u}_\infty \\ \mathbf{y}_{R\infty} &= \mathbf{C}_R \mathbf{x}_\infty. \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Mit der Forderung, dass die stationären Ausgangssollwerte $\mathbf{y}_{w\infty}$ gleich dem stationären Systemausgang der Messgrößen

$$\mathbf{y}_{w\infty} = \mathbf{y}_{\infty} = \mathbf{C} \mathbf{x}_{\infty} \quad (\text{A.42})$$

ist, folgt aus dem Bild 5.1 auf Seite 90, dass die Ausgangsfehler

$$\mathbf{e}_{y\infty} = \mathbf{y}_{w\infty} - \mathbf{y}_{\infty} = \mathbf{0}$$

ebenfalls zu Null werden und die Stellgrößenkomponenten $\mathbf{u}_{K\infty} = \mathbf{R} \mathbf{e}_{y\infty}$ in den Stellgrößen

$$\mathbf{u}_{\infty} = \mathbf{u}_{w\infty} + \mathbf{u}_{K\infty} = \mathbf{u}_{w\infty}$$

verschwinden. Dies führt auf die Zusammenfassung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}_{R\infty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_R & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\infty} \\ \mathbf{u}_{w\infty} \end{bmatrix}$$

von (A.41) und ergibt nach Umstellung und Ersetzen der Regelgrößen $\mathbf{y}_{R\infty}$ durch die Sollwerte \mathbf{w}_{∞} (A.40)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\infty} \\ \mathbf{u}_{w\infty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_R & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_{\infty} \end{bmatrix}.$$

Mithilfe der Ausgangsgleichungen für die zurückgeführten Messgrößen (A.42) folgt

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{w\infty} \\ \mathbf{u}_{w\infty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_R & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{w}_{\infty}$$

und schließlich durch Einsetzen der von der Vorsteuerung generierten Größen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{w\infty} \\ \mathbf{u}_{w\infty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_y \\ \mathbf{M}_u \end{bmatrix} \mathbf{w}_{\infty} \quad (\text{A.43})$$

und kürzen der Sollwerte \mathbf{w}_{∞} die Gleichung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_y \\ \mathbf{M}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_R & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

zur Berechnung der Vorsteuermatrizen \mathbf{M}_y und \mathbf{M}_u .

B Reglerentwurfsbeispiele

In diesem Abschnitt werden quantitativ drei Reglerentwürfe beispielhaft gezeigt. Der Reglerentwurf V1 als statische Drehzahlrückführung, der Reglerentwurf I1 als eingangsverkoppelte PI-Drehzahlrückführung und der Reglerentwurf I3 als PI-Mehrgrößen-Drehzahlrückführung. Als Strecke zum Reglerentwurf wurde das Modell 7.2 auf Seite 136 mit den Startwerten aus Tabelle 7.1 auf Seite 142 verwendet. Ergebnisse der Regelungen V1, I1 und I3 sind in den Bildern 6.13 und 6.14 auf den Seiten 128 und 129 gezeigt. Die jeweiligen Optimierungsprobleme wurden mit der Softwarefunktion Systune aus dem Programmpaket Matlab gelöst. Die für sysTune benötigten \mathcal{H}_2 -Systemnormen wurden mit der Option WeightedVariance der Softwarefunktion TuningGoal eingestellt und anschließend sysTune übergeben. Die jeweiligen \mathcal{H}_2 -Systemnormen können als zu minimierendes Ziel (engl. soft goal) oder als Ungleichungsnebenbedingung (engl. hard goal) der Softwarefunktion sysTune übergeben werden.

B.1 Statische Drehzahlrückführung

In diesem Beispiel wird der Reglerentwurf V1 für eine statische Ausgangsrückführung aller zehn Drehzahlen $\dot{\mathbf{q}}$ gezeigt. Hierfür wird die Rückführungsstruktur aus dem Bild 5.1 auf Seite 90 mit drei gewählten Stelleingängen an den Orten eins, vier und sieben verwendet. Die Reglermatrix $\mathbf{R} = \mathbf{R}_v$ wurde durch Optimierung von (6.5) mit der Angabe einer maximal zulässigen Stellnorm von $\alpha_R = 24$ gewonnen. Die erlaubte maximale Stellnorm wurde nicht ausgeschöpft und der optimierte Regler

$$\mathbf{R}_v = 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 21852 & -15841 & 2996 & 2641 & -746 & -372 & -1050 & -3843 & -3346 & -2604 \\ 4496 & -2341 & -5031 & 24206 & -6418 & -128 & -1584 & -1449 & -4711 & -7387 \\ 930 & -2699 & 45 & 831 & 115 & -3040 & 16363 & -3757 & -3567 & -5254 \end{bmatrix}$$

ergibt eine Stellnorm von $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 13,3$ und eine Systemdämpfung von $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 88,04$.

B.2 PI-Drehzahlrückführung mit Eingangsverkopplung

Das folgende Beispiel zeigt den Entwurf der eingangsverkoppelten PI-Ausgangsrückführung zum Regler I1. Als Regelgröße wird die mittlere Drehzahl

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \dot{q}_n$$

verwendet. Zurückgeführt werden alle zehn Drehzahlen $\dot{\mathbf{q}}$, die auf die drei Stelleingänge an den Orten eins, vier und sieben wirken. Die verwendete Rückführungsstruktur kann dem Bild 5.5 auf Seite 94 entnommen werden. Die Reglermatrix \mathbf{R}_v und der Reglerparameter r_1 wurden durch Optimierung der Gleichung (6.7) ermittelt. Als Entwurfsparameter wurde das Gewicht $\gamma_v = 0,1$ zur Bewertung des integrierten Drehzahlregelfehlers $\|x_{Iv} \leftarrow \mathbf{z}\|_2$ und die maximale Stellnorm $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_R = 24$ gewählt. Der Stellgrößenteil aus dem integrierenden Regler wurde nicht begrenzt, $\|\mathbf{u}_I \leftarrow \mathbf{z}\|_2 \leq \alpha_I = 0$. Die optimierten Werte für die Reglermatrix

$$\mathbf{R}_v = 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 22057 & -16002 & 2905 & 3270 & -898 & -433 & -727 & -3645 & -3301 & -2297 \\ 5020 & -2675 & -5160 & 25232 & -6686 & -136 & -1072 & -1281 & -4608 & -7030 \\ 1679 & -3042 & -39 & 2269 & -28 & -2958 & 17213 & -3499 & -3186 & -4669 \end{bmatrix}$$

und den Reglerparameter $r_1 = 709 \cdot 10^{-6}$ ergeben eine Stellnorm von $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 13,5$ und eine Systemdämpfung von $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 88,36$.

B.3 PI-Drehzahlrückführung mit Regelung der Stelldifferenz

Neben der Regelung der Drehzahl $\dot{\phi}$ können auch weitere Regelgrößen wie die Stelldifferenzen $\Delta \mathbf{u}$ (6.8) definiert werden. Für den Reglerentwurf I3 mit den Regelgrößen $\mathbf{y}_R^T = [\dot{\phi} \ \Delta \mathbf{u}^T]$ wird die Struktur der PI-Mehrgrößen-Ausgangsrückführung im Bild 5.4 auf Seite 93 verwendet. Das Regelungsergebnis des entworfenen Reglers kann dem Bild 6.14 auf Seite 6.14 entnommen werden.

Zum Entwurf der Reglerparameter wird die Gleichung (6.9) mit den Entwurfsparametern

$$\begin{aligned} \gamma_v &= 0,1 \\ \gamma_{\Delta u} &= 50 \\ \|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 &\leq \alpha_K = 24 \\ \|\mathbf{u}_I \leftarrow \mathbf{z}\|_2 &\leq \alpha_I = 0 \end{aligned}$$

optimiert. Die statische Reglermatrix $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_v \ \mathbf{R}_{\Delta u}]$ setzt sich aus der Reglermatrix der Drehzahlabweichungen \mathbf{R}_v und aus der Reglermatrix der Stelldifferenzabweichungen $\mathbf{R}_{\Delta u}$ zusammen. Die Optimierung führt auf die Reglerparameterwerte

$$\mathbf{R}_{\Delta u} = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} -867 & -532 \\ 702 & -96 \\ -435 & 907 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_I = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 76 & -28507 & -220042 \\ 779 & 375616 & -54460 \\ 742 & -392703 & 345250 \end{bmatrix} \quad \text{und}$$

$$\mathbf{R}_v = 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 21936 & -16367 & 3311 & 1857 & -305 & -87 & -1444 & -3452 & -3217 & -2404 \\ 5146 & -2597 & -5314 & 24923 & -6826 & -199 & -1455 & -1375 & -4646 & -7246 \\ 1397 & -2545 & 261 & 1224 & 141 & -3211 & 16570 & -3876 & -3513 & -5134 \end{bmatrix}$$

mit einer Stellnorm von $\|\mathbf{u}_R \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 13,4$ und einer Systemdämpfung von $\|\Delta \mathbf{q} \leftarrow \mathbf{z}\|_2 = 88,22$.

C Experimentelle Regelungsergebnisse

Im Folgenden werden weitere theoretisch berechnete und experimentell gewonnene Regelungsergebnisse für verschiedene Regler gezeigt. Dabei werden analog zum Bild 7.7 neun ausgewählte Amplitudengänge gezeigt. Tabelle C.1 gibt einen Überblick über die gezeigten Bilder und den zugehörigen Randbedingungen zum Reglerentwurf.

Tabelle C.1: Theoretisch und experimentell gewonnene Amplitudengänge verschiedener Ausgangsrückführungen.

Bild	Verwendete Stelleingänge	Rückgeführte Drehzahlen
7.7	1, 4 und 7	Stellortdrehzahlen (1, 4 und 7)
C.1	1, 4 und 7	alle Drehzahlen (1 bis 10)
C.2	1, 4 und 7	kollokierte Drehzahlrückführung (1, 4 und 7)
C.3	1	Stellortdrehzahl (1)
C.4	3	Stellortdrehzahl (3)

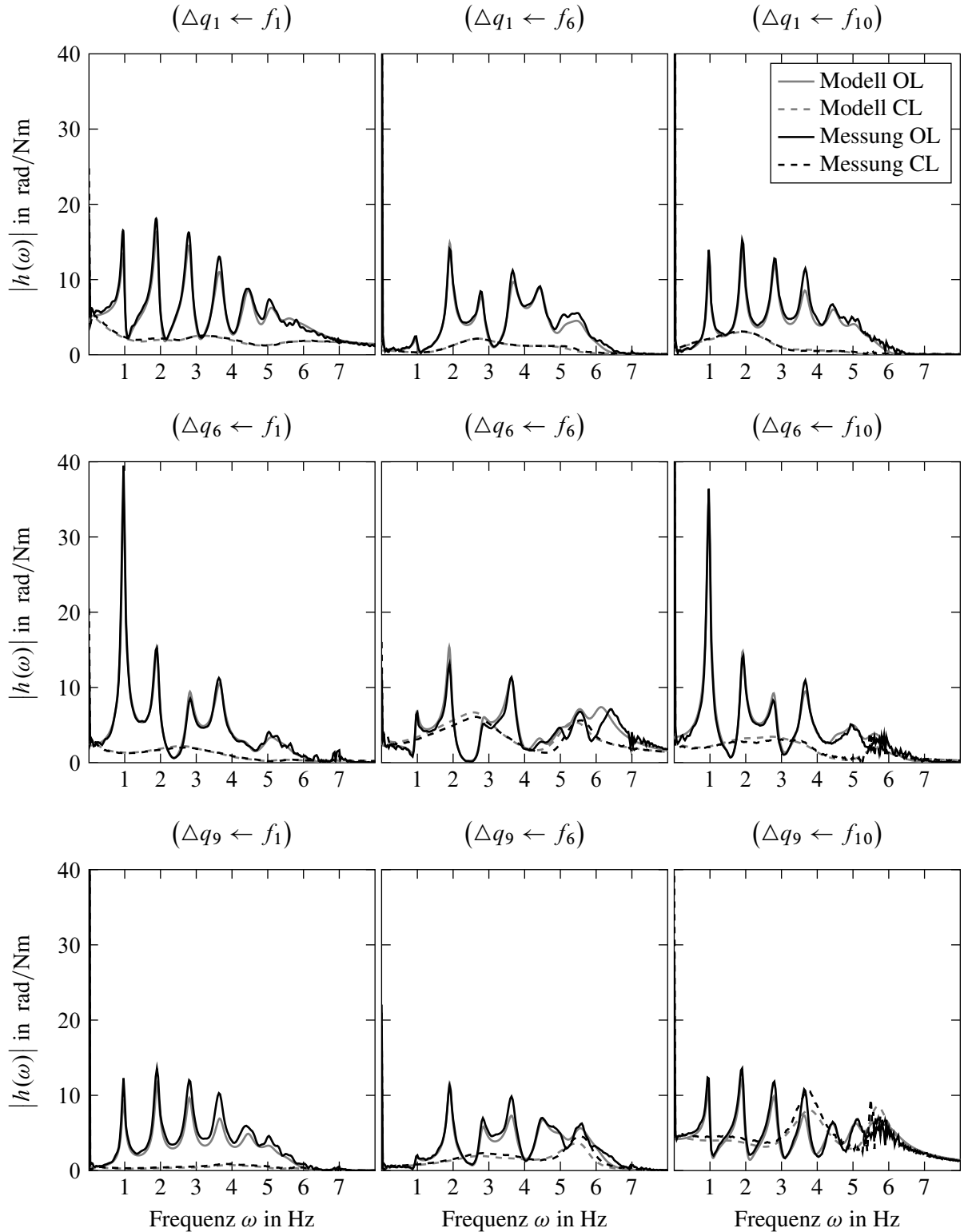


Bild C.1: Vergleich von geregelten und ungeregelten Amplitudengängen des Zehnmassenschwingers des gemessenen und des berechneten Systems. Zur Regelung wurden alle Drehzahlen zurückgeführt und drei Stellmotoren an den Positionen eins, vier und sieben verwendet.

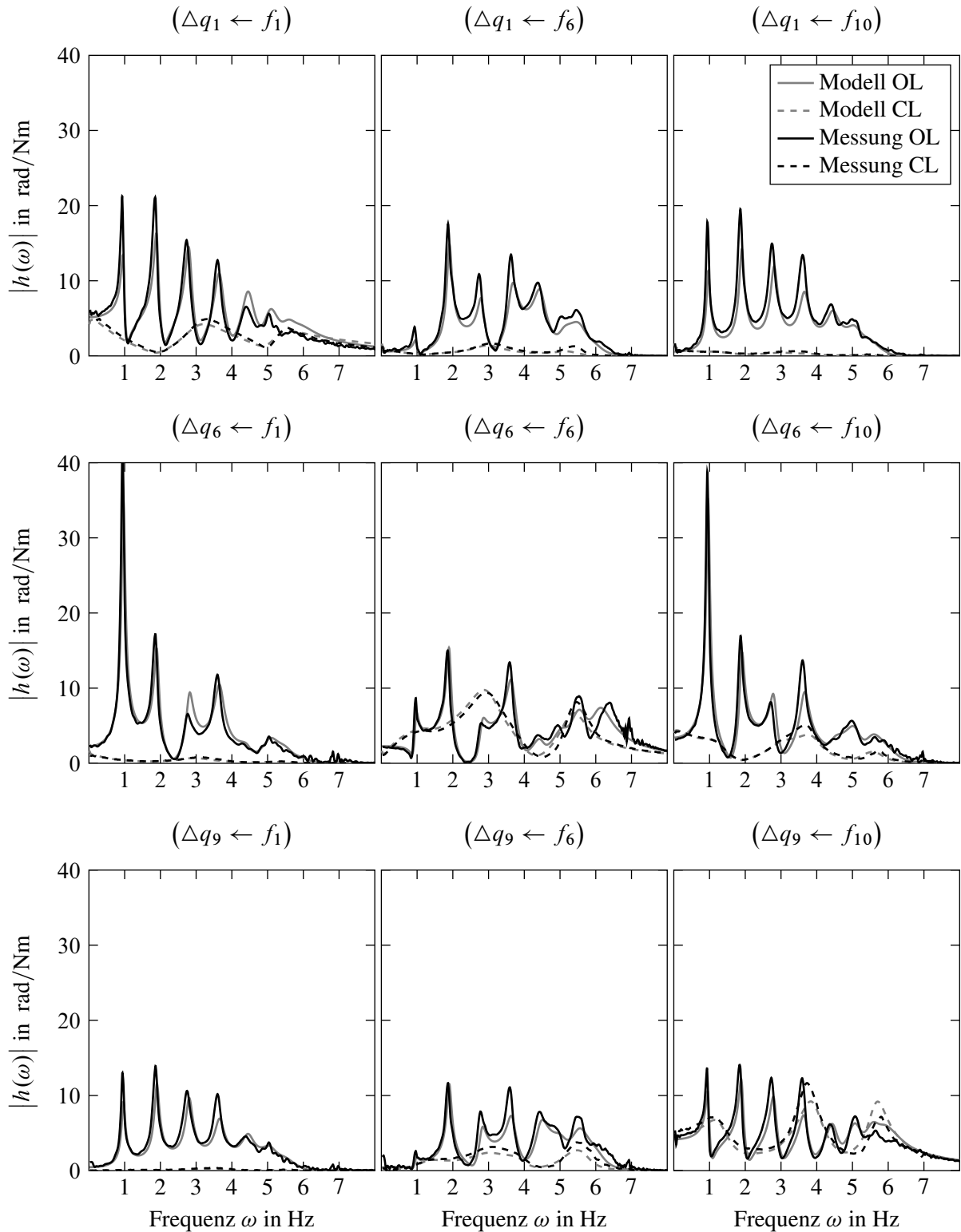


Bild C.2: Vergleich von geregelten und ungeregelten Amplitudengängen des Zehnmassenschwingers des gemessenen und des berechneten Systems. Zur Regelung wurden die Stellpositionen eins, vier und sieben verwendet und die Drehzahlen an den Stellorten lokal zurückgeführt.

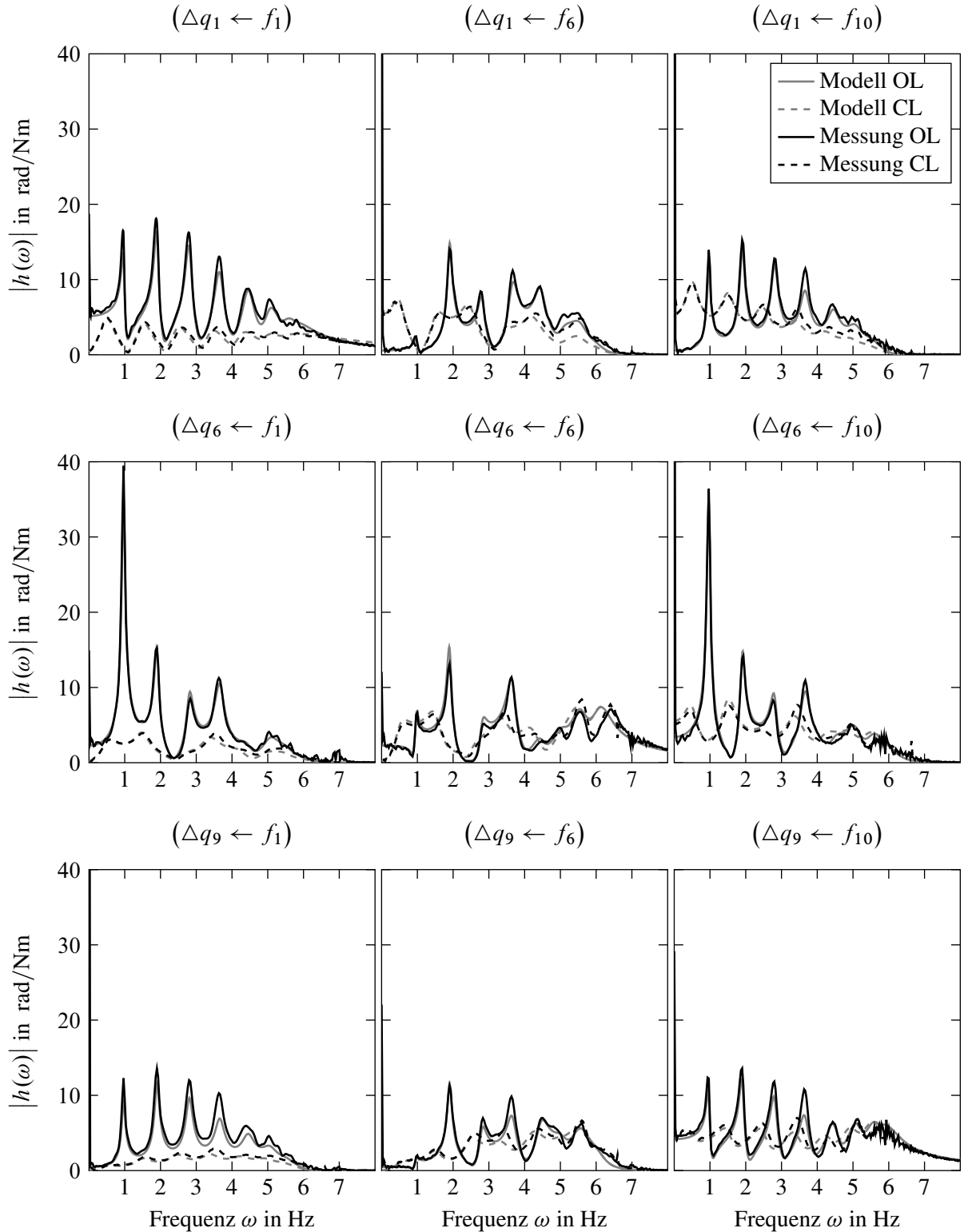


Bild C.3: Vergleich von geregelten und ungeregelten Amplitudengängen des Zehnmassenschwingers des gemessenen und des berechneten Systems. Zur Regelung wurde nur die Drehzahl \dot{q}_1 zurückgeführt und als Stellort nur die Position eins verwendet.

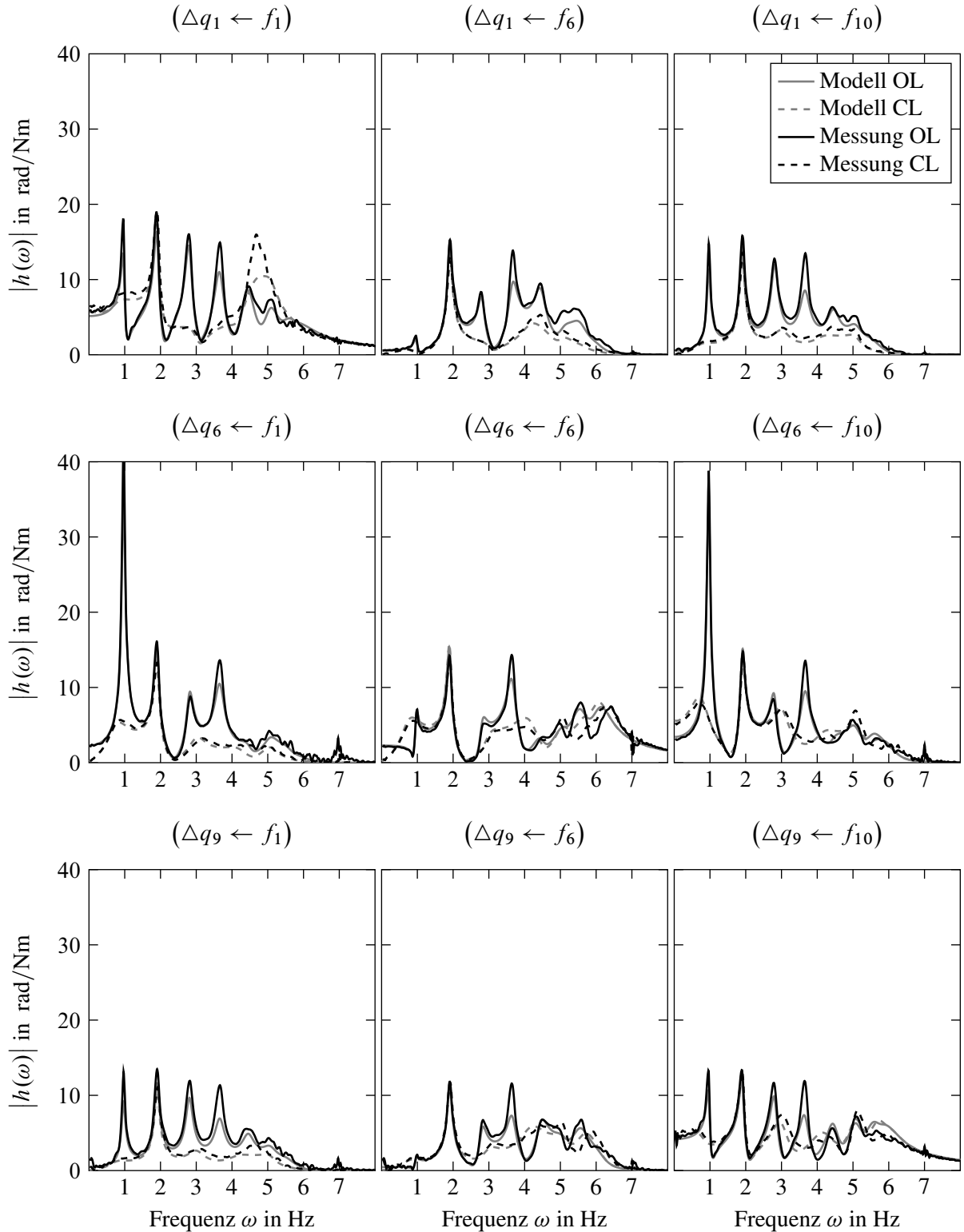


Bild C.4: Vergleich von geregelten und ungeregelten Amplitudengängen des Zehnmassenschwingers des gemessenen und des berechneten Systems. Zur Regelung wurde nur die Drehzahl \dot{q}_3 zurückgeführt und als Stellort nur die Position drei verwendet.

Literaturverzeichnis

- [1] Adamy, J. *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. 3. Aufl. Berlin: Springer, 2018.
- [2] Adamy, J. *Systemdynamik und Regelungstechnik*. 5. Aufl. Bd. 2. Aachen: Shaker, 2016.
- [3] Allemang, R. J. „The Modal Assurance Criterion (MAC). Twenty Years of Use and Abuse“. In: *IMAC XX*. Los Angeles, 2002.
- [4] Allemang, R. J. *Vibrations. Experimental Modal Analysis*. Vorlesungsskript. University of Cincinnati, 1998.
- [5] Avitabile, P. *Modal Testing*. New York: John Wiley & Sons, 2017.
- [6] Binder, A. *Elektrische Maschinen und Antriebe. Grundlagen, Betriebsverhalten*. Berlin: Springer, 2012.
- [7] Bronstein, I. N. u. a. *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Aufl. Thun: Harri Deutsch, 2001.
- [8] Buck, B. „Schwingungen im Antriebsstrang von Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Antriebsdynamik von Verarbeitungsmaschinen*. Höchberg, 2002.
- [9] Buck, B. u. a. „Nichtlineare Schwingungsphänomene in Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Schwingungen in Verarbeitungsmaschinen*. VDI-Berichte 1887. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2005, S. 345–361.
- [10] Bundesverband Druck und Medien e.V. *Technische Abnahme von Bogenoffsetdruckmaschinen*. Richtlinie. Berlin, 2018.
- [11] DIN 16500 Teil 2. *Drucktechnik. Verfahrensübergreifende Begriffe*. deutsch. Norm. Deutsche Institut für Normung e. V., 1987.
- [12] Dörsam, E. *Konstruktionsprinzipien im Druckmaschinenbau*. Vorlesungsfolien. 2013.
- [13] Dresig, H. und Fidlin, A. *Schwingungen mechanischer Antriebssysteme. Modellbildung, Berechnung, Analyse, Synthese*. 3. Aufl. Berlin: Springer, 2014.
- [14] Dresig, H. und Holzweißig, F. *Maschinendynamik*. 12. Aufl. Berlin: Springer, 2016.
- [15] Ewins, D. J. *Modal Testing. Theory, Practice and Application*. 2. Aufl. Baldock: John Wiley & Sons, 2000.
- [16] Föllinger, O. *Regelungstechnik. Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 11. Aufl. Berlin: VDE, 2013.
- [17] Frenzel, U. und Wiese, H. „Dynamische Untersuchungen zur Modellierung von Rotationsoffsetdruckwerken“. Diss. Leipzig: Technische Hochschule Leipzig, 1987.
- [18] Gao, X. „Schwingungen von Offsetdruckmaschinen“. Diss. Chemnitz: Technische Universität Chemnitz, 2001.
- [19] Gasch, R., Knothe, K. und Liebhich, R. *Strukturdynamik*. 2. Aufl. Berlin: Springer, 2012.

- [20] Guillaume, P. u. a. „A Poly-Reference Implementation of the Least-Squares Complex Frequency-Domain Estimator“. In: *IMAC XXI*. Kissimmee: Society for Experimental Mechanics, 2003, S. 183–192.
- [21] He, J. und Fu, Z.-F. *Modal Analysis*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [22] Hespanha, J. P. *Lecture notes on LQR/LQG controller design*. Vorlesungsskript. University of California, 2005.
- [23] Heylen, W., Lammens, S. und Sas, P. *Modal Analysis Theory and Testing*. 2. Aufl. Leuven: Catholic University of Leuven, 2007.
- [24] Holderried, S. „Das Letzte zur Branche“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2011* (2011).
- [25] Horn, R. A. und Johnson, C. R. *Matrix Analysis*. 2. Aufl. New York: Cambridge University Press, 2013.
- [26] Horst, H.-G. und Wölfel, H. P. „Aktive Schwingungsminderung in Verarbeitungsmaschinen“. In: *Schwingungen in Verarbeitungsmaschinen*. VDI-Berichte 1887. Düsseldorf: VDI-Verl., 2005, S. 365–383.
- [27] Irretier, H. *Experimentelle Modalanalyse, Teil 1*. Vorlesungsskript. Universität Kassel, 2004.
- [28] Isermann, R. und Münchhof, M. *Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications*. Berlin: Springer, 2011.
- [29] Janschek, K. *Systementwurf mechatronischer Systeme. Methoden - Modelle - Konzepte*. Heidelberg: Springer, 2010.
- [30] Khalil, H. K. *Nonlinear Systems*. 2. Aufl. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [31] Kipphan, H. *Handbuch der Printmedien. Technologien und Produktionsverfahren*. Berlin: Springer, 2000.
- [32] Knopf, E. und Schreiber, S. „Aktive Drehschwingungskompensation bei Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Elektrisch-mechanische Antriebssysteme*. VDI-Berichte 1963. 2006, S. 187–200.
- [33] Konigorski, U. *Mehrgrößenreglerentwurf im Zustandsraum*. Vorlesungsskript. Technische Universität Darmstadt, 2016.
- [34] Konigorski, U. „Pole placement by parametric output feedback“. In: *Systems & Control Letters* 61 (2012), S. 292–297.
- [35] Kubasiak, N., Lenz, E. und Konigorski, U. „Regelung von Druckmaschinen mit mehreren Hauptantrieben“. In: *Schwingungen 2017: Berechnung, Überwachung, Anwendung*. VDI-Berichte 2295. Düsseldorf: VDI Verlag, 2017, S. 137–148.
- [36] Kubasiak, N. und Ritter, B. „Verfahren zur Identifikation des Drehschwingungsverhaltens von Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *8. VDI-Fachtagung Schwingungen in Antrieben*. VDI-Berichte 2295. VDI. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2013, S. 117–129.

- [37] Kubasiak, N., Stein, G. L. und Konigorski, U. „Identifikation von mechanischen Modellparametern des Antriebsstrangs von Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *9. VDI-Fachtagung Schwingungen in Antrieben*. VDI-Berichte 2262. VDI. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2015.
- [38] Kühlert, H., Markert, R. und Witfeld, H. „Identifikation von Übertragungsfunktionen durch Mehrpunkterregung mit breitbandigen korrelierten Signalen“. In: *Schwingungen in der Fahrzeugdynamik*. Fortschritte der Fahrzeugtechnik 8. Vieweg, 1992, S. 42–79.
- [39] Kühlert, H., Markert, R. und Witfeld, H. „Möglichkeit zur Bestimmung von Frequenzgangfunktionen durch Mehrpunkterregung mit breitbandigen Signalen“. In: *2nd Int. Sci. Col. CAE Techniques*. Bielefeld, 1995, S. 371–387.
- [40] Kwakernaak, H. und Sivan, R. *Linear Optimal Control Systems*. New York: Wiley, 1972.
- [41] Langer, P. „Bestimmung der Übertragungsgüte von Riementrieben“. In: *8. VDI-Fachtagung Schwingungen in Antrieben*. VDI-Berichte 2197. VDI. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2013.
- [42] Lenz, E. *Identifikation dynamischer Systeme*. Vorlesungsskript. Technische Universität Darmstadt, 2016.
- [43] Lenz, E. *Robuste Regelung*. Vorlesungsskript. Technische Universität Darmstadt, 2017.
- [44] Litz, L. „Modale Maße für Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit, Regelbarkeit und Dominanz. Zusammenhänge, Schwachstellen, neue Wege“. In: *Regelungstechnik* 31 (1983), S. 148–158.
- [45] Litz, L. „Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren“. Diss. Universität Karlsruhe, 1979.
- [46] Ljung, L. *System Identification. Theory for the user*. 2. Aufl. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [47] Lunze, J. *Regelungstechnik 1. Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 11. Aufl. Berlin: Springer, 2016.
- [48] Lunze, J. *Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme, Digitale Regelungen*. 9. Aufl. Berlin: Springer, 2016.
- [49] Maia, N. M. M. und Silva, J. M. M. e. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Baldock: Research Studies Press, 1998.
- [50] Markert, R. *Schwingungsmeßtechnik*. Vorlesungsskript. Technische Universität Darmstadt, 2005.
- [51] Markert, R. *Strukturdynamik*. Aachen: Shaker, 2013.
- [52] Martello, S. und Toth, P. „Linear Assignment Problems“. In: *Annals of Discrete Mathematics* 31 (1987), S. 259–282.
- [53] Messer, M. „Bestimmung von Verzahnungssteifigkeit und -spiel aus Meßdaten nichtlinearer Drehschwingungen in Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2012* (2012), S. 59–74.

- [54] Messer, M. „Experimentelle Modalanalysen an Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2014* (2014), S. 29–56.
- [55] Messer, M. „Modellierung und Simulation des Dublierens“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2010* (2010), S. 78–89.
- [56] Messer, M. „Schwingungen in Bogenoffsetdruckmaschinen. Ergebnisse experimenteller und rechnerischer Drehschwingungsanalysen“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2011* (2011), S. 59–70.
- [57] Messer, M. „Vom Antriebsriemen verursachte Drehschwingungen in Bogenoffsetdruckmaschinen. Ein Beispiel für parametererregte Schwingungen“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2013* (2013), S. 35–57.
- [58] Natke, H. G. *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*. 3. Aufl. Grundlagen und Fortschritte der Ingenieurwissenschaften. Wiesbaden: Vieweg, 1992.
- [59] Neeb, S. und Norrick, N. „Stabilitätsuntersuchung parametererregter linearer Schwingungssysteme mit Laufzeitverzögerung am Beispiel einer Bogenoffset-Druckmaschine“. In: *12. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen*. Bd. 12. Graz, 2017.
- [60] Nöll, M. „Kompensation diskreter Drehschwingungen bei Bogenoffsetdruckmaschinen“. Diss. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, 2004.
- [61] Norrick, N. und Neeb, S. „Drehschwingungskompensation und Auswirkung auf die Druckqualität in Bogenoffset-Druckmaschinen“. In: *Schwingungen in rotierenden Maschinen*. Bd. 12. Graz, 2017.
- [62] Peeters, B. u. a. „The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation?“ In: *11. Shock and Vibration*. IOS-Press, 2004, S. 395–409.
- [63] Pintelon, R. und Schoukens, J. *System Identification. A Frequency Domain Approach*. 2. Aufl. New Jersey: John Wiley & Sons, 2012.
- [64] PITSID - Polygraphische innovative Technik Leipzig GmbH. *Luchs IV*. Softwareprogramm zur Passerauswertung. Version 5.9.0. 2018.
- [65] Riemer, M., Wauer, J. und Wedig, W. *Mathematische Methoden der Technischen Mechanik*. 2. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2015.
- [66] Roppenecker, G. „Vollständige modale Synthese linearer Systeme und ihre Anwendungen zum Entwurf strukturbeschränkter Zustandsrückführungen“. Diss. Universität Karlsruhe, 1982.
- [67] Roppenecker, G. *Zeitbereichsentwurf linearer Regelungen. Grundlegende Strukturen und eine allgemeine Methodik ihrer Parametrierung*. München: Oldenbourg, 1990.
- [68] Scholle, S. „Die deutschen Druckmaschinenhersteller im Spannungsfeld von Digitalisierung, strategischer Anpassungsnotwendigkeit und organisatorischer Pfadabhängigkeit: eine empirische Analyse auf Branchen- und Unternehmensebene“. Diss. Berlin: Frei Universität Berlin, 2013.

- [69] Schröder, D. *Elektrische Antriebe*. Bd. 4. Berlin: Springer, 2015.
- [70] Schroeder, H. K. „Beiträge der Parameteridentifikation zur Fahrdynamikanalyse“. Diss. München: Technische Universität München, 2002.
- [71] Simon, D. *Optimal State estimation. Kalman, H_∞ , and Nonlinear Approches*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- [72] Skogestad, S. und Postlethwaite, I. *Multivariable Feedback Control. Analysis and Design*. Chichester: Wiley, 2005.
- [73] Spiegel, N. „Form- und reibschlüssige Antriebe in Druckwerken und ihr Zusammenwirken“. Diss. Darmstadt: Technische Hochschule Darmstadt, 1983.
- [74] Strassberger, M. „Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit Hilfe piezo-keramischer Aktoren“. Diss. Bochum: Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- [75] Tse, F. S., Morse, I. E. und Hinkel, R. T. *Mechanical Vibrations. Theory and Applications*. Boston: Allyn und Bacon, 1978.
- [76] Voigt, C. und Adamy, J. *Formelsammlung der Matrizenrechnung*. München: Oldenbourg, 2007.
- [77] Wiese, H. „Antriebsdynamische Untersuchung an Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Schwingungen in Antrieben*. VDI-Berichte 1416. Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 1998, S. 105–118.
- [78] Wiese, H. „Der Beitrag antriebsdynamischer Untersuchungen im Entwicklungsprozeß von Bogenoffsetdruckmaschinen“. In: *Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik*. Dresden, 2000, S. 66–79.
- [79] Wiese, H. „Plattenzylinder-Direktantrieb im Bogenoffset“. In: *Jahrbuch der Druckingenieure 2011* 2011 (2011), S. 71–77.
- [80] Zeidler, E. *Springer - Taschenbuch der Mathematik*. Wiesbaden: Springer Spektrum, 2013.
- [81] Zeitz, M. „Minimalphasigkeit - keine relevante Eigenschaft für die Regelungstechnik“. In: *Automatisierungstechnik* 62(1) (2014).
- [82] Zhou, K., Doyle, J. C. und Gloveer, K. *Robust And Optimal Control*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.
- [83] Zhou, K. und Doyle, J. C. *Essentials Of Robust Control*. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1998.

Schutzrechte

- [84] Baumüller, G. „Elektrisches Antriebssystem zur aktiven Schwingungsdämpfung“. Dt. Pat. DE 199 61 880 B4. Baumüller Nürnberg GmbH. Dez. 1999.
- [85] Berti, C. u. a. „Verfahren zum Antreiben einer drucktechnischen Maschine“. Dt. Pat. DE 102 54 118 B4. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2002.
- [86] Blumör, J., Reichardt, K.-P. und Tögel, H. „Verfahren zum Betreiben einer Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 10 2007 049 455 B4. Manroland AG. 2009.
- [87] Böttger, J., Hefftl, V. und Jentzsch, A. „Mehrmotorenantrieb“. Dt. Pat. DE 195 02 909 B4. Koenig & Bauer AG. 1996.
- [88] Buck, B. und Merz, M. „Verfahren und Vorrichtung zur Kompensation der Drehschwingungen einer Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 199 14 627 B4. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2000.
- [89] Buck, B. u. a. „Verfahren zur aktiven Kompensation von Schwingungen in einer Bedruckstoff verarbeitenden Maschine und Bedruckstoff verarbeitende Maschine“. Europ. Pat. EP 1 815 979 B1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2013.
- [90] Buck, B. u. a. „Verfahren zur Kompensation einer Schwingung in einer Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 10 2006 013 752 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2007.
- [91] Grützmaker, B., Maier, S. und Nöll, M. „Mehrmotorenantrieb und Verfahren zum Antreiben einer Druckmaschine“. deutsch. Dt. Pat. DE 102 12 534 B4. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2003.
- [92] Hartmann, K., Krüger, M. und Rößler, G. „Verfahren zum Regeln einer mechanischen Leistung eines Mehrmotorenantriebes für eine Bogendruckmaschine“. Dt. Pat. DE 42 10 988 C2. Heidelberger Druckmaschinen AG. 1993.
- [93] Herrmann, T., Kubasiak, N. und Wiese, H. „Druckmaschine und Verfahren zum Betreiben einer Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 10 2013 110 459 A1. Manroland Sheetfed GmbH. 2014.
- [94] Herrmann, T. u. a. „Druckmaschine und Verfahren zum Betreiben einer Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 10 2007 020 727 B4. Manroland Sheetfed GmbH. 2008.
- [95] Jentzsch, A. „Antrieb für eine Rotationsdruckmaschine“. Dt. Pat. DE 10 2008 042 396 A1. Koenig & Bauer AG. 2010.
- [96] Jentzsch, A., Singer, S. und Riese, M. „Verfahren zur Korrektur von Passerdifferenzen“. Dt. Pat. DE 10 2004 031 508 B4. Koenig & Bauer AG. 2006.
- [97] Kubasiak, N., Herrmann, T. und Wiese, H. „Bogendruckmaschine und Verfahren zum Betreiben einer Bogendruckmaschine“. Europ. Pat. EP 2 724 861 A2. Manroland Sheetfed GmbH. 2014.

- [98] Kubasiak, N. und Lenz, E. „Regelung von Druckmaschinen mit mehreren Hauptantriebsmotoren“. Dt. Pat. DE 10 2018 120 397 A1. 2019.
- [99] Künzel, M. „Drehzahlregeleinrichtung für einen Mehrmotorenantrieb für Druckmaschinen“. Dt. Pat. DE 41 32 765 A1. Koenig & Bauer AG. 1993.
- [100] Langer, P. „Verfahren zur Schwingungskompensation von Motorharmonischen“. Dt. Pat. DE 10 2014 223 201 A1. Koenig & Bauer AG. 2014.
- [101] Langer, P., Zirnstein, B. und Riese, M. „Verfahren zum Betreiben einer bogenverarbeitenden Maschine“. Dt. Pat. DE 10 2017 205 409 A1. Koenig & Bauer AG. 2018.
- [102] Leib, R., Maaß, J. und Spilger, R. „Verfahren und Vorrichtung zur Vermeidung eines Flankenwechsels zwischen Zähnen von Antriebsrädern“. Dt. Pat. DE 198 20 315 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 1998.
- [103] Lindner, B. „Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 10 2005 041 697 A1. MAN Roland Druckmaschinen AG. 2007.
- [104] Merz, M. und Koch, O. „Verfahren und Vorrichtung zur Tilgung der Drehschwingungen einer Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 199 14 613 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2000.
- [105] N. N. „Vorrichtung und Regelverfahren zur Kompensation von Regelabweichungen bei geregelten Antriebssystemen von Transport- und Bearbeitungsmaschinen, insbesondere Druckmaschinen“. Dt. Pat. DE 103 55 122 A1. MAN Roland Druckmaschinen AG. 2005.
- [106] Nöll, M. „Verfahren zur Kompensation mechanischer Schwingungen in Maschinen“. Dt. Pat. DE 101 49 525 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2002.
- [107] Nöll, M. „Verfahren zur Kompensation mechanischer Schwingungen in Maschinen“. Europ. Pat. EP 1 202 147 B1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2004.
- [108] Nöll, M. „Verfahren zur Rhythmuskompensation bei Bogenrotationsdruckmaschinen“. Dt. Pat. DE 103 38 976 B4. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2004.
- [109] Olomski, J., Tröndle, H.-P. und Viefhaus, R. „Verfahren zur Antriebssteuerung von Bogenoffsetdruckmaschinen“. Dt. Pat. DE 199 03 869 B4. Siemens AG. 2000.
- [110] Reichardt, K.-P. und Blumör, J. „Mehrmotorenantrieb für eine Druckmaschine“. deutsch. Dt. Pat. DE 195 25 593 A1. MAN Roland Druckmaschinen AG. 1997.
- [111] Riese, M. und Langer, P. „Verfahren zur Kompensation von Rotationsschwingungen im Betrieb einer bogenverarbeitenden Maschine mit einem Schwingungskompensationsmodell“. Dt. Pat. DE 10 2017 208 512 B3. Koenig & Bauer AG. 2018.
- [112] Riese, M., Singer, S. und Jentzsch, A. „Verfahren zum Betreiben einer bogenverarbeitenden Maschine“. Dt. Pat. DE 10 2017 205 408 A1. Koenig & Bauer AG. 2018.

- [113] Rößler, G. und Wagensommer, B. „Vorrichtung und Verfahren zur Dämpfung von mechanischen Schwingungen von Druckmaschinen“. Dt. Pat. DE 42 34 928 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 1994.
- [114] Rößler, G. und Wagensommer, B. „Vorrichtung und Verfahren zur Dämpfung von mechanischen Schwingungen von Druckmaschinen“. Dt. Pat. DE 44 12 945 B4. Heidelberger Druckmaschinen AG. 1995.
- [115] Rößler, G. und Wagensommer, B. „Vorrichtung und Verfahren zur Dämpfung von mechanischen Schwingungen von Druckmaschinen“. Europ. Pat. EP 0 592 850 B1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 1996.
- [116] Schaede, J. G. und Bolza-Schünemann, A. C. „Verfahren und Vorrichtung zum aktiven Dämpfen von niederfrequenten Torsionsschwingungen in einem Mehrmassen-Torsionsschwinger“. Dt. Pat. DE 35 40 645 C2. Koenig & Bauer AG. 1987.
- [117] Seidler, M. und Strunk, D. „Vorrichtung zur Steuerung einer Bogenrotationsdruckmaschine mit mehreren Antriebsmotoren“. Dt. Pat. DE 10 2008 048 406 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 2009.
- [118] Strunk, D. „Antrieb für eine Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 198 26 338 A1. Heidelberger Druckmaschinen AG. 1999.
- [119] Strunz, U. und Monse, M. „Verfahren zur Herstellung eines positionssynchronen Antriebsverbundes durch Vorgabe einer Geschwindigkeits- und Positionsreferenz sowie Antriebssystem zu dessen Durchführung“. Europ. Pat. EP 2 286 996 B1. Baumüller Anlagen-Systemtechnik GmbH & Co. KG. 2016.
- [120] Weber, W. u. a. „Antrieb für eine Druckmaschine“. Europ. Pat. EP 1 256 445 B1. MAN Roland Druckmaschinen AG. 2006.
- [121] Wiese, H. und Gensheimer, V. „Vorrichtung zur Tilgung von Torsionsschwingungen im Antrieb einer Druckmaschine, insbesondere einer Bogenoffset-Rotationsdruckmaschine“. Dt. Pat. DE 100 41 025 C2. MAN Roland Druckmaschinen AG. 2002.
- [122] Wiese, H. u. a. „Verfahren und Vorrichtung zum Betreiben einer Druckmaschine, insbesondere eine Bogenoffset-Druckmaschine“. Dt. Pat. DE 101 15 546 A1. MAN Roland Druckmaschinen AG. 2001.

Internetquellen

- [123] Bundesanzeiger. *Geschäftsberichte der Firmen: Heidelberger Druckmaschinen AG, Koenig & Bauer AG und Manroland Sheetfed GmbH*. URL: www.bundesanzeiger.de (besucht am 01.08.2019).
- [124] Deutscher Drucker. URL: www.print.de (besucht am 01.08.2019).
- [125] Statistisches Bundesamt. URL: www-genesis.destatis.de/genisis/online (besucht am 16.12.2018).